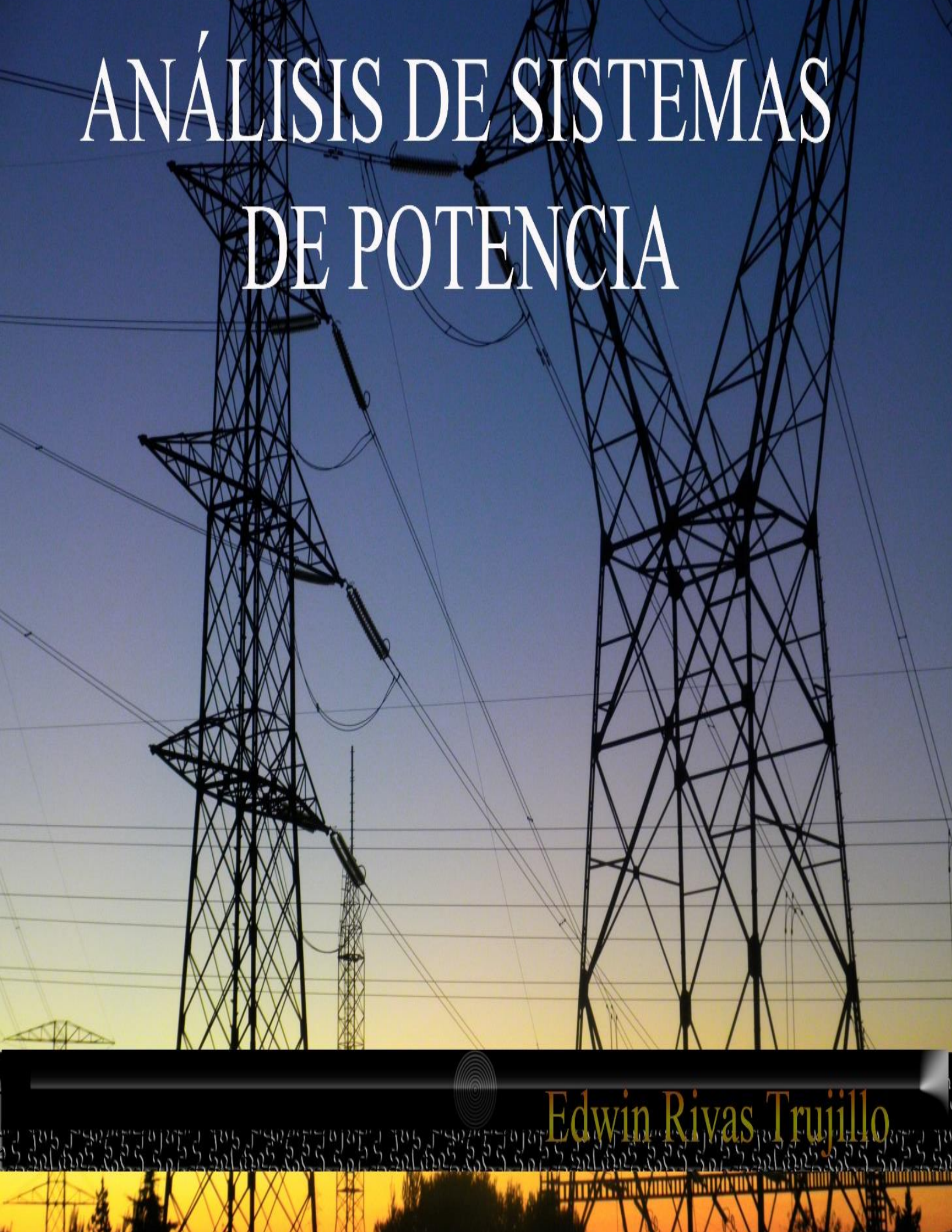


ANÁLISIS DE SISTEMAS DE POTENCIA

The background of the cover is a photograph of high-voltage electrical transmission towers and power lines. The towers are silhouetted against a sky that transitions from a deep blue at the top to a bright orange and yellow at the bottom, suggesting a sunset or sunrise. The power lines stretch across the frame, creating a complex geometric pattern.

Edwin Rivas Trujillo

Tabla de contenido

Índice de Figuras	5
Índice de Tablas.....	7
I. Capítulo 1: Introducción	8
1.1. Potencia compleja	8
1.2. Potencia trifásica	9
1.3. Potencia compleja en circuitos trifásicos balanceados.....	9
1.4. Equivalentes de líneas de longitud corta y media	10
1.5. Representación de los Sistemas de Potencia.....	12
1.6. Diagrama Unifilar.....	12
1.6.1. Diagrama de Impedancias y Diagrama de Reactancias	13
II. Capítulo 2: Cálculos en Sistemas por Unidad (p.u.)	14
2.1. Sistemas Monofásicos	14
2.2. Sistemas trifásicos	14
2.3. Magnitudes en por unidad y cambio de bases	15
2.4. Ejemplos.....	16
III. Capítulo 3: Análisis de Flujo de Potencia	25
A continuación, se ilustra en la figura III.1 el diagrama unifilar para balances de potencias.....	25
3.1. Información obtenida de los estudios de flujo de potencia.....	27
3.2. Modelación de la red.....	28
3.3. Matriz de Admitancias (Ybus)	28
3.3.1. Características de la matriz Admitancia de barraje	31
3.3.2. Tipos de Nodos	31
3.4. Métodos Iterativos de Solución.....	32
3.4.1. Método de Gauss-Sediel.....	32
3.2. Método de Newton Raphson	37
3.3. Newton Raphson Desacoplado.....	43
3.4. Aplicación de factores de aceleración para NR.....	46
3.5. Cálculo de Flujos en las líneas.....	47
3.6. Comparación de las técnicas de solución del flujo de potencia:.....	48
3.7. Ejemplos.....	48
IV. Capítulo 4: Fallas en Sistemas de Potencia	92

4.1.	Componentes Simétricas	93
4.2.	Redes de dos puertos	96
4.3.	Calculo del voltaje i en con falla en J	97
4.3.1.	Impedancias de secuencia generador en vacío	97
4.3.2.	Impedancias de secuencia para los transformadores	97
4.3.3.	Impedancias de secuencia para líneas de transmisión aéreas	98
4.3.4.	Modelado en redes de secuencia para los elementos del sistema de potencia	98
4.3.5.	Redes de secuencia cero para Transformadores	98
4.4.	Fallas en los sistemas.....	99
4.4.1.	Falla línea a tierra	99
4.4.2.	Falla línea a línea	102
4.4.3.	Falla línea-línea-tierra	104
4.5.	Ejemplos	106
V.	Capítulo 5: Estabilidad en Sistemas de Potencia	154
5.1.	Introducción	154
5.2.	Principio de funcionamiento de una máquina síncrona:	155
5.3.	Ecuación de Oscilación	156
5.4.	Modelo de maquina síncrona para estudio de estabilidad	159
5.5.	Estabilidad Transitoria	162
5.5.1.	Aplicación a un aumento repentino en la entrada de potencia	164
5.6.	Aplicación a Falla Trifásica	164
5.6.1.	Cortocircuito en el extremo de la línea.....	164
5.7.	Construcción de la curva de oscilación	167
5.8.	Sistemas de potencia con presencia de múltiples máquinas.....	168
5.9.	Voltaje de estabilidad	170
5.9.1.	Curvas PV	170
5.10.	Ejemplos	172
VI.	Anexos	221
1.	Anexo	221
2.	Anexo	224
3.	Anexo	243
VII.	Trabajos citados	250

Índice de Figuras

Figura I.1. Diagrama Fasorial y Triángulo de Potencia de una carga inductiva (en atraso)	8
Figura I.2. Red de dos puertos	10
Figura I.3. Modelo equivalente de una línea corta	11
Figura I.4. modelo π de una línea de longitud media	11
Figura I.5. Diagrama Unifilar Sistema Multi-máquinas	13
Figura I.6. Diagrama de reactancias de un sistema eléctrico de potencia	13
Figura II.1. Diagrama unifilar ejemplo 1 Sistemas por unidad	16
Figura II.2. Diagrama unifilar ejemplo 2 Sistemas por unidad	17
Figura II.3. Diagrama unifilar ejemplo 3 Sistemas por unidad	¡Error! Marcador no definido.
Figura II.4. Diagrama unifilar del ejemplo 3 dividido en zonas	¡Error! Marcador no definido.
Figura II.5. Transformador tridevanado interconectando en el sistema de potencia a las barras 1-2 y 3 (a)	
Diagrama Unifilar (b) Circuito Monofásico equivalente	22
Figura II.6. Circuito monofásico equivalente con valores en por unidad	22
Figura II.7. Circuito monofásico equivalente de impedancias con valores en por unidad	25
Figura III.1. Diagrama unifilar para balance de potencias	25
Figura III.2. Diagrama unifilar para balance de potencias	26
Figura III.3. Diagrama Unifilar para cálculo de Matriz de Admitancias	29
Figura III.4. Diagrama de Admitancias para cálculo de Matriz Ybus	30
Figura III.5. Flujos presentes en un circuito de potencia conectado en forma Pi	47
Figura III.6. Circuito de sistema no lineal para el ejemplo 1	49
Figura III.7. Diagrama unifilar ejemplo 2	53
Figura III.8. Diagrama unifilar ejemplo 3	57
Figura III.9. Diagrama Unifilar ejemplo 4	59
Figura III.10. Diagrama unifilar ejemplo 5	61
Figura III.11. Diagrama unifilar ejemplo 6	651
Figura 0.12. Flujos de carga ejemplo 6	66
Figura III.13. Diagrama unifilar ejemplo 6	70
Figura 0.14. Diagrama unifilar ejemplo 7	70
Figura 0.15. Diagrama unifilar ejemplo 8	75
Figura 0.16. Flujo de carga en Digsilent ejemplo 8	79
Figura 0.17. Diagrama unifilar ejemplo 9	82
Figura 0.18. Flujo de carga en Digsilent. ejemplo 9	84
Figura 0.19. Diagrama unifilar ejemplo 10	87
Figura IV.1. Reactancias de cortocircuito para una máquina con: $X_d=0.2$ pu; $X/R=15.08$	92
Figura IV.2. Redes de dos puertos	96
Figura IV.3. Impedancia de transferencia	96
Figura IV.4. Circuito equivalente de transferencia	96
Figura IV.5. Redes de secuencia para transformadores tridevanados	99
Figura IV.6. Distribución de las corrientes entregadas por la fuente durante la falla	98
Figura IV.7. Conexión de las redes de secuencia para falla por cortocircuito Línea a Tierra	99
Figura IV.8. Distribución de las corrientes entregadas por la fuente durante la falla	100
Figura IV.9. Conexión de las redes de secuencia para falla por cortocircuito Línea Línea	101
Figura IV.10. Distribución de las corrientes entregadas por la fuente durante la falla	103
Figura IV.11. Conexión de las redes de secuencia para falla por cortocircuito Línea Línea Tierra	103
Figura IV.12. Diagrama unifilar ejemplo 1	104
Figura IV.13. Diagrama unifilar ejemplo 2	1475
Figura IV.14. Diagrama de impedancias. Los valores de admitancias están entre paréntesis.	1485

Figura IV.15. Impedancias de secuencia negativa. Los valores equivalentes de admitancias están entre paréntesis.....	149
Figura IV.16. Impedancias de secuencia cero. Los valores equivalentes de admitancias están entre paréntesis.	150
Figura IV.17. Circuito equivalente en el punto de la falla simétrica que para este caso es la barra B.	151
Figura IV.18. Conexionado de las redes de secuencia para una F L-T en la barra 1 del sistema de la figura IV.13.....	152
Figura IV.19. Conexionado de las redes de secuencia para una F LL-T en la barra 2 del sistema de la figura IV.13.....	152
Figura IV.20. Conexionado de las redes de secuencia para una F L-L en la barra 3 del sistema de la figura IV.20.....	153
Figura V.1. Diagrama fasor/vector de un generador de rotor cilíndrico bipolar	157
Figura V.2. Modelo máquina de rotor cilíndrico	160
Figura V.3. equivalente conversión Δ -Y del modelo de la máquina.....	160
Figura V.4. Curva del ángulo de potencia	161
Figura V.5. Cambio en la energía en la curva de ángulo de potencia	163
Figura V.6. Curva de ángulo de potencia con límite de estabilidad.....	164
Figura V.7. Generador conectado a un barraje infinito por medio de líneas paralelas	165
Figura V.8. Áreas dependiendo cambio de ángulos en la curva de ángulo de potencia	165
Figura V.9. Criterio áreas iguales aplicado a curva de ángulo de potencia	166
Figura V.10. Falla en la línea para el ejemplo	166
Figura V.11. Curvas de potencia para antes, durante y después de falla.....	167
Figura V.12. Ángulo inicial, crítico y máximo para las curvas de potencia.....	167
Figura V.13. Sistema de dos buses conectados.....	171
Figura V.14. Curva normalizada de P_v para diferentes.....	171
Figura V.15. Diagrama unifilar ejemplo 1	173
Figura V.16 Diagrama unifilar ejemplo 2.....	175
Figura V.17. Diagrama unifilar ejemplo 3.....	202
Figura V.18. Gráfica P - δ ejemplo 4	205
Figura V.19. Diagrama unifilar ejemplo 5.....	206
Figura V.20. Curva δ -t para el ejemplo 4.	207

Índice de Tablas

Tabla II.1. Ecuaciones Eléctricas para Sistemas en Estrella y Delta	15
Tabla II.2. Datos ejemplo 2 Sistemas por unidad	17
Tabla II.3. Datos Ejemplo 3 Sistemas por unidad	¡Error! Marcador no definido.
Tabla II.4. Datos de ensayo de rutina para pérdidas con carga los valores porcentuales están sobre las bases indicadas	23
Tabla III.1. Resumen de la simplificación de los cálculos de los elementos de las sub-jacobinas.....	46
Tabla IV.1. Modelado en redes de secuencia para los elementos del sistema	98
Tabla IV.2. Redes de secuencia cero para transformadores de dos devanados	98
Tabla IV.3. Datos Impedancias de Secuencia componentes diagrama unifilar ejemplo 1	132
Tabla V.1. Valores de constante de inercias más comunes	156
Tabla V.2. Datos ejemplo 1	172
Tabla V.3. Flujo de potencias sistema ejemplo 1.....	173
Tabla V.4. Matriz de admitancias ejemplo 1 reducida después de la falla.....	173
Tabla V.5. Datos fallo en barrajes para ejemplo 1	174
Tabla V.6. Resultados ejemplo 5	185

I. Capítulo 1: Introducción

1.1. Potencia compleja

En circuitos operando bajo un sistema sinusoidal en estado estable, la potencia activa y la potencia reactiva son calculados de la potencia compleja. Si se tiene un elemento en un circuito eléctrico sobre el cual cae un voltaje $V = V \angle \delta$ y además es atravesado por una corriente $I = I \angle \beta$, entonces la potencia compleja será el producto del voltaje y el conjugado de la corriente, como se puede observar en la ecuación (1.1):

$$\begin{aligned} S &= V * I^* = [V \angle \delta][I \angle \beta]^* = VI \angle (\delta - \beta) \\ &= VI \cos(\delta - \beta) + jVI \sin(\delta - \beta) \end{aligned} \quad (1.1)$$

La ecuación anterior muestra una parte real y otra imaginaria que podemos identificar, como se ilustra en la ecuación (1.2):

$$S = P + jQ \quad (1.2)$$

Separando la parte real e imaginaria de la ecuación (1.2) se obtienen las ecuaciones (1.3) y (1.4):

$$P = VI \cos(\delta - \beta) \quad (1.3)$$

$$Q = VI \sin(\delta - \beta) \quad (1.4)$$

La diferencia $\delta - \beta$ representa el ángulo entre la corriente y el voltaje. El producto entre las magnitudes escalares $S = VI$ representa la llamada: potencia aparente, cuya unidad son los voltio-amperios o VA.

La potencia real puede ser calculada, como se ilustra en la ecuación (1.5):

$$P = VI * fp \quad (1.5)$$

Donde la ecuación del factor de potencia se puede observar en la expresión (1.6):

$$fp = \cos(\alpha - \beta) \quad (1.6)$$

En la (Figura I.1.) podemos observar el diagrama fasorial y triángulo de potencias de un elemento donde la corriente se encuentra retrasada con respecto al voltaje (en atraso), una característica propia de elementos inductivos. La particularidad principal de este sistema se encuentra en que la diferencia de ángulos de la corriente y el voltaje es positiva, lo que causa una potencia reactiva positiva. (Stevensom, 1979)

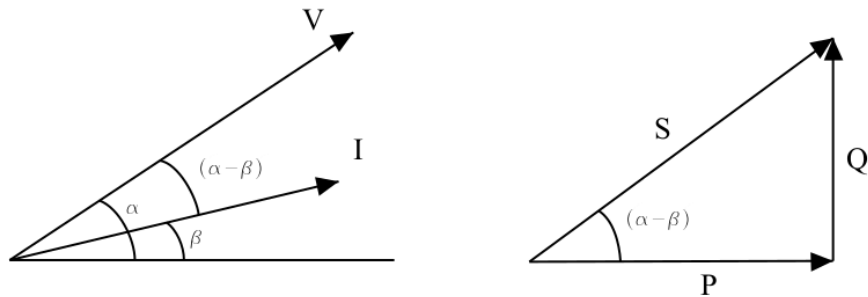


Figura I.1. Diagrama Fasorial y Triángulo de Potencia de una carga inductiva (en atraso)

1.2. Potencia trifásica

Se tiene un generador trifásico conectado en estrella, que se encuentra en estado estable conectado a una carga balanceada. Su corriente de línea y voltaje de fase instantáneos, como se observa en las ecuaciones (1.7) y (1.8):

$$v_{an}(t) = \sqrt{2}V_{LN} \cos(\omega t + \delta) \quad \text{voltios} \quad (1.7)$$

$$i_a(t) = \sqrt{2}I_L \cos(\omega t + \beta) \quad \text{amperios} \quad (1.8)$$

Donde V_{LN} es el voltaje RMS de cada fase e I_L es la corriente RMS de cada línea. La potencia instantánea $p_a(t)$ entregada por el generador en la fase a es la ecuación (1.9):

$$\begin{aligned} p_a(t) &= v_{an}(t)i_a(t) = 2V_{LN}I_L \cos(\omega t + \delta) \cos(\omega t + \beta) \\ &= V_{LN}I_L \cos(\delta - \beta) + V_{LN}I_L \cos(2\omega t + \beta + \delta) \quad W \end{aligned} \quad (1.9)$$

La potencia instantánea total entregada por el generador trifásico será la suma de las potencias instantáneas entregadas por cada fase del generador, como se ilustra en la ecuación (1.10):

$$\begin{aligned} p_{3\phi}(t) &= p_a(t) + p_b(t) + p_c(t) \\ &= 3V_{LN}I_L \cos(\delta - \beta) + V_{LN}I_L [\cos(2\omega t + \delta + \beta) + \cos(2\omega t + \delta + \beta + 120) \\ &\quad + \cos(2\omega t + \delta + \beta - 120)] \quad W \end{aligned} \quad (1.10)$$

Los tres términos cosenoidales entre paréntesis pueden ser representados mediante una serie de tres fasores cuya suma será cero para cualquier valor de δ , β y t . La ecuación queda reducida a la expresión (1.11):

$$p_{3\phi}(t) = P_{3\phi} = 3V_{LN}I_L \cos(\delta - \beta) \quad W \quad (1.11)$$

La ecuación 9 puede ser reescrita en términos del voltaje de línea, como se ilustra en la ecuación (1.12):

$$\begin{aligned} V_L &= \sqrt{3}V_{LN} \\ P_{3\phi} &= \sqrt{3}V_L I_L \cos(\delta - \beta) \quad W \end{aligned} \quad (1.12)$$

1.3. Potencia compleja en circuitos trifásicos balanceados

Los fasores que representan el voltaje y corriente en una fase de un circuito trifásico se pueden observar en la ecuación (1.13) y (1.14):

$$V_{an} = V_{LN} \angle \delta \quad \text{voltios} \quad (1.13)$$

$$I_a = I_L \angle \beta \quad \text{amperios} \quad (1.14)$$

La potencia compleja S_a entregada por la fase a del circuito como se ilustra en la ecuación (1.15):

$$S_a = V_{an} I_a^* = V_{LN} I_L \angle (\delta - \beta) = V_{LN} I_L \cos(\delta - \beta) + j V_{LN} I_L \sin(\delta - \beta) \quad (1.15)$$

Bajo condiciones balanceadas las potencias entregadas por las fases a , b y c son iguales, así que la potencia compleja trifásica se observa en la ecuación (1.16):

$$S_{3\phi} = S_a + S_b + S_c = 3S_a = 3V_{LN}I_L \angle(\delta - \beta) = 3V_{LN}I_L \cos(\delta - \beta) + j3V_{LN}I_L \sin(\delta - \beta) \quad (1.16)$$

En términos de potencia activa y reactiva se tiene la ecuación (1.17):

$$S_{3\phi} = P_{3\phi} + jQ_{3\phi} \quad (1.17)$$

Donde la ecuación de potencia activa trifásica se ilustra en la expresión (1.18):

$$P_{3\phi} = \text{Re}(S_{3\phi}) = \sqrt{3}V_L I_L \cos(\delta - \beta) \quad W \quad (1.18)$$

Y la potencia reactiva trifásica se observa en la ecuación (1.19):

$$Q_{3\phi} = \text{Im}(S_{3\phi}) = V_L I_L \sin(\delta - \beta) \quad var \quad (1.19)$$

Por último, la potencia aparente se puede expresar como se ilustra en la ecuación (1.20):

$$S_{3\phi} = |S_{3\phi}| = \sqrt{3}V_L I_L \quad VA \quad (1.20)$$

1.4. Equivalentes de líneas de longitud corta y media

Las líneas pueden ser representadas mediante equivalentes de redes de dos puertos donde V_S e I_S son el voltaje y corriente al inicio de la línea y V_R e I_R son el voltaje y corriente al final. Las relaciones entre estos voltajes y corrientes se pueden escribir de la siguiente manera, como se ilustra en la ecuación (1.21) y (1.22):

$$S_{3\phi} = |S_{3\phi}| = \sqrt{3}V_L I_L \quad VA \quad (1.20)$$

$$V_S = AV_R + BI_R \quad \text{voltios} \quad (1.21)$$

$$I_S = CV_R + DI_R \quad \text{amperios} \quad (1.22)$$

O de forma matricial, visto en la ecuación (1.23):

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

Donde A , B , C y D son términos que dependen de los parámetros R , L , C y G de la línea. Los parámetros A , B , C y D son en general, números complejos, A y D son números adimensionales, B tiene unidades de Ohm y C de siemens, observado en la (figura I.2) en la cual se ilustra la red de dos puertos.

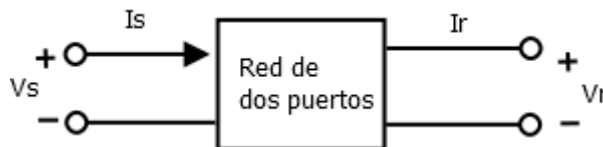


Figura I.2. Red de dos puertos

Una línea usualmente se considera corta si tiene menos de 80 km de longitud. Solo se utilizan la resistencia y reactancia seria. La admitancia de la línea es despreciada. Este modelo es válido tanto para líneas monofásicas, como para líneas trifásicas operando bajo condiciones balanceadas, como se observa en la (figura I.3) el modelo equivalente de una línea corta.

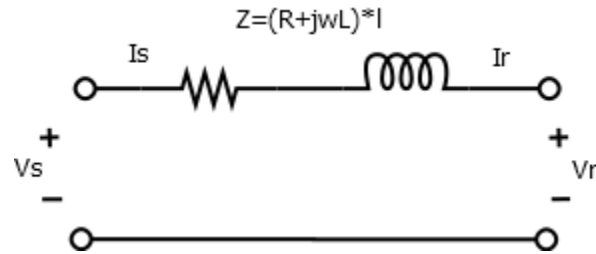


Figura I.3. Modelo equivalente de una línea corta

Los parámetros A, B, C y D pueden ser encontrados fácilmente mediante las siguientes ecuaciones (1.24) y (1.25):

$$V_S = V_R + ZI_R \quad (1.24)$$

$$I_S = I_R \quad (1.25)$$

O de forma matricial como se observa en la ecuación (1.26):

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

De manera que los parámetros para una línea corta son descritos en las ecuaciones (1.27), (1.28) y (1.29):

$$A = D = 1 \quad (1.27)$$

$$B = Z \quad (1.28)$$

$$C = 0 \quad (1.29)$$

Las líneas de entre 80 y 250 km de longitud son llamadas líneas de longitud media, para las cuales no es posible despreciar el efecto de la admitancia. En ellas es común dividir la admitancia total y ubicar las mitades en los extremos de la línea. A este modelo se le llama “modelo π ” y se observa en la (figura I.4).

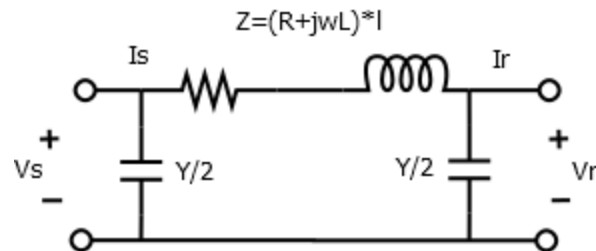


Figura I.4. modelo π de una línea de longitud media

Los parámetros A, B, C y D pueden ser deducidos de las siguientes ecuaciones (1.30) y (1.31):

$$V_S = \left(1 + \frac{YZ}{2}\right) V_R + Z I_R \quad (1.30)$$

$$I_S = Y \left(1 + \frac{YZ}{4}\right) V_R + \left(1 + \frac{YZ}{2}\right) I_R \quad (1.31)$$

O en forma matricial como en la ecuación (1.32):

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{YZ}{2} & Z \\ Y \left(1 + \frac{YZ}{4}\right) & 1 + \frac{YZ}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix} \quad (1.32)$$

Finalmente se obtuvo que los parámetros A, B, C y D de la línea de longitud media son vistos en las ecuaciones (1.33), (1.34) y (1.35)

$$A = D = 1 + \frac{YZ}{2} \quad (1.33)$$

$$B = Z \quad (1.34)$$

$$C = Y \left(1 + \frac{YZ}{4}\right) \quad (1.35)$$

1.5. Representación de los Sistemas de Potencia

Uno de los aspectos más relevantes al analizar sistemas eléctricos de potencia es su representación, puesto que ésta es el punto de partida para estudios posteriores. La representación de un sistema de potencia, dependerá del tipo de análisis que se quiera llevar a cabo, pues es mucho más fácil analizar el flujo de carga de una red con el diagrama unifilar, así mismo es más sencillo analizar la incidencia de una falla monofásica con los diagramas de reactancias por secuencia. Es importante aclarar que estos diagramas son una representación general del SEP, no debe verse como única herramienta de estudio, para realizar una comprensión detallada se debe acompañar dichos diagramas de ecuaciones, métodos de iteración y demás conceptos eléctricos.

1.6. Diagrama Unifilar

Un diagrama unifilar es una representación esquemática de los elementos principales que constituyen un sistema de potencia eléctrica, o una parte específica de él. Los diagramas unificulares se elaboran con el ánimo de dar una idea general, pero al mismo tiempo clara acerca del funcionamiento del sistema y de sus partes integrantes. Se realizan en dos etapas, primero como diagramas unificulares simples y en una segunda fase, como diagramas unificulares elaborados o completos, como se observa a continuación en la (figura I.5).

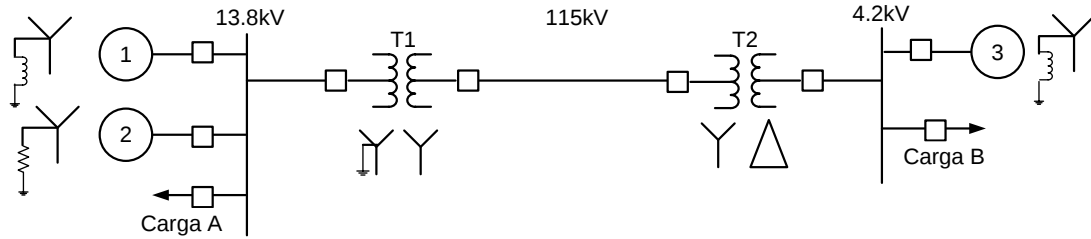
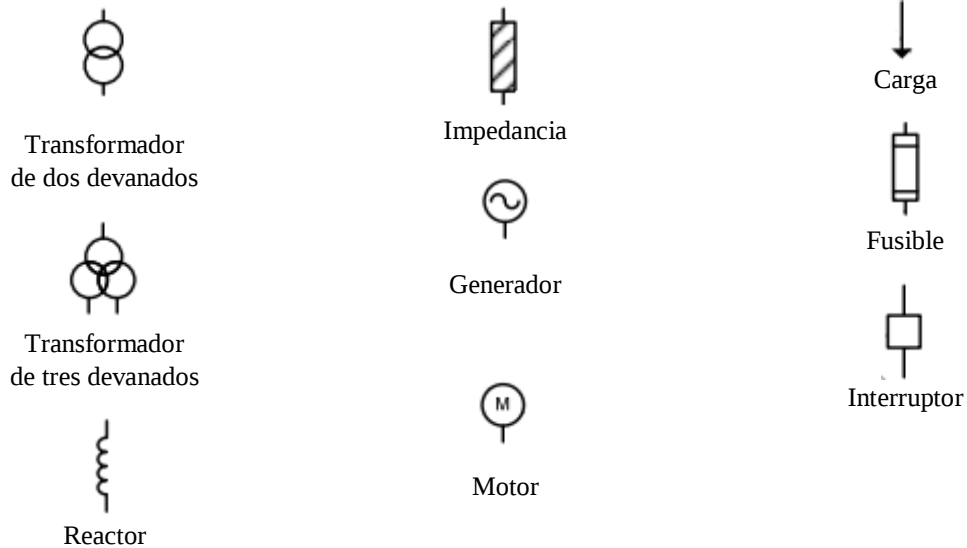


Figura I.5. Diagrama Unifilar Sistema Multi-máquina

Algunos elementos que acompañan los diagramas unifilares, se pueden observar a continuación:



1.6.1. Diagrama de Impedancias y Diagrama de Reactancias

Para comprender y estudiar el comportamiento en condiciones normales de operación o en condiciones de fallos, el diagrama unifilar del SEP se transforma en un diagrama de impedancias que muestra el circuito equivalente de cada componente. Ahora bien, el diagrama de reactancias se resume sencillamente, en despreciar las resistencias del diagrama de impedancias, como se ilustra a continuación en la (Figura I.6).

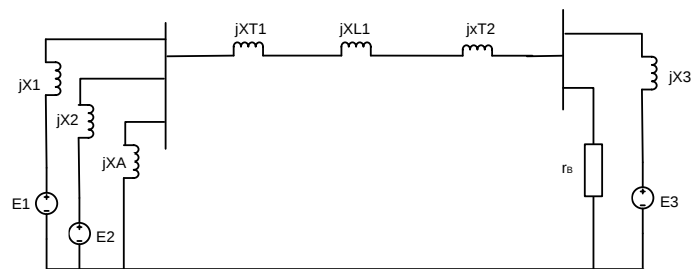


Figura I.6. Diagrama de reactancias de un sistema eléctrico de potencia

II. Capítulo 2: Cálculos en Sistemas por Unidad (p.u.)

Una etapa previa al análisis detallado de un sistema eléctrico de potencia es el “a dimensionamiento y “normalización” de cada una de las magnitudes eléctricas dadas en el sistema. Lo anterior, se realiza dividiendo el valor de cualquier variable por un valor “base” o de “referencia” (Expósito).

Siendo A cualquier valor de una variable, se puede decir, como se observa en la ecuación (2.1):

$$A_{p.u} = \frac{A}{A_{Base}} \quad (2.1)$$

Estos valores base corresponden usualmente a las principales variables del sistema, las cuales se denotarán así: Tensión (V_B), Corriente (I_B), Impedancia (Z_B), Potencia Aparente (S_B).

Debido a que todos los valores “base” mencionados anteriormente se relacionan a través de ecuaciones eléctricas básicas. Para los cálculos en por unidad solo es posible fijar dos valores de referencia libremente, el resto quedarán determinados por éstos. Por regla general, suelen tomarse como magnitudes base la tensión en un punto del sistema V_B y la potencia común en todo el sistema S_B .

2.1. Sistemas Monofásicos

Dados los valores base de tensión V_B y potencia S_B , es posible determinar, como se ilustra en las ecuaciones (2.2) y (2.3):

$$I_B = \frac{S_B}{V_B} \quad (2.2)$$

$$Z_B = \frac{V_B^2}{S_B} \quad (2.3)$$

2.2. Sistemas trifásicos

Para los sistemas trifásicos se obtienen las magnitudes base de forma muy similar a las de un sistema monofásico. Para esto, se toma como tensión base la tensión de línea en un punto del sistema (V_B) y como potencia base una potencia trifásica común para todo el sistema (S_B). Obteniendo así los valores base de intensidad de corriente y de impedancia, como se ilustra en las ecuaciones (2.4) y (2.5):

$$I_B = \frac{S_B}{\sqrt{3}V_B} \quad (2.4)$$

$$Z_B = \frac{V_B^2}{S_B} \quad (2.5)$$

Es necesario tener en cuenta el tipo de conexión del sistema trifásico en general, es decir, si el sistema está conectado en estrella o en delta, siguiendo la tabla II.1. Ecuaciones eléctricas para sistemas en estrella y delta.

Tabla II.1. Ecuaciones Eléctricas para Sistemas en Estrella y Delta

Variable	Sistema en Estrella	Sistema en Delta
Tensión	$V_l = \sqrt{3}V_f$	$V_l = V_f$
Corriente	$I_l = I_f$	$I_l = \sqrt{3}I_f$
Potencia	$S_{3\phi} = 3V_f I_f = \sqrt{3}V_l I_l$	$S_{3\phi} = 3V_f I_f = \sqrt{3}V_l I_l$

2.3. Magnitudes en por unidad y cambio de bases

Con base en los apartados anteriores, calcular el valor por unidad de cada una de las variables eléctricas de un sistema de potencia, se reduce en aplicar la ecuación 2.1, como se ilustra a continuación en las ecuaciones (2.6), (2.7) y (2.8):

$$V_{p.u} = \frac{V}{V_B} \quad (2.6)$$

$$I_{p.u} = \frac{I}{I_B} \quad (2.7)$$

$$Z_{p.u} = \frac{Z}{Z_B} \quad (2.8)$$

Si en el sistema de potencia a estudiar existen transformadores, se deben establecer tantas tensiones base como zonas eléctricas establezcan los transformadores. Estas tensiones base se hallan teniendo en cuenta la relación de transformación, como se ilustra en la ecuación (2.9):

$$V_{BPrim} = aV_{BSec} \quad (2.9)$$

Siendo a la relación de transformación, V_{BPrim} la tensión base del primario del transformador y V_{BSec} la tensión base del secundario del transformador.

Aplicando la ecuación 2.9 se elimina la relación de transformación del sistema en por unidad y los diferentes niveles de tensión en cada zona de transformación.

Ahora bien, cuando las impedancias de las máquinas y transformadores se encuentran en por unidad o en términos porcentuales, es necesario unificar las bases del sistema como se demuestra a continuación en la ecuación (2.10):

Considerando:

$$Z_{1PU} = \frac{Z_{real}}{Z_{base1}}$$

$$Z_{2PU} = \frac{Z_{real}}{Z_{base2}}$$

Igualando Zreal:

$$Z_{1PU} = Z_{base1} = Z_{2PU} * Z_{base2}$$

$$Z_{2\text{ PU}} = Z_{1\text{ PU}} * \frac{Z_{\text{base1}}}{Z_{\text{base2}}} = Z_{1\text{ PU}} * \frac{\frac{Vb_1^2}{Sb_1}}{\frac{Vb_2^2}{Sb_2}}$$

$$Z_{2\text{ PU}} = Z_{1\text{ PU}} \left(\frac{Vb_1^2}{Vb_2^2} \right) \left(\frac{Sb_2}{Sb_1} \right)$$

$$Z_{\text{nuevo PU}} = Z_{\text{viejo PU}} \left(\frac{Vb_{\text{viejo}}}{Vb_{\text{nuevo}}} \right)^2 \left(\frac{Sb_{\text{nuevo}}}{Sb_{\text{viejo}}} \right) \quad (2.10)$$

2.4. Ejemplos

1. Tres motores de tensión nominal 6.9 kV están conectados a la misma barra. Los motores tienen las siguientes características:

Motor 1: 5500KVA; FP = 0.8; motor síncrono, $X'' = 17\%$

Motor 2: 2550KVA; FP = 1.0; motor síncrono, $X'' = 15\%$

Motor 3: 3500KVA; motor de inducción, $X'' = 20\%$

Expresar las reactancias subtransitorias de estos motores por unidad, respecto a una base de 10 MVA, 6.6 kV.

Solución:

- I. Construir el diagrama unifilar, de acuerdo a las especificaciones dadas en el ejercicio.

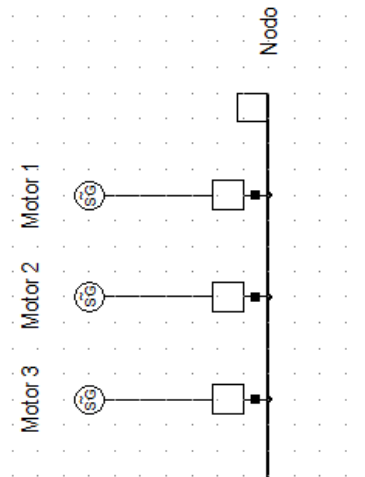


Figura II.1. Diagrama unifilar ejemplo 1 Sistemas por unidad

- II. Calcular las reactancias para cada uno de los motores con la base especificada por el ejercicio, siguiendo la ecuación 1.10.

$$Z_{M1p.u} = 0,17j \left(\frac{6,9kV}{6,6kV} \right)^2 \left(\frac{10MVA}{5,5MVA} \right) = j0,3378 \text{ p.u}$$

$$Z_{M2p.u} = 0,15j \left(\frac{6,9kV}{6,6kV} \right)^2 \left(\frac{10MVA}{2,55MVA} \right) = j0,6429 \text{ p.u}$$

$$Z_{M3p.u} = 0,20j \left(\frac{6,9kV}{6,6kV} \right)^2 \left(\frac{10MVA}{3,5MVA} \right) = j0,6245 p.u$$

2. En el circuito de la figura 4, la tensión en el nodo degeneración es de 13.2 kV y las características de placa de los transformadores son las indicadas en la tabla.

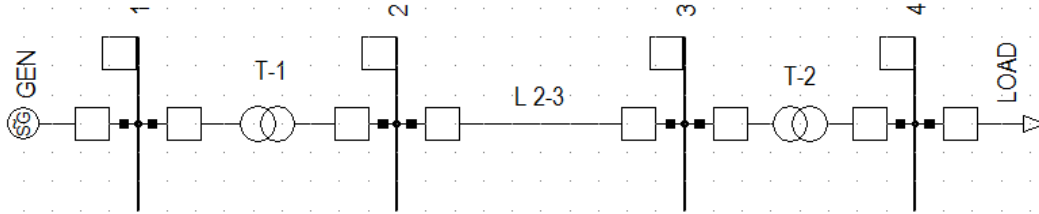


Figura II.2. Diagrama unifilar ejemplo 2 Sistemas por unidad

La tabla 1.2 muestra las tensiones y potencia de cada uno de los transformadores del diagrama unifilar.

Tabla II.2. Datos ejemplo 2 Sistemas por unidad

Transformador	Conexión y tensiones en kV	S_B en MVA	X%
T-1	$\Delta - Y$ 13.2/132	5	10
T-2	$Y - \Delta$ 138/69	10	8

Sabiendo que la impedancia de línea es $z_l = 10 + j100 \Omega$, y la de carga $z_c = 300 \Omega$, determinar las intensidades en toda la red, la tensión en la carga y la potencia consumida por esta.

Solución:

- I. Para la solución de este ejercicio se tomarán como tensión base y potencia base:

$$V_{Base\ Linea} = 138\ kV$$

$$S_{Base\ Linea} = 10\ MVA$$

- II. Referir todos los voltajes a las bases nuevas:

$$V_{BGEN} = \frac{13.2}{132} * 138 = 13.8\ kV$$

$$V_{BLOAD} = \frac{69}{138} * 138 = 69\ kV$$

- III. Calcular las Impedancias base:

$$Z_{BGEN} = \frac{13.8^2}{10} = 19.044\Omega$$

$$Z_{BL2-3} = \frac{138^2}{10} = 1904.4\Omega$$

$$Z_{BLOAD} = \frac{69^2}{10} = 476.1\Omega$$

- IV. Calcular las Intensidades bases:

$$I_{BGEN} = \frac{10}{\sqrt{3} * 13.8} = 0.418\ kA$$

$$I_{BL2-3} = \frac{10}{\sqrt{3} * 138} = 0.042 kA$$

$$I_{LOAD} = \frac{10}{\sqrt{3} * 69} = 0.084 kA$$

V. Definidos los valores base, se procede a transformar los datos de la red en por unidad.

- **Impedancia de línea:**

$$Z_{L2-3} = \frac{10 + j100}{1904.4\Omega} = 0.005251 + j0.5251 \text{ p.u}$$

- **Impedancia de carga:**

$$Z_{LOAD} = \frac{300}{476.1\Omega} = 0.63 \text{ p.u}$$

- **Reactancia de T-1:**

$$X_{T-1} = 0.1 \left(\frac{10}{5} \right) * \left(\frac{13.2}{13.8} \right)^2 = j0.183 p.u$$

- **Reactancia de T-2:**

$$X_{T-2} = 0.08 \left(\frac{10}{10} \right) * \left(\frac{69}{69} \right)^2 = j0.08 p.u$$

VI. Calcular la tensión en la barra 1.

$$V_1 = \frac{13.2}{13.8} = 0.957$$

VII. Aplicar la segunda ley de Kirchhoff y calcular la intensidad de corriente, así:

$$V_1 = (X_{T1} + Z_L + X_{T2} + Z_C) * I$$

$$0.957 \angle 0 = (0.635 + j0.315) * I$$

$$I = 1.348 \angle -26.4 A$$

VIII. Con la corriente se deduce la potencia y la tensión de la carga.

$$V_4 = Z_C * I$$

$$V_4 = 0.63 \text{ p.u} * 1.348 \angle -26.4 A$$

$$S_4 = V_4 I^*$$

$$S_4 = 1.146$$

IX. Calculando en valores reales los resultados anteriores:

- Corriente por el generador $I = 1.348 * I_{BGEN} = 0.564 kA$
- Corriente por la línea $I = 1.348 * I_{BL2-3} = 0.056 kA$
- Corriente por la carga $I = 1.348 * I_{LOAD} = 0.113 kA$
- Tensión en la carga $V_4 = 0.85 V_{LOAD} = 58.625 kV$
- Potencia en la carga $P_4 = 1.146 S_B = 11.456 MW$

3. En la red de la figura 1 se desea mantener 66 kV en el barraje 5, Si la potencia en a cargas del barraje 2 y el barraje 5 son respectivamente $S_1 = 150 + j60 MVA$; $S_2 = 120 + j60 MVA$

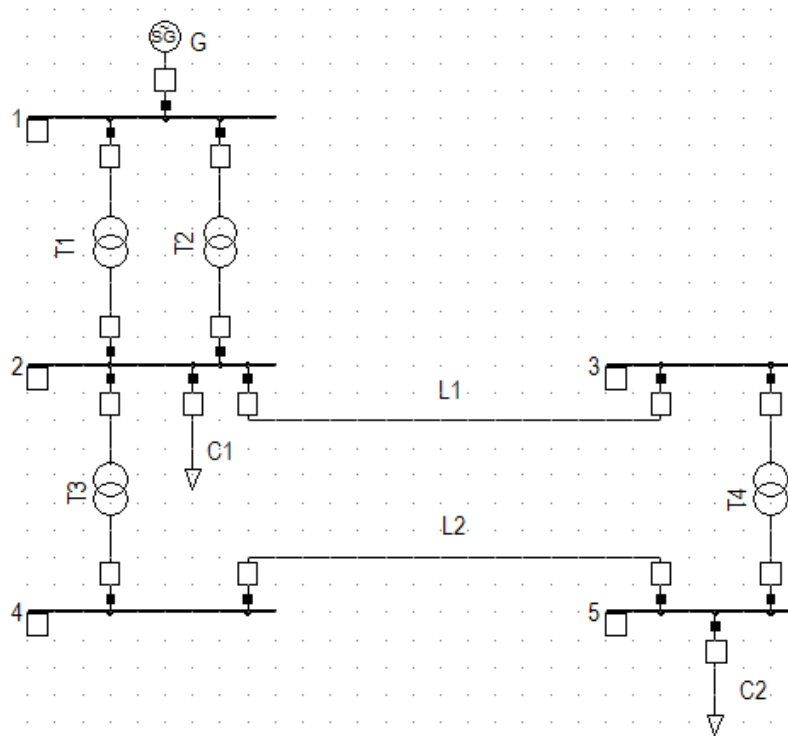


Figura II.4. Diagrama unifilar ejemplo 4 Sistemas por unidad

A continuación, la tabla 1.3 muestra los datos de cada uno de los elementos del sistema:

Tabla II.4. Datos Ejemplo 4 Sistemas por unidad

Elemento	$V_{nom}(kV)$	$S_B(MVA)$	Impedancia
Transformador 1	21/230 conexión Y-Y	150	$X_{CC} = 0,1 p.u$
Transformador 2	21/230 conexión Y-Y	150	$X_{CC} = 0,1 p.u$
Banco de transformadores (3)	132,8/38 conexión Y-Y	50	$X_{CC} = 0,1 p.u$
Banco de transformadores (4)	132,8/38 conexión Y-Y	50	$X_{CC} = 0,1 p.u$
Línea 2-3	-	-	$Z = j60\Omega$
Línea 4-5	-	-	$Z = j60\Omega$

Zona de generación:

$$S_{base} = 300MVA$$

$$V_{base} = 25KV$$

Zona L_1

$$S_{base} = 300MVA$$

$$V_{base-L1} = 25KV * \frac{230KV}{21KV} = 273,8095KV$$

Zona L_2

$$S_{base} = 300MVA$$

$$V_{base-L2} = 273,8095KV * \frac{38KV * \sqrt{3}}{132,8KV * \sqrt{3}} = 78,3491KV$$

Se realiza cambios de base

$$X_{pu-Nueva} = X_{pu-Vieja} * \left(\frac{S_{base-nueva}}{S_{base-vieja}} \right) * \left(\frac{S_{base-nueva}}{S_{base-vieja}} \right)^2$$

$$X_{T1pu} = 0,1 * \left(\frac{300MVA}{150MVA} \right) \left(\frac{21KV}{25KV} \right)^2 = 0,1411 pu$$

$$X_{T2pu} = 0,1 * \left(\frac{300MVA}{150MVA} \right) \left(\frac{230KV}{273,8095KV} \right)^2 = 0,1411 pu$$

$$X_{T3pu} = 0,1 * \left(\frac{300MVA}{150MVA} \right) \left(\frac{38KV * \sqrt{3}}{78,3491KV} \right)^2 = 0,141 pu$$

$$X_{T4pu} = 0,1 * \left(\frac{300MVA}{150MVA} \right) \left(\frac{132,8KV * \sqrt{3}}{273,8095KV} \right)^2 = 0,1411 pu$$

Se pasan a pu las impedancias de la línea

$$Z_{L2-3 pu} = \frac{Z_{L2-3 real}}{Z_{base}} = \frac{Z_{L2-3 real}}{\frac{(V_{base})^2}{300MVA}} = j2,9322 pu$$

Se obtiene el siguiente modelo, el cual se observa en la Figura II.5. modelo equivalente de impedancias con valores en por unidad ejemplo 4:

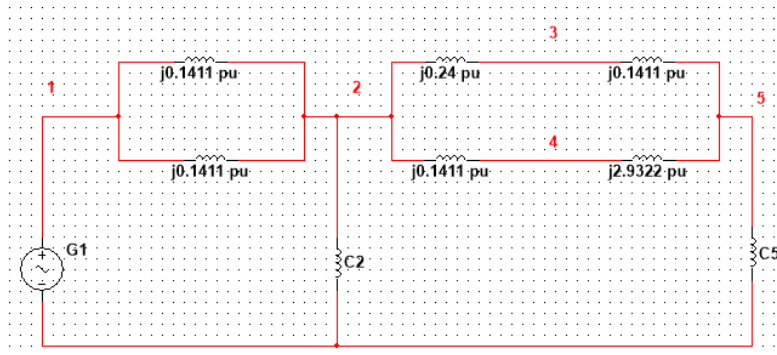


Figura II.5. modelo equivalente de impedancias con valores en por unidad ejemplo 4

Simplificando un poco se obtiene el modelo que se puede observar en la figura II.6:

$$\frac{j0,1411 * j0,1411}{j0,1411 + j0,1411} = j70,55 \times 10^{-3} pu$$

$$\frac{j0,3811 * j3,0733}{j0,3811 + j3,0733} = j0,339 pu$$

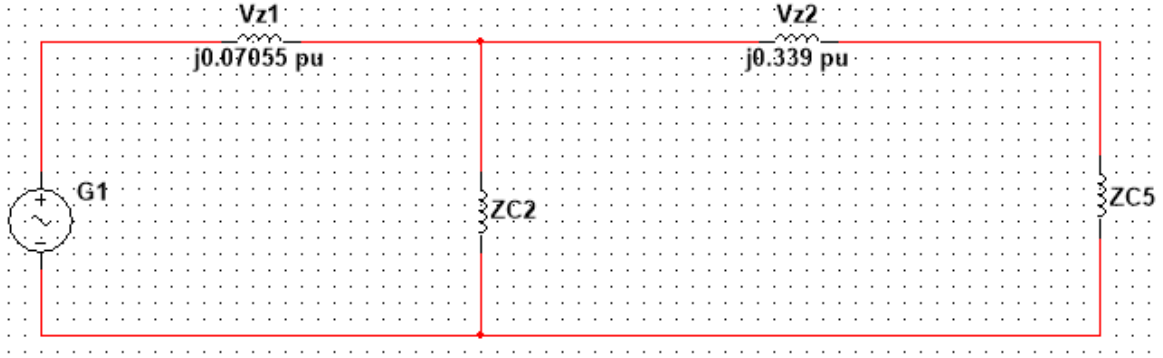


Figura II.6. modelo equivalente de impedancias con valores en por unidad ejemplo 4

$$S_5 = V_5 I_5^* = V_5 \left(\frac{V_5^*}{Z_{C5}^*} \right) = \frac{(V_5)^2}{Z_{C5}^*}$$

$$Z_{C5}^* = \frac{(V_5)^2}{S_5}$$

$$\frac{(V_5)^2}{S_5^*} = \frac{(38KV\sqrt{3})^2}{(120 - j60)MVA} = \frac{(66, KV)^2}{(120 - j60)MVA} = 32,4677 \angle 26,5651 \Omega$$

$$Z_{C5 pu} = \frac{Z_{C5 real}}{Z_{base}} = \frac{32,4677 \angle 26,5651 \Omega}{\frac{(78,3491KV)^2}{300MVA}} = 1,5867 \angle 26,5651 \Omega$$

$$V_5 pu = \frac{V_5 real}{V_5 base l2} = \frac{38KV \sqrt{3}}{78,3491KV} = \frac{66KV}{78,3491KV} = 0,8423 pu$$

$$I_5 pu = \frac{S_5 pu^*}{V_5 pu^*} = \frac{0,4 - j0,2}{0,8423} = 0,5309 \angle -26,5651 pu$$

$$V_{C2} = V_5 + V_{Z2} = V_5 + (I_5 * j0,339) = 0,9228 + j0,1609 pu = 0,9367 \angle 9,895 pu$$

$$Z_{C2} = \frac{V_2^2}{S_2^*} = \frac{(0,9366)^2}{0,5 - j0,2} = 1,629 \angle 21,8014$$

$$I_2 = \frac{V_2}{Z_{C2}} = \frac{0,9366 \angle 9,8917 pu}{1,629 \angle 21,8014} = 0,5747 \angle -11,9097 pu$$

$$I = I_2 + I_5 = 0,5625 - j0,1186 + 0,4748 - j0,22374 = 1,0373 - j0,356 \text{ pu}$$

$$V_{Z1} = I * j70,55 \times 10^{-3} = 77,3714 \times 10^{-3} \angle 72,078 \text{ pu}$$

$$V_1 = V_{Z1} + V_{c2} = 25,1158 \times 10^{-3} + j73,181 \times 10^{-3} + 0,9227 + j0,1609$$

$$V_1 = 0,9762 \angle 13,8682 \text{ pu}$$

$$|V_1| = 0,9762 \text{ pu} * 25 \text{ KV} = 24,405 \text{ KV}$$

5. En la red interconectada nacional existen transformadores trifásicos de tres devanados por fase como el indicado con el diagrama unifilar de la Figura II.7 (a). De los datos de diseño consignados en la placa característica se tiene:

p	s	T
400MVA	180MVA	40MVA
13.2kV	115kV	34.5kV

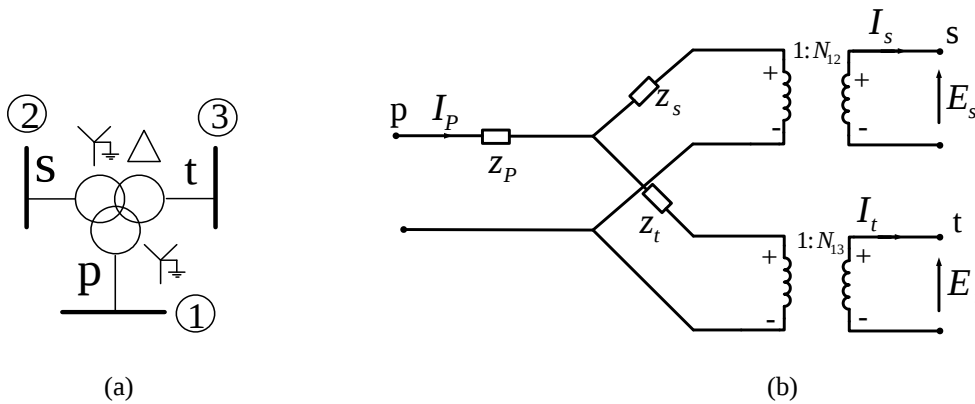


Figura II.7. Transformador tridevanado interconectando en el sistema de potencia a las barras 1-2 y 3 (a) Diagrama Unifilar (b) Circuito Monofásico equivalente

Un circuito monofásico equivalente, con transformadores ideales entre devanados, se muestra con la Figura II.7 (b). El circuito equivalente mostrado en la Figura 2 es adecuado para estudios de desbalance y fallas por cortocircuito en el sistema de potencia. Mientras el circuito equivalente mostrado con la Figura II.8 es adecuado para estudios de Flujo de potencia.

Determine los valores en por unidad de las impedancias Z_p , Z_s y Z_t para el circuito monofásico equivalente mostrado con la Figura II.6 y sobre la base 100MVA, 13.2kV en la barra 2 si al realizar los ensayos de rutina un transformador tridevanado se obtienen los datos indicados en la Tabla II.5.

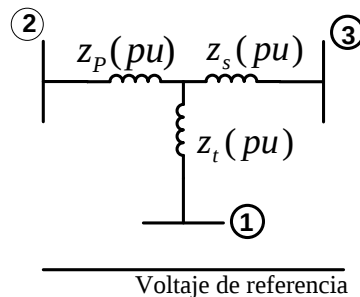


Figura II.8. Circuito monofásico equivalente con valores en por unidad

Tabla II.5. Datos de ensayo de rutina para pérdidas con carga los valores porcentuales están sobre las bases indicadas

$Z_{ps} = 5.413\% (175\text{MVA}, 13\text{kV})$
$Z_{pt} = 10.08\% (40\text{MVA}, 13.2\text{kV})$
$Z_{st} = 8.05\% (35\text{MVA}, 115\text{kV})$

- En ningún caso en el ensayo de pérdidas con carga se debe superar la menor de las dos potencias de los devanados comprometidos: por ejemplo, entre el devanado primario y secundario no se podrá superar los 10MVA al lograr la corriente nominal.

p	s	t
400MVA	180MVA	40MVA
13.2kV	115kV	34.5kV

Solución

Mediante el uso del circuito equivalente monofásico mostrado con la Figura II.8 (b) se puede saber que, al realizar los ensayos de cortocircuito para medición de pérdidas con carga, las ecuaciones obtenidas son las que se observan a continuación (2.11), (2.12) y (2.13)

$$Z_{ps} = Z_p + Z_s \quad (\text{Ohmios primarios}) \quad (2.11)$$

$$Z_{pt} = Z_p + Z_t \quad (\text{Ohmios primarios}) \quad (2.12)$$

$$Z_{st} = (Z_s + Z_t) / (V_p / V_s)^2 = (Z_s + Z_t) (N_{12})^2 \quad (\text{Ohmios secundarios}) \quad (2.13)$$

Dividiendo sobre la impedancia base correspondiente a los ohmios medidos se obtienen las ecuaciones en pu, como se ilustran a continuación (2.14), (2.15) y (2.16)

$$Z_{ps}(pu) = \frac{Z_{ps}}{Z_{bp}} = \frac{Z_p + Z_s}{Z_{bp}} = (Z_p + Z_s)(pu) \quad (2.14)$$

$$Z_{pt}(pu) = \frac{Z_{pt}}{Z_{bp}} = \frac{Z_p + Z_t}{Z_{bp}} = (Z_p + Z_t)(pu) \quad (2.15)$$

$$Z_{st}(pu) = \frac{Z_{st}}{Z_{bs}} = \frac{(Z_s + Z_t) / (V_p / V_s)^2}{Z_{bs}} = \frac{(Z_s + Z_t)}{Z_{bp}} = (Z_s + Z_t)(pu) \quad (2.16)$$

Donde

Z_{bp} es la impedancia base primaria

Z_{bs} es la impedancia base secundaria

Los valores medidos expresados ahora en por unidad, ecuaciones (2.14), (2.15) y (2.16), permiten plantear el sistema de ecuaciones que se observa a continuación (2.17)

$$\begin{bmatrix} Z_{ps}(pu) \\ Z_{pt}(pu) \\ Z_{st}(pu) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_p(pu) \\ Z_s(pu) \\ Z_t(pu) \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Al resolver matricialmente se obtiene la solución en p.u para las impedancias Z_p , Z_s y Z_t , como se ilustra en la ecuación (2.18):

$$\begin{bmatrix} Z_p(pu) \\ Z_s(pu) \\ Z_t(pu) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{ps}(pu) \\ Z_{pt}(pu) \\ Z_{st}(pu) \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Que son los valores en p.u que se utilizarían para un Circuito monofásico equivalente como el mostrado con la Figura II.6.

Para modelar de acuerdo al circuito equivalente solicitado, se deben calcular todas las impedancias en por unidad sobre la base de estudio. Se deduce entonces que se debe realizar cambio de base pues los valores presentados en la Tabla 1 no corresponden a la base de estudio solicitada 15MVA y 57.39kV en la barra 1.

Cambio de base

$$Z_{ps}(pu) = \frac{5.413\%}{100} \left(\frac{13kV}{13.2kV} \right)^2 \left(\frac{100MVA}{175MVA} \right) = 0.030 pu$$

$$Z_{pt}(pu) = \frac{10.08\%}{100} \left(\frac{13.2kV}{13.2kV} \right)^2 \left(\frac{100MVA}{40MVA} \right) = 0.252 pu$$

$$Z_{st}(pu) = \frac{8.05\%}{100} \left(\frac{115kV}{115kV} \right)^2 \left(\frac{100MVA}{35MVA} \right) = 0.230 pu$$

Reemplazando en la ecuación 8 se pueden obtener las soluciones para Z_p , Z_s y Z_t

$$\begin{bmatrix} Z_p(pu) \\ Z_s(pu) \\ Z_t(pu) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.030 \\ 0.252 \\ 0.230 \end{bmatrix}$$

De donde:

$$\begin{bmatrix} Z_p(pu) \\ Z_s(pu) \\ Z_t(pu) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.026 \\ 0.004 \\ 0.226 \end{bmatrix}$$

El circuito monofásico equivalente en p.u modelado como diagrama de impedancias es el mostrado con la Figura II.9.

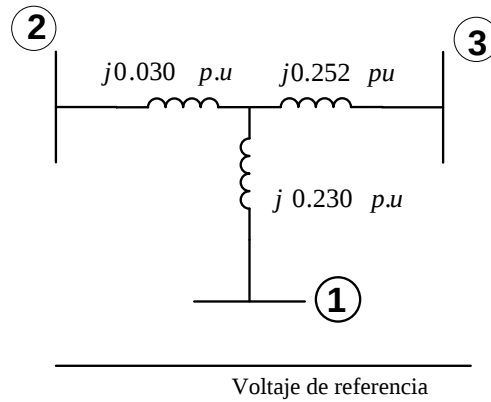


Figura II.9. Circuito monofásico equivalente de impedancias con valores en por unidad

III. Capítulo 3: Análisis de Flujo de Potencia

El flujo de carga o flujo de potencia, consiste en evaluar el punto de operación de estado estacionario (tensiones entre nodos, potencia activa y reactiva a través de cada uno de los nodos del sistema) de un sistema de potencia para unas condiciones de generación, carga, configuración de red determinada. (Syder A, 1991)

El flujo de carga se fundamenta en el balance de potencia, el cual se demuestra en la ecuación (3.1) que se puede observar a continuación:

$$\sum_{i=1}^n S_{gi} = \sum_{i=1}^n S_{di} + \text{Perdidas} \quad (3.1)$$

Donde:

S_{gi} = Potencias aparente generada en el nodo i S_{di} = Potencias aparente demandadas en el nodo i

$$S_{gi} = P_{gi} + jQ_{gi} \quad (3.2) \quad S_{di} = P_{di} + jQ_{di} \quad (3.3)$$

A continuación, se ilustra en la figura III.1 el diagrama unifilar para balances de potencias

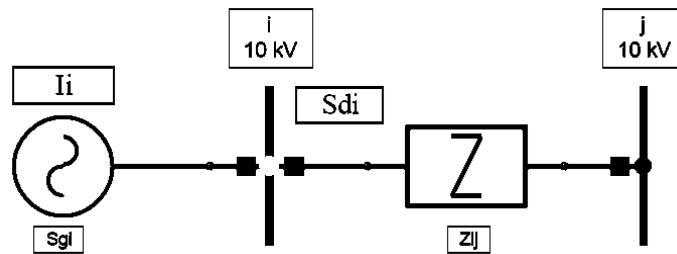


Figura III.1. Diagrama unifilar para balance de potencias

Expresando la tensión de los nodos de la figura III.1 de forma exponencial, se obtiene la ecuación (3.4):

$$V_i = V_i e^{j\delta_i} \quad V_j = V_j e^{j\delta_j} \quad (3.4)$$

Expresando la ecuación (3.4) de forma rectangular, se obtiene lo que se puede observar en la ecuación (3.5):

$$V_i = V_i \cos \delta_i + j \sin \delta_i \quad V_j = V_j \cos \delta_j + j \sin \delta_j \quad (3.5)$$

Ahora, si define la impedancia desde el nodo i hasta el nodo j , se obtiene la ecuación (3.6):

$$Z_{ij} = R_{ij} \pm jX_{ij} \quad (3.6)$$

De este modo, la admitancia está dada por la ecuación (3.7):

$$Y_{ij} = G_{ij} \pm jB_{ij} \quad (3.7)$$

Despejando la corriente I_i se obtiene de forma matricial la ecuación (3.8):

$$I_i = Y_{ij} V_j \quad (3.8)$$

Entonces, con base en el diagrama unifilar de la figura III.2 para el bus i la i – ésima las ecuaciones que se obtienen son las siguientes (3.9) y (3.10):

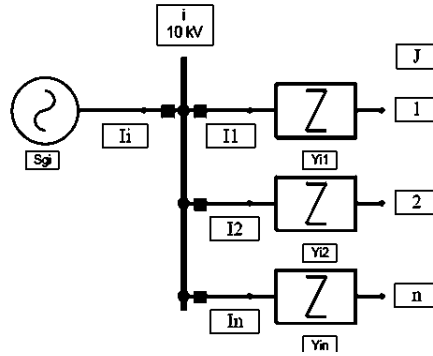


Figura III.2. Diagrama unifilar para balance de potencias

$$I_i = I_1 + I_2 + \dots + I_n \quad (3.9)$$

$$I_i = \sum_{j=1}^n Y_{ij} e^{j\theta_{ij}} V_j e^{j\delta_j} \quad j \neq i \quad (3.10)$$

La potencia compleja entregada al nodo i , se expresa en la ecuación (3.11):

$$S_i = P_i + jQ_i = V_i I_i^* \quad (3.11)$$

Conjugando la potencia compleja dada en la ecuación (3.11) y reemplazando la ecuación (3.10) en (3.11), se obtiene la ecuación (3.12):

$$S_i^* = P_i - jQ_i = V_i^* I_i = V_i e^{-j\delta_i} \sum_{j=1}^n Y_{ij} e^{j(\theta_{ij} + \delta_j)} = \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_i V_j e^{j(\delta_i - \delta_j + \theta_{ij})} \quad (3.12)$$

Expresando en términos de senos y cosenos, se obtiene la ecuación (3.13):

$$S_i^* = P_i - jQ_i = V_i^* I_i = \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_i V_j \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) + j \sin(\cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j)) \quad (3.13)$$

Separando la parte real y la parte imaginaria se obtienen las ecuaciones (3.14) y (3.15):

$$P_i = \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_i V_j \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (3.14)$$

$$Q_i = - \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_i V_j \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (3.15)$$

Las ecuaciones generales (3.16) y (3.17) de flujo de carga son las siguientes:

$$P_i = \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_i V_j \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (3.16)$$

$$Q_i = \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_i V_j \sin(-\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j) \quad (3.17)$$

3.1. Información obtenida de los estudios de flujo de potencia

Al realizar un estudio de flujo de potencia se obtendrán los voltajes presentes en los barrajes y los flujos en todas las ramas del circuito para una condición en específico. En un flujo de potencia se realizan una serie de iteraciones en las cuales se cambian ciertos parámetros en cada iteración, es decir, se realiza un cambio en el circuito como la adición o la sustracción de una línea o la apertura o cierre de un interruptor que cambia las condiciones iniciales de dicho circuito. Un flujo de potencia se realiza para ver el comportamiento que presenta la red al introducirle nuevas centrales generadoras, centrales de transformación o cargas al sistema, con esto se evalúa la capacidad de operación que se tiene y se define el rendimiento del mismo.

En un estudio de flujo de potencia se deben cumplir los siguientes criterios:

- I. Flujos de las líneas y centrales de transformación dentro de límites normales térmicos: Este ítem puede ser dividido de dos maneras, cuando el sistema presenta una sobrecarga temporal debido a la constante de tiempo térmico del equipo o a la capacidad adicional de los transformadores presentado una ventilación forzada

- II. Criterios de voltaje establecidos en la norma IEEE Std 141-1993: Este criterio consta de dos partes, un rango en el que se toma el voltaje para condiciones normales y otra, en el que el rango de voltaje estará basado en condiciones anormales del circuito
- III. La potencia reactiva generada debe estar definida dentro de los límites entregados por las curvas de capacidad del generador

Usualmente los estudios de flujos de potencia inician con una condición de operación de máxima carga para determinar si los voltajes y los flujos de potencia se encuentran dentro del rango máximo permisible, los demás casos de estudio serán realizados de acuerdo a las necesidades que presente el sistema, de ser encontrados problemas con los voltajes o algún tipo de sobrecarga presente en la red, se podrá realizar alguna de las siguientes condiciones para lograr un equilibrio en el sistema (Nagrath, 2003)

- I. Adición de líneas o centros de transformación
- II. Reubicación del sistema, es decir, reubicando cargas a otros barrajes o liberando cargas en las líneas
- III. Incremento en el voltaje de los generadores

3.2. Modelación de la red

En los estudios de cálculo de flujos de potencia cuando el sistema lo permita, se realizan modelos equivalentes sencillos, puesto que no reviste ninguna ventaja en utilizar una representación exacta de los elementos que componen el sistema. Los elementos son representados de la siguiente manera:

- Líneas de transmisión: Van ligadas a la longitud que posean, así las líneas de transmisión corta (<80 Km) serán representadas como una reactancia única en serie, y las líneas de transmisión de energía largas (>300 Km) se modelarán como un circuito Pi (π) equivalente
- Generadores: se representan usualmente como fuentes de PV o PQ, y suelen representarse por una impedancia propia conectada en serie al voltaje interno del generador
- Transformadores: Para un transformador de dos vanos, se suele representar con el uso de la reactancia en cortocircuito conectada y serie con un transformador ideal. Para el caso de un transformador tridevanado, tomando sin carga el tercer vano o con una carga de muy bajo valor, será representado por la impedancia de corto circuito.

3.3. Matiz de Admitancias (Ybus)

Para obtener la matriz de admitancias de un sistema de potencia, es necesario hallar las ecuaciones de tensión en cada nodo. Considere el sistema de la (figura III.3), las impedancias están expresadas en por unidad con una base común de potencia aparente en MVA y se desprecian resistencias de cada una de las líneas para simplificar cálculos.

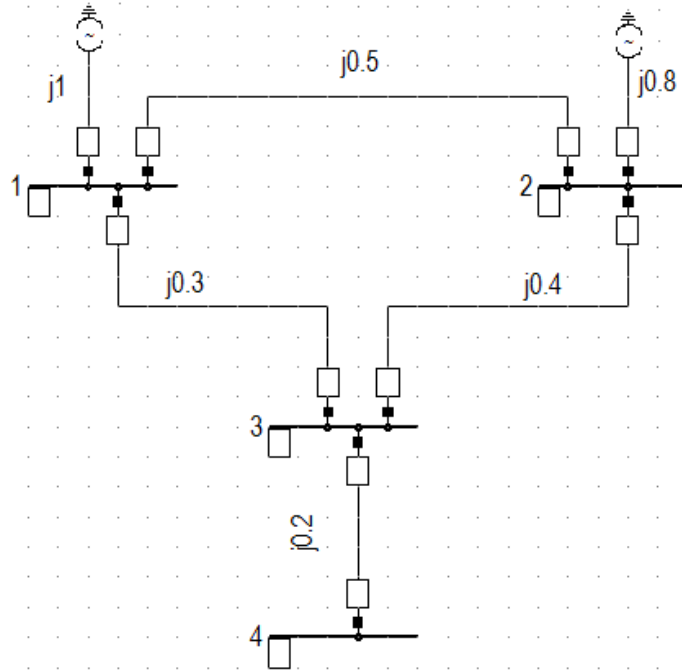


Figura III.3. Diagrama Unifilar para cálculo de Matriz de Admitancias

Usando la ley de Kirchhoff de corrientes, se calculan las ecuaciones para cada uno de los nodos, se hace la conversión de cada impedancia a admitancia. Teniendo como resultado (3.18):

$$y_{ij} = \frac{1}{r_{ij} + jx_{ij}} \quad (3.18)$$

Donde:

- y_{ij} corresponde a la admitancia desde el nodo i al nodo j
- $(r_{ij} + jx_{ij})$ corresponde a la impedancia desde el nodo i al nodo j .

Calculando las ecuaciones de cada nodo, se tiene:

Nodo 1:

$$I_1 = y_{10}V_1 + y_{12}(V_1 - V_2) + y_{13}(V_1 - V_3)$$

Nodo 2:

$$I_2 = y_{20}V_2 + y_{12}(V_2 - V_1) + y_{23}(V_2 - V_3)$$

Nodo 3:

$$0 = y_{23}(V_3 - V_2) + y_{13}(V_3 - V_1) + y_{34}(V_3 - V_4)$$

Nodo 4:

$$0 = y_{34}(V_4 - V_3)$$

Reorganizando las ecuaciones de nodo:

Nodo 1:

$$I_1 = (y_{10} + y_{12} + y_{13})V_1 - y_{12}V_2 - y_{13}V_3$$

Nodo 2:

$$I_2 = -y_{12}V_1 + (y_{20} + y_{12} + y_{23})V_2 - y_{23}V_3$$

Nodo 3:

$$0 = -y_{13}V_1 - y_{23}V_2 + (y_{13} + y_{23} + y_{34})V_3 - y_{34}V_4$$

Nodo 4:

$$0 = -y_{34}V_3 + y_{34}V_4$$

La (Figura III.4), muestra el diagrama de admitancias del sistema eléctrico de potencia de la (Figura III.3).

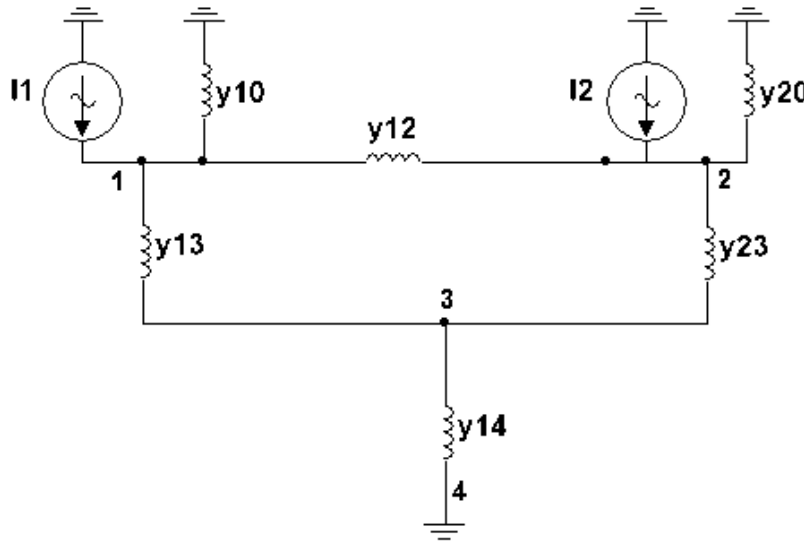


Figura III.4. Diagrama de Admitancias para cálculo de Matriz Ybus

Reescribiendo los términos que acompañan las tensiones en los nodos, se tiene:

$$\begin{aligned} Y_{11} &= y_{10} + y_{12} + y_{13} & Y_{12} &= Y_{21} = -y_{12} \\ Y_{22} &= y_{20} + y_{12} + y_{23} & Y_{13} &= Y_{31} = -y_{13} \\ Y_{33} &= y_{13} + y_{23} + y_{34} & Y_{23} &= Y_{32} = -y_{23} \\ Y_{44} &= y_{34} & Y_{34} &= Y_{43} = -y_{34} \end{aligned}$$

Reemplazando en las ecuaciones de nodo originales:

Nodo 1:

$$I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 + Y_{13}V_3 + Y_{14}V_4$$

Nodo 2:

$$I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 + Y_{23}V_3 + Y_{24}V_4$$

Nodo 3:

$$I_3 = Y_{31}V_1 + Y_{32}V_2 + Y_{33}V_3 + Y_{34}V_4$$

Nodo 4:

$$I_4 = Y_{41}V_1 + Y_{42}V_2 + Y_{43}V_3 + Y_{44}V_4$$

Es de aclarar, que, para el sistema analizado en este caso, $Y_{14} = 0$ así mismo $Y_{24} = Y_{42} = 0$

Entonces, calculando la matriz Y_{Bus} para el sistema de potencia de la figura III.4:

$$Y_{Bus} = \begin{bmatrix} -6,333j & 2j & 3,333j & 0 \\ 2j & -5,75j & 2,5j & 0 \\ 3,333j & 2,5j & -10,8333j & 5j \\ 0 & 0 & 5j & -5j \end{bmatrix}$$

Con base en el planteamiento anterior, para una red general de n nodos, la ley de corrientes de Kirchhoff se puede escribir en términos generales, como la ecuación (3.19):

$$I = Y_{Bus}V \quad (3.19)$$

De forma matricial, se obtiene la ecuación (3.20):

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_i \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1i} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2i} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{i1} & Y_{i2} & \cdots & Y_{ii} & \cdots & Y_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{ni} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_i \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

3.3.1. Características de la matriz Admitancia de barraje

Para realizar un correcto dimensionamiento de la matriz Ybus hay varias características a tener en cuenta:

- Es una matriz singular, con determinante nulo y no tiene inversa
- La matriz Ybus es una matriz cuadrada de orden n con n barras conectadas al sistema
- La matriz es simétrica respecto a su diagonal: $Y_{ij}=Y_{ji}$
- Las admitancias ubicadas en la diagonal principal de la matriz Ybus tienen signo negativo, y las admitancias ubicadas fuera de esta, son de signo positivo

3.3.2. Tipos de Nodos

En los sistemas eléctricos de potencia, los nodos se dividen en tres tipos:

- **Nodo de generación o de voltaje controlado PV:**

En este tipo de barraje se especifica normalmente la potencia activa y el módulo de la tensión. Con los barrajes de generación es razonable especificar P y V, debido a que esos valores son cantidades controlables a través del generador y la excitatriz, respectivamente. Las incógnitas en este tipo de barra son el ángulo del voltaje y la potencia reactiva total inyectada a la barra (Q, δ).

- **Nodo de carga o barraje PQ:**

Cuando se tiene este tipo de barrajes los datos que se conocen son la potencia activa y la potencia reactiva totales inyectadas a la barra (P_i, Q_i). En este tipo de barrajes las incógnitas que se persiguen encontrar por el estudio de flujo de carga son el módulo y el ángulo de la tensión (V, δ).

- **Nodo compensador, Slack, Swing o referencia:**

En este tipo de nodo, se especifica V y δ , como se tiene un ángulo específico en ese nodo, este valor debe mantenerse constante durante la solución del flujo de potencia, debido a que este ángulo es la referencia de todo el sistema. Este tipo de barraje puede denominarse como bus de referencia, pues la potencia activa P y la potencia reactiva Q , no se especifican, por lo tanto, su ajuste “cubre” las pérdidas de las líneas de transmisión. Normalmente al bus slack se le asigna el número uno o cero como referencia, a este nodo se conecta la generación principal del sistema. (Weedy, 1982)

3.4. Métodos Iterativos de Solución

3.4.1. Método de Gauss-Sediel

Supóngase un sistema de n ecuaciones algebraicas no lineales con n incógnitas ($x_1, x_2, \dots, x_n$) de las ecuaciones (3.21) (3.22) y (3.23):

$$f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (3.21)$$

$$f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (3.22)$$

$$f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (3.23)$$

Se procede a re-plantear el problema, despejando de cada ecuación una de las variables, creándose las funciones (3.24), (3.25) y (3.26):

$$x_1 = \phi_1(x_2, \dots, x_n) \quad (3.24)$$

$$x_2 = \phi_2(x_1, \dots, x_n) \quad (3.25)$$

$$x_n = \phi_n(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}) \quad (3.26)$$

Donde las funciones ϕ son las funciones resultantes de despejar de i -ésima variable de la i -ésima ecuación; es decir se obtienen las ecuaciones iterativas. Se supone una condición inicial para cada una de las incógnitas del problema, utilizando la ecuación (3.27).

$$x_0 = \begin{matrix} x_1(0) \\ x_2(0) \\ \vdots \\ x_n(0) \end{matrix} \quad (3.27)$$

Partiendo de estos valores iniciales se proceden a encontrar los siguientes por el uso de las ecuaciones iterativas (3.28):

$$x_n^{k+1} = \phi_n(x_1^{k+1}, x_2^{k+1}, \dots, x_{n-1}^{k+1}, x_n^k) \quad (3.28)$$

El método iterativo de Gauss-Seidel posee una convergencia más rápida, pero la naturaleza del método iterativo es crear una sucesión infinita de valores, que debe ser detenida por algún criterio, es común verificar luego de cada iteración el error cometido en esta contra la anterior, si el error entre dos iteraciones consecutivas es menor a una cota superior se detiene el proceso iterativo, el cual se puede demostrar con la ecuación (3.29)

$$X_1^{k+1} - X^k \leq \varepsilon \quad (3.29)$$

Gauss Seidel para Flujos de potencia

El método para resolver los flujos de carga parte de los valores conocidos inicialmente de tensiones en barras y potencias activas y reactivas. Se debe tener presente el tipo de barra que se encuentra en el sistema de potencia, debido a que las ecuaciones en este método presentan pequeñas variaciones muy importantes para el resultado final del flujo de potencia, lo cual se observa en la ecuación (3.30).

▪ Barra P-Q

$$V_i^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{ii}} \left[\frac{P_i - jQ_i}{V_i^{*(k)}} + \sum_{j=1, j \neq i}^n Y_{ij} V_j^{(k)} \right] \quad (3.30)$$

La sumatoria debe ser ordenadamente empleada, como se demuestra en la ecuación (3.31):

$$V_i^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{ii}} \left[\frac{P_i - jQ_i}{V_i^{*(k)}} + \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j^{(k+1)} + \sum_{j=i+1}^n Y_{ij} V_j^{(k)} \right] \quad (3.31)$$

Donde:

Y_{ii} Corresponde al valor de admitancia actual.

P_i, Q_i corresponde a la potencia activa y reactiva en por unidad.

Ahora, es necesario tener en cuenta que, según la escritura de la LCK, la corriente entrante al bus i se asume positiva. Por tal razón, para los nodos donde la potencia activa y reactiva se inyecta hacia el bus como los buses de generación P_i y Q_i se asumen positivos. Para los buses de carga donde la potencia activa y reactiva provienen desde otro nodo P_i y Q_i , tienen valores negativos.

Entonces, se tienen las siguientes ecuaciones (3.32) y (3.33):

$$P_i^{(k+1)} = \Re \left\{ V_i^{*(k)} \left[V_i^{*(k)} Y_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N Y_{ij} V_j^{(k)} \right] \right\} \quad j \neq i \quad (3.32)$$

$$Q_i^{(k+1)} = -Im \left\{ V_i^{*(k)} \left[V_i^{*(k)} Y_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N Y_{ij} V_j^{(k)} \right] \right\} \quad j \neq i \quad (3.33)$$

Para verificar el error se utiliza la siguiente ecuación (3.34):

$$V^{(k+1)} - V^{(k)} \leq \varepsilon \quad (3.34)$$

▪ Barra P-V

Para los buses PV donde los valores de P_i y $|V_i|$ se conocen, primero se resuelve la ecuación (3.33) para $Q_i^{(1+k)}$, luego se usa la ecuación (3.34) para resolver $V_i^{(k+1)}$. Sin embargo, ya que el valor de $|V_i|$ se conoce, solo la parte imaginaria de $V_i^{(k+1)}$, se mantiene constante, por lo que la parte real se selecciona en orden para satisfacer la siguiente ecuación (3.35):

$$(e_i^{(k+1)})^2 + (f_i^{(k+1)})^2 = |V_i|^2 \quad (3.35)$$

Si se despeja la parte real, se obtiene la ecuación (3.36):

$$e_i^{(k+1)} = \sqrt{|V_i|^2 - (f_i^{(k+1)})^2} \quad (3.36)$$

Donde $e_i^{(k+1)}$ y $f_i^{(k+1)}$ representan las componentes real e imaginaria de la tensión $V_i^{(k+1)}$ en la secuencia de iteración.

La realización de las iteraciones con el método de Gauss-Seidel continua hasta que los cambios entre las componentes real e imaginaria del voltaje en los barrajes cumplan con el valor de error permitido, este valor se determina a partir de las siguientes ecuaciones (3.37) y (3.38):

$$\left| e_i^{(k+1)} - e_i^{(k)} \right| \leq \varepsilon \quad (3.37)$$

$$\left| f_i^{(k+1)} - f_i^{(k)} \right| \leq \varepsilon \quad (3.38)$$

Coordenadas cartesianas

Escribiendo las ecuaciones de potencia en coordenadas cartesianas, se obtiene la siguiente ecuación (3.39):

$$p_k - jQ_k = |V_k|^2 y_{kk} + V_k \sum_{f=1}^n Y_{kf} * V_f \quad (3.39)$$

Se supone que los elementos de voltaje y de la matriz Ybus están expresados en coordenadas cartesianas de la siguiente forma

- $V_k = a_k + jb_k$
- $Y_{kk} = G_{kk} - jB_{kk}$
- $V_f = a_f + jb_f$
- $Y_{kj} = G_{kj} - jB_{kj}$

Tomando las ecuaciones presentadas y reemplazando en la ecuación (3.40) se obtiene:

$$P_k - jQ_k = |V_k|^2(G_{kk} - jB_{kk}) + \sum_{f=1}^n b_k(G_{kf}a_f - jB_{kf}b_f) + (a_k + jb_k) \quad (3.40)$$

Ahora igualando la parte real e imaginaria se obtienen las ecuaciones (3.41) y (3.42):

$$P_k = G_{kk}|V_k|^2 + \sum_{f=1}^n (G_{kf}a_f - B_{kf}b_f) + \sum_{f=1}^n b_k(G_{kf}b_f - B_{kf}a_f) \quad (3.41)$$

$$Q_k = B_{kk}|V_k|^2 + \sum_{f=1}^n a_{kk}(G_{kf}a_f - G_{kf}b_f) + \sum_{f=1}^n b_k(G_{kf}a_f - B_{kf}b_f) \quad (3.42)$$

Coordenadas polares

La ecuación de potencia (3.43) para coordenadas polares es:

$$S_k^* = V_k^* \sum_{j=1}^n V_j Y_{kj} \quad (3.43)$$

Suponiendo:

- $V_k = |V_k| < \delta_k$
- $Y_{kk} = |Y_{kk}| < \theta_{kk}$
- $V_j = |V_j| < \delta_j$
- $Y_{kj} = |Y_{kj}| < \theta_{kj}$

Se tienen las siguientes ecuaciones (3.44) y (3.45):

$$P_k = \sum_{j=1}^n |V_k| |V_j| |y_{kj}| \cos(\theta_{kj} - \delta_k + \delta_j) \quad (3.44)$$

$$Q_k = - \sum_{j=1}^n |V_k| |V_j| |y_{kj}| \text{Sen}(\theta_{kj} - \delta_k + \delta_j) \quad (3.45)$$

Características de las ecuaciones de flujo de carga

Las ecuaciones para el estudio de flujo de carga mencionadas en el apartado 3.4.1., poseen las siguientes características:

- Son de tipo algebraico debido a que se considera que el sistema de potencia se encuentra en operación bajo el modelo de carga estable
- Los flujos de potencia en las líneas de transmisión son función de los voltajes en los barrajes y de los ángulos de transmisión (δ_j) y de carga (δ_k)
- Las ecuaciones son no lineales, produciendo que no se tengan soluciones analíticas directas para dar solución, sino que es necesario la utilización de métodos numéricos como Gauss Seidel o como veremos en el siguiente apartado con Newton Raphson
- En un estudio de flujo de carga se presentan tres tipos de variables:
 - Variables dependientes: Son los valores de voltaje en todas las partes que conforman el sistema de potencia en ángulo y módulo. Se denominan dependientes debido a que dependen de las variaciones que se presenten en la potencia
 - Variables independientes: Son las variables que pueden ser asumidas o manipuladas para el correcto funcionamiento del sistema de potencia (en términos de eficiencia o de economía). Las variables independientes son la Potencia activa generada P gen y la Potencia reactiva generada Q gen
 - Variables no controlables: Son aquellas que son controladas por el consumidor final, en este caso, los usuarios y son reflejadas en el sistema como P carga y Q carga
- La correcta solución de un flujo de carga debe ser igual a las condiciones del sistema, se presenta de la siguiente forma para P y Q (Ceballos, 1988)
 - $\sum P_{gen} = \sum P_{carga} + \text{Pérdidas}$
 - $\sum Q_{gen} = \sum Q_{carga} + \text{Pérdidas}$

Aceleración de convergencia

Para el método de Gauss Seidel se presenta una manera de agilizar el proceso de convergencia debido a que el proceso puede resultar largo y tedioso, el método se basa en extrapolar de forma lineal el voltaje conseguido después del proceso de cálculo, obteniendo así un estimativo del voltaje en esa iteración que se encuentre más cercano al valor real y de la solución al sistema. La expresión (3.46) define dicha aceleración:

$$V_{acel}^{(i+1)} = V_{acel}^{(i)} + \alpha (V_i^{(i+1)} - V_{acel}^{(i)}) \quad (3.46)$$

Donde:

- α = Factor de aceleración que puede tener valores en el campo de aplicación de flujos de potencia de $1.4 \leq \alpha \leq 1.6$

3.2. Método de Newton Raphson

En representación polar para el nodo i se tienen las siguientes expresiones (3.47) y (3.48) para las potencias netas:

$$P_{Ni}(\theta, e) = E_i \sum_{k=1}^n E_k [G_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k) + B_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k)] \quad (3.47)$$

$$Q_{Ni}(\theta, e) = E_i \sum_{k=1}^n E_k [G_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k) - B_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k)] \quad (3.48)$$

El reparto de carga busca determinar precisamente los valores de las tensiones nodales y/o las potencias generadas que hacen que en cada nodo se cumpla el balance de potencia.

$$P_{Gi} - P_{Di} = P_{Ni}(\theta, e) \quad (3.49)$$

$$Q_{Gi} - Q_{Di} = Q_{Ni}(\theta, e) \quad (3.50)$$

Ya que las expresiones para $P_{Ni}(\theta, e)$ y $Q_{Ni}(\theta, e)$ dadas por las ecuaciones (3.49 y 3.50) son no lineales y dependen de parámetros de otros nodos, y en vista de que solo se tienen dos ecuaciones por nodo, entonces es preciso establecer un sistema de $2n$ ecuaciones con igual número de incógnitas para los n nodos de la red. Para facilitar la deducción de los algoritmos que permiten calcular iterativamente las variables desconocidas del problema, y como se sabe, estas varían de nodo en nodo dependiendo del tipo de cada uno de ellos, se supone inicialmente que en todos los nodos del sistema se conocen las potencias netas activas y reactivas. Esta suposición implica que las variables a determinar estén integradas solo por las tensiones nodales. En realidad, en el sistema de potencia se dan diversos tipos de nodos y, en consecuencia, las variables desconocidas pueden ser componentes de tensiones, de las potencias o combinación de estas.

Escribiendo las ecuaciones en forma $f(x) = 0$, se obtienen las ecuaciones (3.51) y (3.52):

$$P_{Gi} - P_{Di} - P_{Ni}(\theta, e) = 0 \quad (3.51)$$

$$Q_{Gi} - Q_{Di} - Q_{Ni}(\theta, e) = 0 \quad (3.52)$$

Si, como se supuso antes, los parámetros P_{Gi} , Q_{Gi} , Q_{Di} , P_{Di} son valores conocidos, entonces se debe resolver el anterior sistema de ecuaciones para encontrar el vector de tensiones. El manejo matemático de ecuaciones no lineales constituye un problema muy complejo. Para encontrar la solución se empleará un procedimiento de suposición y corrección. En efecto, si se asumen valores para θ , e y se sustituyen en las ecuaciones (3.51) y (3.52), el resultado escalar obtenido puede ser cero o un valor distinto de cero. Si la diferencia es cero, los valores supuestos son la solución. Si la diferencia es distinta de cero y superior a un error permisible, los valores asumidos no son la solución y se deberán modificar. Para encontrar los valores de la solución acercarse a ellos rápidamente se puede proceder como se explica a continuación:

Acepte que en este proceso de suposición y corrección ya se han buscado sin éxito $k-1$ veces los valores de las variables y que ellas se seleccionan ahora por k -ésima vez, designándoseles en esta oportunidad por θ^k y e^k . Si estos valores seleccionados no son la solución se tendría que las ecuaciones (3.51) y (3.52) toman la siguiente forma (3.53) y (3.54):

$$P_{Gi} - P_{Di} - P_{Ni}(\theta, e) = \Delta P_{Ni}(\theta^k, e^k) \quad (3.53)$$

$$Q_{Gi} - Q_{Di} - Q_{Ni}(\theta, e) = \Delta Q_{Ni}(\theta^k, e^k) \quad (3.54)$$

$\Delta P_{Ni}(\theta^k, e^k)$ y $\Delta Q_{Ni}(\theta^k, e^k)$ representan el error en el balance de las potencias activas y reactivas en el nodo i del sistema. (Stevenson, 1979)

Como $\Delta P_{Ni}(\theta^k, e^k)$ y $\Delta Q_{Ni}(\theta^k, e^k)$ son distintos de cero y mayores que un error permitido, deberán corregirse los valores θ^k y e^k asumidos adicionándoles un $\Delta\theta^{k+1}$ y un Δe^{k+1} para hacer que se cumplan las relaciones, como se observa en las ecuaciones (3.55) y (3.56):

$$P_{Gi} - P_{Di} - P_{Ni}(\theta^k + \Delta\theta^{k+1}, e^k + \Delta e^{k+1}) = 0 \quad (3.55)$$

$$Q_{Gi} - Q_{Di} - Q_{Ni}(\theta^k + \Delta\theta^{k+1}, e^k + \Delta e^{k+1}) = 0 \quad (3.56)$$

El problema consiste en encontrar los vectores incrementales $\Delta\theta^{k+1}$ y Δe^{k+1} que deben adicionarse a θ^k y e^k para hacer que los errores de potencia neta sean cero.

Linealización de las ecuaciones básicas

Los vectores incrementales $\Delta\theta$ y Δe que harían cero las ecuaciones (3.55) y (3.56), pueden calcularse con una relativa facilidad si dichas funciones se expanden en sus correspondientes series de Taylor y se mantiene de ellas solo su parte lineal, despreciando así todos los términos de orden dos o superiores de la serie. Al expandir las ecuaciones (3.55) y (3.56) en series de Taylor y si se les trunca en una parte lineal se obtienen las siguientes expresiones (3.57) y (3.58):

$$\Delta P_{Ni}^k + \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial \Delta P_{Ni}}{\partial \theta_k} \right)^k \Delta\theta_k^{k+1} + \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial \Delta P_{Ni}}{\partial E_k} \right)^k \Delta E_k^{k+1} = 0 \quad (3.57)$$

$$\Delta Q_{Ni}^k + \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial \Delta Q_{Ni}}{\partial \theta_k} \right)^k \Delta\theta_k^{k+1} + \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial \Delta Q_{Ni}}{\partial E_k} \right)^k \Delta E_k^{k+1} = 0 \quad (3.58)$$

En las ecuaciones (3.57) y (3.58) se cumplen las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta P_{Ni}}{\partial \theta_k} &= \frac{\partial (P_{Gi} - P_{Di} - P_{Ni})}{\partial \theta_k} = - \frac{\partial P_{Ni}}{\partial \theta_k} \\ \frac{\partial \Delta P_{Ni}}{\partial E_k} &= \frac{\partial (P_{Gi} - P_{Di} - P_{Ni})}{\partial E_k} = - \frac{\partial P_{Ni}}{\partial E_k} \\ \frac{\partial \Delta Q_{Ni}}{\partial \theta_k} &= \frac{\partial (Q_{Gi} - Q_{Di} - Q_{Ni})}{\partial \theta_k} = - \frac{\partial Q_{Ni}}{\partial \theta_k} \\ \frac{\partial \Delta Q_{Ni}}{\partial E_k} &= \frac{\partial (Q_{Gi} - Q_{Di} - Q_{Ni})}{\partial E_k} = - \frac{\partial Q_{Ni}}{\partial E_k} \end{aligned}$$

Para facilitar la escritura de las ecuaciones, donde aparecen las potencias netas activas y reactivas dependientes de las variables θ y e se ha estimado conveniente omitir el paréntesis conteniendo dichas variables reemplazando las ecuaciones anteriores en 3.59 y 3.60, se tiene:

$$\Delta P_{Ni}^k = \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial \Delta P_{Ni}}{\partial \theta_k} \right)^k \Delta \theta_k^{k+1} + \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial \Delta P_{Ni}}{\partial E_k} \right)^k \Delta E_k^{k+1} \quad (3.59)$$

$$\Delta Q_{Ni}^k = \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial \Delta Q_{Ni}}{\partial \theta_k} \right)^k \Delta \theta_k^{k+1} + \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial \Delta Q_{Ni}}{\partial E_k} \right)^k \Delta E_k^{k+1} \quad (3.60)$$

Organizando las ecuaciones en forma matricial para un sistema de n nodos, se tendrá la expresión (3.61) siguiente:

$$\begin{pmatrix} \Delta pN \\ \Delta qN \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H & N \\ J & L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \theta \\ \Delta e \end{pmatrix} \quad (3.61)$$

Donde se obtienen las expresiones siguientes (3.62), (3.63) y (3.64):

$$\begin{pmatrix} \Delta pN \\ \Delta qN \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta P_{N1} \\ \vdots \\ \Delta P_{Nn} \\ \Delta Q_{N1} \\ \vdots \\ \Delta Q_{Nn} \end{pmatrix} \quad (3.62)$$

$$\begin{pmatrix} H & N \\ J & L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Delta P_{N1}}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial \Delta P_{N1}}{\partial \theta_n} & \frac{\partial \Delta P_{N1}}{\partial E_1} & \cdots & \frac{\partial \Delta P_{N1}}{\partial E_n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial \Delta P_{Nn}}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial \Delta P_{Nn}}{\partial \theta_n} & \frac{\partial \Delta P_{Nn}}{\partial E_1} & \cdots & \frac{\partial \Delta P_{Nn}}{\partial E_n} \\ \frac{\partial \Delta Q_{N1}}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial \Delta Q_{N1}}{\partial \theta_n} & \frac{\partial \Delta Q_{N1}}{\partial E_1} & \cdots & \frac{\partial \Delta Q_{N1}}{\partial E_n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial \Delta Q_{Nn}}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial \Delta Q_{Nn}}{\partial \theta_n} & \frac{\partial \Delta Q_{Nn}}{\partial E_1} & \cdots & \frac{\partial \Delta Q_{Nn}}{\partial E_n} \end{pmatrix} \quad (3.63)$$

$$\begin{pmatrix} \Delta \theta \\ \Delta e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta \theta_1 \\ \vdots \\ \Delta \theta_n \\ \Delta E_1 \\ \vdots \\ \Delta E_n \end{pmatrix} \quad (3.64)$$

A partir de esta ecuación matricial se pueden determinar los incrementos de las variables que deben adicionarse a θ^k y e^k para reducir los errores de potencias netas a ceros o a un valor aceptable. Por el hecho de haber truncado la serie de Taylor los valores de $\Delta \theta^{k+1}$ y Δe^{k+1} que se encontraran al resolver el conjunto de

ecuaciones lineales resultante (3.64) no son los valores exactos finales que al adicionarse a θ^k y e^k harían los errores de potencia activa y reactiva iguales a cero. Al no ser $\Delta\theta^{k+1}$ y Δe^{k+1} los valores exactos quieren decir que los nuevos valores, dan las siguientes expresiones (3.65) y (3.66):

$$\theta^{k+1} = \theta^k + \Delta\theta^{k+1} \quad (3.65)$$

$$e^{k+1} = e^k + \Delta e^{k+1} \quad (3.66)$$

Al ser sustituidos en (3.61) darán nuevos errores Δp_N y Δq_N , los cuales deberán analizarse para ver si son aceptables o no. En caso de que los errores no sean aceptables, deberán modificarse nuevamente los valores de tensiones adicionándoles un $\Delta\theta$ y Δe . La determinación de los nuevos incrementos exige una vez más la solución del conjunto de ecuaciones no lineales. El proceso se repetirá tantas veces como sea necesario hasta encontrar los valores finales de θ y e que hacen el error de potencia neta cero o un valor aceptable. El superíndice k que aparece en la notación utilizada, indica precisamente el número de veces que ha tenido que repetirse el proceso. Cada repetición del proceso se designa como iteración.

Matriz Jacobiana

La matriz compuesta por las sub matrices H, N, J, L se denomina matriz Jacobiana o matriz Funcional por la tarea que realiza de relacionar cambios en p y q en θ y e . Los elementos de estas sub matrices se deducen a continuación.

Determinación de los elementos de la matriz jacobiana

Puesto que los elementos de la matriz Jacobiana son funciones de las tensiones nodales en su magnitud y ángulo de fase u estos cambian en cada iteración, entonces los elementos de la matriz jacobiana deben ser recalculados correspondientemente. Estos elementos se calculan fácilmente de la siguiente manera:

1. Diferencia de la Potencia Activa

Elementos de las sub matrices H y N

Elementos que pertenecen a la diagonal **H**

$$\frac{\partial P_{Ni}}{\partial \theta_i} = \sum_{k=1}^n E_i E_k [B_{ik} \cos(\theta_{ik}) - G_{ik} \sin(\theta_{ik})] \quad k \neq i \quad (3.67)$$

Expresión que se puede combinar, resultando la expresión (3.68):

$$\frac{\partial P_{Ni}}{\partial \theta_i} = \sum_{k=1}^n E_i E_k [B_{ik} \cos(\theta_{ik}) - G_{ik} \sin(\theta_{ik})] \quad k \neq i \quad (3.68)$$

$$\frac{\partial P_{Ni}}{\partial \theta_i} = -Q_{Ni} - E_i^2 B_{ii} = H_{ii} \quad (3.68)$$

a) Elementos no diagonales de H (derivada interna), la cual se observa en la ecuación (3.69)

$$\frac{\partial P_{Ni}}{\partial \theta_k} = E_i E_k [G_{ik} \sin(\theta_{ik}) - B_{ik} \cos(\theta_{ik})] = H_{ik} \quad (3.69)$$

b) Elementos que pertenecen a la diagonal N

$$\frac{\partial P_{Ni}}{\partial E_i} = \sum_{k=1}^n E_k [G_{ik} \sin(\theta_{ik}) - B_{ik} \cos(\theta_{ik})] + 2E_i G_{ii} \quad k \neq i$$

Multiplicando ambos miembros de la ecuación por E_i y reemplazando la expresión resultante en función de la potencia activa neta, se obtiene la ecuación (3.70):

$$\frac{\partial P_{Ni}}{\partial \theta_i} E_i = P_{Ni} + E_i^2 G_{ii} = N_{ii} \quad (3.70)$$

c) Elementos no diagonales de N, como se observa en la ecuación (3.71)

$$\frac{\partial P_{Ni}}{\partial E_{ik}} = E_i [G_{ik} \cos(\theta_{ik}) + B_{ik} \sin(\theta_{ik})] \quad (3.71)$$

Multiplicado por E_k resulta la ecuación (3.72):

$$\left(\frac{\partial P_{Ni}}{\partial E_k} \right) E_k = E_k E_i [G_{ik} \cos(\theta_{ik}) + B_{ik} \sin(\theta_{ik})] = N_{ik} \quad (3.72)$$

2. Diferenciación de potencia reactiva

Elementos J y L

Elementos que pertenecen a la diagonal de J

$$\frac{\partial Q_{Ni}}{\partial \theta_i} = \sum_{k=1}^n E_i E_k [G_{ik} \cos(\theta_{ik}) + B_{ik} \sin(\theta_{ik})] \quad k \neq i$$

Combinando esta expresión, resulta la ecuación (3.73):

$$\frac{\partial Q_{Ni}}{\partial \theta_i} = P_{Ni} - E_i^2 G_{ii} = J_{ii} \quad (3.73)$$

a) Elementos no diagonales de J, como se observa en la ecuación (3.74)

$$\frac{\partial Q_{Ni}}{\partial \theta_k} = E_k E_i [-G_{ik} \cos(\theta_{ik}) - B_{ik} \sin(\theta_{ik})] = J_{ik} = -N_{ik} \quad (3.74)$$

b) Elementos que pertenecen a la diagonal L

$$\frac{\partial Q_{Ni}}{\partial E_i} = \sum_{k=1}^n E_k [G_{ik} \sin(\theta_{ik}) - B_{ik} \cos(\theta_{ik})] - 2E_i B_{ii} \quad k \neq i$$

Multiplicando los dos miembros de la ecuación por E_i y reemplazando la expresión de función de la potencia neta reactiva, se obtiene la ecuación (3.75):

$$\left(\frac{\partial Q_{Ni}}{\partial E_i}\right) E_i = Q_{Ni} - E_i^2 B_{ii} = L_{ii} \quad (3.75)$$

c) Elementos no diagonales de L

$$\frac{\partial Q_{Ni}}{\partial E_k} = E_i [G_{ik} \sin(\theta_{ik}) - B_{ik} \cos(\theta_{ik})]$$

Multiplicando los dos lados de la expresión por E_k da como resultado la ecuación (3.76):

$$\left(\frac{\partial Q_{Ni}}{\partial E_k}\right) E_k = E_i E_k [G_{ik} \sin(\theta_{ik}) - B_{ik} \cos(\theta_{ik})] = L_{ik} \quad (3.76)$$

Al tomar en consideración las definiciones dadas para los elementos de la matriz Jacobiana, la ecuación puede escribirse como se observa en la ecuación (3.77):

$$\begin{pmatrix} \Delta P_{N1} \\ \vdots \\ \Delta P_{Nn} \\ \Delta Q_{N1} \\ \vdots \\ \Delta Q_{Nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & \dots & H_{1n} & N_{11} & \dots & N_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{n1} & \dots & H_{nn} & N_{n1} & \dots & N_{nn} \\ J_{11} & \dots & J_{1n} & L_{11} & \dots & L_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ J_{n1} & \dots & J_{nn} & L_{n1} & \dots & L_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta \theta_1 \\ \vdots \\ \Delta \theta_n \\ \Delta E_1 \\ \vdots \\ \Delta E_n \end{pmatrix} \quad (3.77)$$

Como se observa, aparecen los mismos términos en la ecuación (3.77) solo que ahora se han dispuesto en sub matrices de cuatro elementos y se han modificado las expresiones dentro de la matriz funcional que tienen derivada respecto a la magnitud de la tensión. Cada sub matriz de 4 elementos corresponde a un elemento en la matriz Y_n , pues no aparecen elementos entre los ejes matriciales definidos por los nodos $i - k$ si entre ellos no existe conexión física

Forma general de solución

A partir de la ecuación (3.77) los vectores $(\Delta \theta$ y Δe) pueden ser calculados bien sea por el método de eliminación Gaussiana o por medio de la inversión de la matriz jacobiana.

Secuencia de solución

El siguiente es un esquema general de los pasos que se siguen para obtener la solución del problema de flujo de carga. El objeto será determinar los valores de θ y e que satisfagan las ecuaciones de balance de potencia.

1. Asumir los valores iniciales de θ y e . Se acostumbra asignar la magnitud de la tensión según el tipo de nodo; así para nodos de magnitud conocida (tipo 2 y 3) se les asigna dicho valor. A los nodos de potencia neta inyectada tipo 1 y ángulo controlado se les puede asignar el valor de la tensión del nodo regulador o se les puede asignar el valor de 1.0 pu. debido a que los ángulos de las tensiones medidos respecto al nodo de referencia son pequeños, se les puede inicializar con un valor de cero grados.
2. Calcular P_{Ni} y Q_{Ni} con los valores asumidos para θ y e , según las expresiones (3.76).
3. Realizar el balance de potencia nodal. Este balance debe ser tal que: $\Delta P_{Ni} < \Delta \epsilon_p$ y $\Delta Q_{Ni} < \Delta \epsilon_q$, donde $\Delta \epsilon_p$ y $\Delta \epsilon_q$ son los errores permisibles en potencia activa y reactiva respectivamente. Si se cumplen en todos los nodos las condiciones de error permitidas, el proceso habrá terminado

y los valores de ángulo y tensión que se han encontrado en esta iteración serán la solución buscada; en caso contrario, se sigue con el paso 4 para ejecutar un nuevo ciclo iterativo.

4. Calcular los elementos de la matriz funcional con θ y e de esa iteración.
5. Solucionar el sistema de ecuaciones (3.76), ya sea, por ejemplo, mediante eliminación Gaussiana o inversión de matriz funcional.
6. Calcular los nuevos valores de magnitud y ángulo

$$\theta^{k+1} = \theta^k + \Delta\theta^{k+1}$$

$$e^{k+1} = e^k + \Delta e^{k+1}$$

7. Retornar con estos valores al paso 2 y con los criterios expuestos en el paso 3 determinar el cese o continuación de los cálculos.

3.3. Newton Raphson Desacoplado

El método de Newton Raphson desacoplado hace las siguientes aproximaciones en la matriz jacobiana de la ecuación (3.78):

$$\frac{\partial P}{\partial V} \approx 0 \text{ y } \frac{\partial Q}{\partial \delta} \approx 0 \quad (3.78)$$

Con lo cual el sistema matricial de la Figura 2.6 se simplifica como se observa.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial \delta_m} & 0 & \dots & 0 \\ \frac{\partial P_2}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_m} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_m}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial P_m}{\partial \delta_m} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & V_1 \frac{\partial Q_1}{\partial V_1} & \dots & V_m \frac{\partial Q_1}{\partial V_m} \\ 0 & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & V_1 \frac{\partial Q_m}{\partial V_1} & \dots & V_m \frac{\partial Q_m}{\partial V_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_1 \\ \vdots \\ \Delta\delta_m \\ \frac{\Delta V_1}{V_m} \\ \vdots \\ \frac{\Delta V_m}{V_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_m \\ \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_m \end{bmatrix}$$

Error
potencias

Figura 2.6 Sistema Matricial Método de Newton Raphson desacoplado para una red de m barras sólo de carga.

Con lo anterior el sistema matricial, se puede reescribir con la expresión (3.79):

$$\begin{bmatrix} J_{11} & 0 \\ 0 & J_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

Y se pueden desacoplar las sub-jacobianas en dos sistemas matriciales como se indica en las siguientes ecuaciones (3.80) y (3.81).

$$[J_{11}][\Delta\delta] = [\Delta P] \quad (3.80)$$

$$[J_{11}][\Delta V] = [\Delta Q] \quad (3.81)$$

Las soluciones se calculan por separado, es decir se desacoplan las ecuaciones de potencia activa P; de las ecuaciones de potencia reactiva Q obteniendo la ecuación (3.82)

$$[\Delta \delta] = \left[\frac{\partial P}{\partial \delta} \right]^{-1} [\Delta P] \text{ y } [\Delta V] = \left[\frac{\partial Q}{\partial V} \right]^{-1} [\Delta Q] \quad (3.82)$$

Observaciones sobre la dimensión y economía del método desacoplado:

El sistema matricial jacobiana del método anterior considera un sistema de potencia que no posee nodo compensador ni nodos del voltaje controlado por lo que tiene una dimensión de $m \times m = m^2$ elementos en con $m + m = 2m$ incógnitas y una sola ecuación matricial. Si se consideran el nodo compensador y los nodos de voltaje controlado esta dimensión es menor.

El sistema matricial inicial de la Figura 2 se descompone en dos sistemas matriciales cada uno con una matriz sub-jacobiana de dimensión $m \times m = m^2$ por lo que en conjunto los dos sistemas matriciales constituyen un conjunto matricial de $2m^2$ elementos de $2m$ incógnitas y dos sistemas matriciales.

Lo anterior muestra que resolver un sistema por Newton- Raphson desacoplado es mucho más rápido y económico (menos memoria de almacenamiento y menor tiempo de computo). Se basa en las consideraciones siguientes:

Un sistema de potencia adecuadamente diseñado y apropiado **presenta las siguientes características:**

- ✓ La diferencia angular entre dos barras es muy pequeña, observada en las ecuaciones (3.83) y (3.84)

$$\cos(\delta_j - \delta_i) \approx 1 \quad (3.83)$$

$$\sin(\delta_j - \delta_i) \approx (\delta_j - \delta_i) \approx 0 \quad (3.84)$$

- ✓ Las reactancias de los transformadores y líneas de transmisión son mucho mayores que las resistencias $X \gg R$, como se ilustra en la ecuación (3.85)

$$Y = \frac{1}{R + jX} = G + jB. \therefore$$

$$[G] = \left[\frac{R}{R^2 + X^2} \right] \ll |B| = \left[-\frac{X}{R^2 + X^2} \right] \therefore |B| \gg [G] \quad (3.85)$$

Además, se obtiene la ecuación (3.86)

$$B_{ij} \cos(\delta_j - \delta_i) \gg G_{ij} \sin(\delta_j - \delta_i) = G_{ij}(\delta_j - \delta_i) \quad (3.86)$$

Recordando para todos los nodos se tiene la ecuación (3.87)

$$Q_i = -\sum_{j=1}^N Y_{ij} V_i V_j \text{Sen}(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i)$$

$$Q_i = -Y_{ii} \text{Sen} \theta_{ii} V_i^2 - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N Y_{ij} V_i V_j \text{Sen}(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) \quad (3.87)$$

$$Q_i \ll -B_{ii} |V_i|^2$$

La idea es simplificar los términos del jacobiano desacoplado, obteniendo la ecuación (3.88):

$$\frac{\partial P}{\partial \delta} \text{ y } \frac{\partial Q}{\partial V} \quad (3.88)$$

Fuera de diagonal, se obtiene la ecuación (3.89):

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_k} = -Y_{ik} V_k \text{Sen}(\theta_{ik} + \delta_k - \delta_i) \quad (3.89)$$

$$\approx -V_i V_k Y_{ik} \text{Sen} \theta_{ik} \text{Cos}(\delta_k - \delta_i) + Y_{ik} \text{Sen}(\delta_k - \delta_i) \text{Cos}(\theta_{ik})$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_k} \approx -V_i V_k B_{ik}$$

Es decir, la ecuación (3.90):

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \approx -V_i V_j B_{ij} \quad ; \quad i \neq j \quad (3.90)$$

De forma análoga, como se observa en la ecuación (3.91)

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_k} = \frac{\partial}{\partial V_k} \left[\sum_{k=1}^N Y_{ik} V_i V_k \text{Sen}(\theta_{ik} + \delta_k - \delta_i) \right] = -Y_{ik} V_i \text{Sen}(\theta_{ik} + \delta_k - \delta_i)$$

$$= -|V_i| [Y_{ik} \cos \theta_{ik} \cos(\delta_k - \delta_i) - Y_{ik} \cos \theta_{ik} \text{sen}(\delta_k - \delta_i)] \quad (3.91)$$

Fuera de la diagonal:

$$\boxed{\frac{\partial Q_i}{\partial V_j} \approx -V_i B_{ij} ; i \neq j}$$

Para las diagonales se obtiene la ecuación (3.92)

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = \frac{\partial}{\partial \delta_i} \left\{ V_i^2 G_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N V_i V_j Y_{ij} \cos(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) \right\}$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = \sum_{j=1}^N V_i V_j Y_{ij} \text{Sen}(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) = -V_i^2 B_{ii} - Q_i$$

$$\boxed{\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} \approx -V_i^2 B_{ii}} \quad -V_i^2 B_{ii} \gg -Q_i$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = \frac{\partial}{\partial V_i} \left(- \sum_{j=1}^N Y_{ij} V_i V_j \text{Sen}(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) \right)$$

$$= -2B_{ii}V_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N Y_{ij} V_j \text{Sen}(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) =$$

$$= -2B_{ii}V_i + \frac{Q_i}{V_i} + B_{ii}V_i = -B_{ii}V_i + \frac{Q_i}{V_i}$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_i} \approx -B_{ii}V_i \quad (3.92)$$

En la tabla III.1 se observa un resumen de la simplificación de los cálculos de los elementos de las sub-jacobianas

Tabla III.1. Resumen de la simplificación de los cálculos de los elementos de las sub-jacobianas

Diagonal	Fuera de diagonal
$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} \approx -V_i^2 B_{ii}$	$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \approx -V_i V_j B_{ij} ; i \neq j$
$\frac{\partial Q_i}{\partial V_i} \approx -V_i B_{ii}$	$\frac{\partial Q_i}{\partial V_j} \approx -V_i B_{ij} ; i \neq j$

3.4. Aplicación de factores de aceleración para NR

Esta técnica permite la reducción considerable del número de iteraciones a realizar usando los factores de aceleración, donde después de realizada cada iteración, se toma la variable y se acelera. Como se ilustra en la ecuación (3.93):

$$V_{k,acel}^{(i+1)} = V_{k,i}^{(i)} + a[V_k^{(i+1)} - V_{k,i}^{(i)}] \quad (3.93)$$

Dónde: α es el factor de aceleración

3.5. Cálculo de Flujos en las líneas

Este último paso es de suma importancia en la solución de flujos de potencia, se aplica para los métodos de solución mencionados anteriormente (Gauss Seidel, Newton Raphson y Newton Raphson desacoplado). Al realizar el flujo en las líneas se obtiene los flujos en todos los elementos de transmisión presentes en el sistema, y a partir de este se pueden calcular las pérdidas existentes en cada componente o en general en toda la red.

A continuación, se muestra un esquema de un circuito reducido en modo de conexión π . De esta figura (III.5) se observa que el elemento conectado en medio de los buses Bus i y Bus k, le están entrando unas corrientes (I_{ik} e I_{ki}) y dos potencias activas (S_{ik} y S_{ki})-

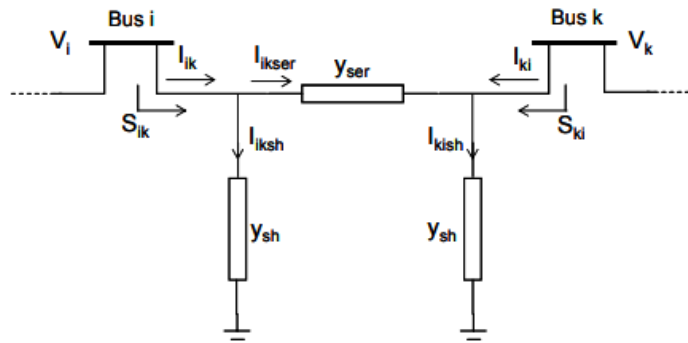


Figura III.5. Flujos presentes en un circuito de potencia conectado en forma Pi

Barraje o Bus i:

De la anterior figura, se observa que hay un divisor de corriente en cada una de las corrientes salientes de los nodos k e i, donde una parte de la corriente fluye a través de la rama de derivación (Y_{sh}) y la otra parte fluye y sentido de la rama en serie (Y_{ser}), La corriente que se sale del barraje o Bus i, será igual a la ecuación (3.94):

$$I_{ik} = I_{kser} + I_{ksh} = (V_i - V_k)Y_{ser} + V_i * Y_{sh} \quad (3.94)$$

Teniendo la corriente se podrá hallar la potencia activa de este nodo, como se ilustra en la figura (3.95):

$$S_{ik} = P_{ik} - jQ_{ik}$$

$$S_{ik} = V_i * I_{ik}^* = V_i(V_i^* - V_k^*) * Y_{ser}^* + V_i * V_i^* Y_{sh}^* \quad (3.95)$$

Barraje o Bus k:

El proceso de obtención de la corriente I_{ki} y de la potencia S_{ki} es similar al anterior y está descrito por las siguientes ecuaciones:

$$I_{ki} = I_{kser} + I_{ksh} = (V_k - V_i)Y_{ser} + V_k * Y_{sh}$$

La potencia procedente del nodo K estará dada por la ecuación (3.96):

$$S_{ki} = V_k * I_{ki}^* = V_k(V_k^* - V_i^*) * Y_{ser}^* + V_k * V_k^* Y_{sh}^* \quad (3.96)$$

Pérdidas generadas en los elementos de transmisión:

Del ejemplo anterior se tienen que las pérdidas de potencia presentes en el elemento conectado entre los barrajes i-k son igual a la suma de las potencias calculadas S_{ki} y S_{ik} , como se ilustra en la ecuación (3.97)

$$\text{Pérdidas en elemento } i - k = S_{ki} + S_{ik} \quad (3.97)$$

Cálculo de potencia en el barraje Slack o nodo compensador:

Para determinar la potencia existente en el nodo compensador se deben haber realizado los flujos de potencia de las líneas a las cuales está conectado dicho barraje. La potencia del nodo compensador estará dada por la suma de las mismas. Además de esta forma, se puede hallar dicha potencia activa con la siguiente fórmula (3.98):

$$S_{ik} = P_{ik} - jQ_{ik} = V_i^* \sum_{j=i}^m Y_{1k} * V_k \quad (3.98)$$

3.6. Comparación de las técnicas de solución del flujo de potencia:

Las técnicas que se mostraron a lo largo de este capítulo son una forma de dar solución a los flujos de carga para sistemas de potencia de manera básica, debido a su complejidad existen en la actualidad algoritmos matemáticos que aportan mayor exactitud a la solución de dichos sistemas. Si bien cada técnica de solución de flujos de potencia aporta diferentes características de la red y su convergencia está ligada a la topología de la misma, donde se tienen en cuenta las condiciones de la carga y de los equipos de transformación y generación. En términos generales y a manera de comparación se tiene que el método de Newton Raphson es la técnica en la que se basan los softwares de programas comerciales donde se tiene niveles altos de exactitud ya que están basados en algoritmos de solución robustos. Este método al realizarlo en cálculos iterativos sin la ayuda de software es bastante tedioso y extenso debido a la gran cantidad de iteraciones que se deben realizar y a la complejidad que presenta la solución de las ecuaciones usadas.

En cuanto a la técnica de solución de flujos Gauss Seidel usualmente presenta una convergencia rápida y pobre

3.7. Ejemplos

1. La figura III.6 muestra un circuito básico en el cual se tiene un generador, dos cargas y dos líneas de transmisión, encuentre para este la matriz Y_{bus} , las corrientes, potencias y flujos de potencia usando el método de Newton Raphson, utilizando como base: 100VA:

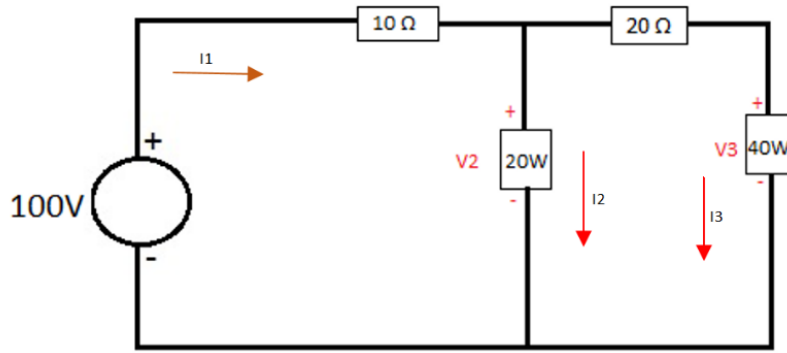


Figura III.6. Circuito de sistema no lineal para el ejemplo 1

Se desea hallar los valores de V_2 y V_3 . Se tiene que la matriz para el sistema Y_{bus} es:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 0.1 & -0.1 & 0 \\ -0.1 & 0.15 & -0.05 \\ 0 & -0.05 & 0.05 \end{bmatrix}$$

Tablas de tipos de nodos:

Nodo	Tipo de nodo	P	Q	V	δ
1	Generación	-	-	100	0
2	Carga	-20W	0	$V_2^{(0)}$	$\delta_2^{(0)}$
3	Carga	-40W	0	$V_3^{(0)}$	$\delta_3^{(0)}$
4	Slack	0	-	0	0

Asumiendo los siguientes valores con el análisis realizado al sistema en un principio:

$$\begin{aligned} V_2^{(0)} &= 100 \\ \delta_2^{(0)} &= 0.0 \\ V_3^{(0)} &= 100 \\ \delta_3^{(0)} &= 0.0 \end{aligned}$$

Se usa las siguientes ecuaciones:

$$P_i = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j)$$

$$Q_i = - \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j)$$

(2)

Utilizando las ecuaciones anteriormente mostradas se obtiene:

$$P_2^{(0)} = V_2 V_1 Y_{21} \cos(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) + V_2^2 Y_{22} \cos(\theta_{22}) + V_2 V_3 Y_{23} \cos(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3) \text{ Ecuacion (1)}$$

$$P_3^{(0)} = V_3 V_1 Y_{31} \cos(\theta_{31} - \delta_3 + \delta_1) + V_3 V_2 Y_{32} \cos(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2) + V_3^2 Y_{33} \cos(\theta_{33}) \text{ Ecuacion (2)}$$

$$Q_2^{(0)} = -V_2V_1Y_{21}\text{sen}(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) - V_2^2Y_{22}\text{sen}(\theta_{22}) - V_2V_3Y_{23}\text{sen}(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3) \text{ Ecuacion (3)}$$

$$Q_3^{(0)} = -V_3V_1Y_{31}\text{sen}(\theta_{31} - \delta_3 + \delta_1) - V_3V_2Y_{32}\text{sen}(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2) + V_3^2Y_{33}\text{sen}(\theta_{33}) \text{ Ecuacion (4)}$$

Reemplazando los datos que asumimos en las ecuaciones (1), (2), (3) y (4) se obtiene:

$P_2^{(0)}$	0
$P_3^{(0)}$	0
$Q_2^{(0)}$	0
$Q_3^{(0)}$	0

La diferencia entre los valores programados y calculados, conocidos como los residuales de potencia, dados por:

$$P_2^{sch} = -20W \quad P_3^{sch} = -40W \quad Q_2^{sch} = Q_3^{sch} = 0$$

$$\Delta P_2^{(0)} = P_2^{sch} - P_2^{(0)} = -20 - 0 = -20$$

$$\Delta P_3^{(0)} = P_3^{sch} - P_3^{(0)} = -40 - 0 = -40$$

$$\Delta Q_2^{(0)} = Q_2^{sch} - Q_2^{(0)} = 0 - 0 = 0$$

$$\Delta Q_3^{(0)} = Q_3^{sch} - Q_3^{(0)} = 0 - 0 = 0$$

Ahora se procede a calcular los valores para la matriz J para la primera iteración,

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} = V_2V_1Y_{21}\text{sen}(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) + V_2V_3Y_{23}\text{sen}(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3) = 0$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} = -V_2V_3Y_{23}\text{sen}(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3) = 0$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial V_2} = V_1Y_{21}\cos(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) + 2V_2Y_{22}\cos(\theta_{22}) + V_3Y_{23}\cos(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3) = 15$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial V_3} = V_2Y_{23}\cos(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3) = -5$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} = -V_3V_2Y_{32}\text{sen}(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2) = 0$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} = V_3V_1Y_{31}\text{sen}(\theta_{31} - \delta_3 + \delta_1) + V_3V_2Y_{32}\text{sen}(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2) = 0$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial V_2} = V_3Y_{32}\cos(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2) = -5$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial V_3} = V_1Y_{31}\cos(\theta_{31} - \delta_3 + \delta_1) + V_2Y_{32}\cos(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2) + 2V_3Y_{33}\cos(\theta_{33}) = 5$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} = V_2V_1Y_{21}\cos(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) + V_2V_3Y_{23}\cos(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3) = -1500$$

$$\frac{\partial Q2}{\partial \delta 3} = -V2V3Y_{23}\cos(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3) = 500$$

$$\frac{\partial Q2}{\partial V2} = -V1Y_{21}\sin(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) - 2V2Y_{22}\sin(\theta_{22}) - V3Y_{23}\sin(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3) = 0$$

$$\frac{\partial Q2}{\partial V3} = -V2Y_{23}\sin(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3) = 0$$

$$\frac{\partial Q3}{\partial \delta 2} = -V3V2Y_{32}\cos(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2) = 500$$

$$\frac{\partial Q3}{\partial \delta 3} = V3V1Y_{31}\cos(\theta_{31} - \delta_3 + \delta_1) + V3V2Y_{32}\cos(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2) = -500$$

$$\frac{\partial Q3}{\partial V2} = -V3Y_{32}\sin(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2) = 0$$

$$\frac{\partial Q3}{\partial V3} = -V1Y_{31}\sin(\theta_{31} - \delta_3 + \delta_1) - V2Y_{32}\sin(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2) - 2V3Y_{33}\sin(\theta_{33}) = 0$$

Se utiliza la Figura 2.6 Sistema Matricial Método de Newton Raphson

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2^{(0)} \\ \Delta P_3^{(0)} \\ \Delta Q_2^{(0)} \\ \Delta Q_3^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2^{(0)}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2^{(0)}}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_2^{(0)}}{\partial V_2} & \frac{\partial P_2^{(0)}}{\partial V_3} \\ \frac{\partial P_3^{(0)}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3^{(0)}}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_3^{(0)}}{\partial V_2} & \frac{\partial P_3^{(0)}}{\partial V_3} \\ \frac{\partial Q_2^{(0)}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_2^{(0)}}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_2^{(0)}}{\partial V_2} & \frac{\partial Q_2^{(0)}}{\partial V_3} \\ \frac{\partial Q_3^{(0)}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_3^{(0)}}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_3^{(0)}}{\partial V_2} & \frac{\partial Q_3^{(0)}}{\partial V_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta 2 \\ \Delta \delta 3 \\ \Delta V2 \\ \Delta V3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -20 \\ -40 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 & 15 & -5 \\ 0.000 & 0.000 & -5 & 5 \\ -1500 & 500 & 0.000 & 0.000 \\ 500 & -500 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta 2 \\ \Delta \delta 3 \\ \Delta V2 \\ \Delta V3 \end{bmatrix}$$

Resolviendo el sistema se encuentra:

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta 2(0) \\ \Delta \delta 3(0) \\ \Delta V2(0) \\ \Delta V3(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -6 \\ -14 \end{bmatrix}$$

Así se pueden hallar los valores de la siguiente iteración:

$$\begin{bmatrix} \delta 2(1) \\ \delta 3(1) \\ V2(1) \\ V3(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta 2 + \delta 2(0) \\ \delta 3 + \delta 3(0) \\ V2 + V2(0) \\ V3 + V3(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 + 0 \\ 0 + 0 \\ 100 - 6 \\ 100 - 14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 94 \\ 86 \end{bmatrix}$$

Hallamos las potencias y los deltas para la segunda iteración, reemplazando los datos anteriormente obtenidos en las ecuaciones (1), (2), (3) y (4):

P2(1)	-18.8	$\Delta P2$	-1.2
P3(1)	-34.4	$\Delta P3$	-5.6
Q2(1)	0	$\Delta Q2$	0
Q3(1)	0	$\Delta Q3$	0

Recalculando nuevamente los valores de la matriz J, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} -1.2 \\ -5.6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 13.9 & -4.7 \\ 0.0000 & 0.0000 & -4.3 & 3.9 \\ -1344.2 & 404.2 & 0.0000 & 0.0000 \\ 404.2 & -404.2 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta1 \\ \Delta\delta2 \\ \Delta V2 \\ \Delta V3 \end{bmatrix}$$

Obteniendo:

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta2(2) \\ \Delta\delta3(2) \\ \Delta V2(2) \\ \Delta V3(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.911764 \\ -2.441176 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \delta2(3) \\ \delta3(3) \\ V2(3) \\ V3(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 93.0882353 \\ 83.5588235 \end{bmatrix}$$

Tercera iteración:

P2(2)	-19.986591	$\Delta P2$	-0.0134083
P3(2)	-39.813321	$\Delta P3$	-0.1866782
Q2(2)	0	$\Delta Q2$	0
Q3(2)	0	$\Delta Q3$	0

$$\begin{bmatrix} -0.0134083 \\ -0.1866782 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.00000 & 0.00000 & 13.7485 & -4.6544 \\ 0.00000 & 0.00000 & 4.1779 & 3.70147 \\ -1319.71 & 388.91 & 0.00000 & 0.00000 \\ 388.91 & -388.91 & 0.00000 & 0.00000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta1 \\ \Delta\delta2 \\ \Delta V2 \\ \Delta V3 \end{bmatrix}$$

Se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta2(3) \\ \Delta\delta3(3) \\ \Delta V2(3) \\ \Delta V3(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.0292109 \\ -0.0834046 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \delta2(4) \\ \delta3(4) \\ V2(4) \\ V3(4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 93.0590243 \\ 83.4754189 \end{bmatrix}$$

Finalmente:

P2(2)	-19.99999	$\Delta P2$	-0.000006
P3(2)	-39.99977	$\Delta P3$	-0.00022
Q2(2)	0	$\Delta Q2$	0
Q3(2)	0	$\Delta Q3$	0

Con esto se dice que los valores de V2 y V3 para el sistema son;

$$V2 = 83.475 \text{ V}$$

$$V3 = 93.059 \text{ V}$$

2. Para el diagrama unifilar de la figura III.7, calcular por el metodo de Newton-Raphson los valores de V2, Q3, I2, I3, P1 y Q1.

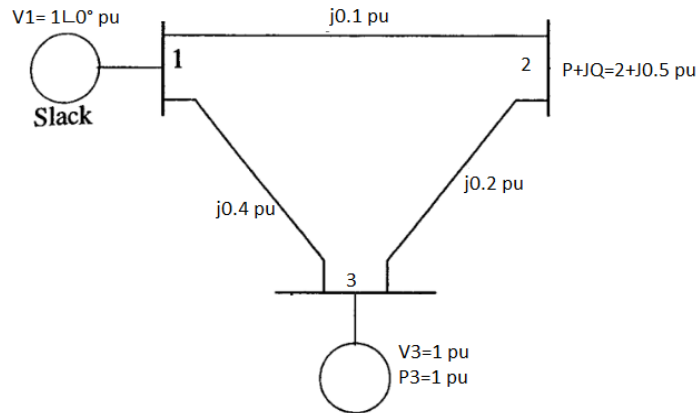


Figura III.7. Diagrama unifilar ejemplo 2

Se tiene que la matriz para el sistema Y_{bus} es:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} -j12.5 & j10 & j2.5 \\ j10 & -j15 & j5 \\ j2.5 & j5 & -j7.5 \end{bmatrix}$$

Tablas de tipos de nodos:

Nodo	Tipo de nodo	P	Q	V	δ
1	Slack	-	-	1 pu	0
2	Carga	-2	-j0.5	$V_2^{(0)}$	$\delta_2^{(0)}$
3	Generación	1	-	1	$\delta_3^{(0)}$

Se hallará la potencia para la primera iteración teniendo los valores en los nodos de carga y de generación; $P2 = -2$ pu y $P3 = 1$ pu, además de $Q2 = -0.5$ pu, y $\delta_2(0) = 0$, $\delta_3(0) = 0$, $V2(0) = 1$ pu y $V3 = 1$ pu.

Asumiendo los siguientes valores:

$$V_2^{(0)} = 1 \text{ pu}$$

$$\delta_2^{(0)} = 0.0$$

$$\delta_3^{(0)} = 0.0$$

Se usa las siguientes ecuaciones:

$$P_i = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j)$$

(1)

$$Q_i = - \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j)$$

(2)

Utilizando las ecuaciones anteriormente mostradas se obtiene:

$$P_2^{(0)} = V_2 V_1 Y_{21} \cos(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) + V_2^2 Y_{22} \cos(\theta_{22}) + V_2 V_3 Y_{23} \cos(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3) \text{ Ecuacion (1)}$$

$$P_3^{(0)} = V_3 V_1 Y_{31} \cos(\theta_{31} - \delta_3 + \delta_1) + V_3 V_2 Y_{32} \cos(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2) + V_3^2 Y_{33} \cos(\theta_{33}) \text{ Ecuacion (2)}$$

$$Q_2^{(0)} = -V_2 V_1 Y_{21} \sin(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) - V_2^2 Y_{22} \sin(\theta_{22}) - V_2 V_3 Y_{23} \sin(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3) \text{ Ecuacion (3)}$$

La diferencia entre los valores programados y calculados, conocidos como los residuales de potencia, dada por:

$$\Delta P_2^{(0)} = P_2^{sch} - P_2^{(0)} = -2 + 0 = -2$$

$$\Delta P_3^{(0)} = P_3^{sch} - P_3^{(0)} = 1 + 0 = 1$$

$$\Delta Q_2^{(0)} = Q_2^{sch} - Q_2^{(0)} = -0.5 + 0 = -0,5$$

Ahora se calcularán los valores para la matriz J para la primera iteración,

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} = V_2 V_1 Y_{21} \sin(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) + V_2 V_3 Y_{23} \sin(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3) = 15$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} = -V_2 V_3 Y_{23} \sin(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3) = -5$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial V_2} = V_1 Y_{21} \cos(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) + 2V_2 Y_{22} \cos(\theta_{22}) + V_3 Y_{23} \cos(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3) = 2.75658 \times 10^{-15}$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} = -V_3 V_2 Y_{32} \sin(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2) = -5$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} = V_3 V_1 Y_{31} \sin(\theta_{31} - \delta_3 + \delta_1) + V_3 V_2 Y_{32} \sin(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2) = 7.5$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial V_2} = V_3 Y_{32} \cos(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2) = 3.06287 \times 10^{-16}$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} = V_2 V_1 Y_{21} \cos(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) + V_2 V_3 Y_{23} \cos(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3) = 9.1886 \times 10^{-16}$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} = -V_2 V_3 Y_{23} \cos(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3) = -3.0628 \times 10^{-16}$$

$$\frac{\partial Q2}{\partial V2} = -V1Y_{21}\text{sen}(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) - 2V2Y_{22}\text{sen}(\theta_{22}) - V3Y_{23}\text{sen}(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3) = 15$$

Matricialmente se tiene:

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ -0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & -5 & 0 \\ -5 & 7.5 & 0 \\ 0 & 0 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta2(1) \\ \Delta\delta3(1) \\ \Delta V2(1) \end{bmatrix}$$

Resolviendo el sistema se encuentra:

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta2(1) \\ \Delta\delta3(1) \\ \Delta V2(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1142 \\ 0.05714 \\ -0.0333 \end{bmatrix}$$

Así se pueden hallar los valores de la siguiente iteración:

$$\begin{bmatrix} \delta2(1) \\ \delta3(1) \\ V2(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta2 + \Delta\delta2(1) \\ \delta3 + \Delta\delta3(1) \\ V2 + \Delta V2(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 - 0.1142 \\ 0 + 0.05714 \\ 1 - 0.0333 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.11428 \\ 0.057142 \\ 0.9667 \end{bmatrix}$$

Hallamos las potencias y los deltas para la segunda iteración, reemplazando los valores obtenidos anteriormente en las ecuaciones (1), (2) y (3):

P2(1)	-1.9268	ΔP2	-0.7312
P3(1)	0.9672	ΔP3	0.327
Q2(1)	-0.3494	ΔQ2	-0.1505

Recalculando nuevamente los valores de la matriz J, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} -0.0465 \\ 0.02132 \\ -0.3415 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14.5642 & -4.82817 & -1.9933 \\ -4.8281 & 7.32409 & 0.85295 \\ -1.9534 & 0.83589 & 14.1385 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta2(2) \\ \Delta\delta3(2) \\ \Delta V2(2) \end{bmatrix}$$

Resolviendo el sistema se encuentra:

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta2(2) \\ \Delta\delta3(2) \\ \Delta V2(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.00607 \\ 0.001882 \\ -0.01159 \end{bmatrix}$$

Así se pueden hallar los valores de la siguiente iteración:

$$\begin{bmatrix} \delta2(2) \\ \delta3(2) \\ V2(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.12036 \\ 0.05902 \\ 0.95508 \end{bmatrix}$$

Tercera iteración:

P2(3)	-1.99886	ΔP2	-0.0012
P3(3)	0.99954	ΔP3	0.0004805
Q2(3)	-0.4978	ΔQ2	-0.002179

$$\begin{bmatrix} -0.0012 \\ 0.0004805 \\ -0.002179 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14.1805 & -4.6988 & -2.0928 \\ -4.6988 & 7.1944 & 0.89212 \\ -1.9988 & 0.85204 & 13.805 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta 2(3) \\ \Delta\delta 3(3) \\ \Delta V 2(3) \end{bmatrix}$$

Resolviendo se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta 2(3) \\ \Delta\delta 3(3) \\ \Delta V 2(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -103.408E-6 \\ 20.8527E-6 \\ -174.098E-6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \delta 2(3) \\ \delta 3(3) \\ V 2(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.12046 \\ 0.05905 \\ 0.9549 \end{bmatrix}$$

Cuarta iteración:

P2(4)	-2	ΔP2	-297.87E-9
P3(4)	1	ΔP3	113.043E-9
Q2(4)	-0.4999	ΔQ2	-500.692E-9

Los valores de V2 y V3 son entonces:

$$V2 = 0.9549 \angle -0.12046 \text{ rad} = 0.9549 \angle -6.902^\circ \text{ pu}$$

$$V3 = 1 \angle 0.05905 \text{ rad} = 1 \angle 3.383^\circ \text{ pu}$$

Se despejan las corrientes en los nodos y en las líneas:

$$I1 = I12 + I13$$

$$I12 = \frac{V1 - V2}{j0.1} = \frac{0.1251 \angle 66.4}{j0.1} = 1.251 \angle -23.59^\circ \text{ pu}$$

$$I13 = \frac{V1 - V3}{j0.4} = \frac{0.0589 \angle -88.31}{j0.4} = 0.147 \angle -178.31^\circ \text{ pu}$$

$$I1 = I12 + I13 = 1.119 \angle -26.8^\circ \text{ pu}$$

$$I2 = I12 - I23$$

$$I23 = \frac{V2 - V3}{j0.2} = \frac{0.1802 \angle -105.56}{j0.2} = 0.901 \angle 164.43^\circ \text{ pu}$$

$$I2 = I12 - I23 = 2.149 \angle -20.237^\circ \text{ pu}$$

$$I3 = -(I13 + I23) = 1.042 \angle -13.171^\circ \text{ pu}$$

Ahora se hallarán las potencias desconocidas en los nodos 1 y 3:

$$P1 + jQ1 = V1 I1^* = (1 \angle 0^\circ)(1.119 \angle 26.8^\circ) = 1 + j0.504 \text{ pu}$$

$$P3 + jQ3 = V3 I3^* = (1 \angle 3.378^\circ)(1.042 \angle 13.171^\circ) = 1 + j0.296 \text{ pu}$$

3. Para el diagrama unifilar de la figura III.8, realizar el flujo de carga por el método de Gauss-Seidel, calcular las pérdidas totales y las pérdidas en el nodo slack.

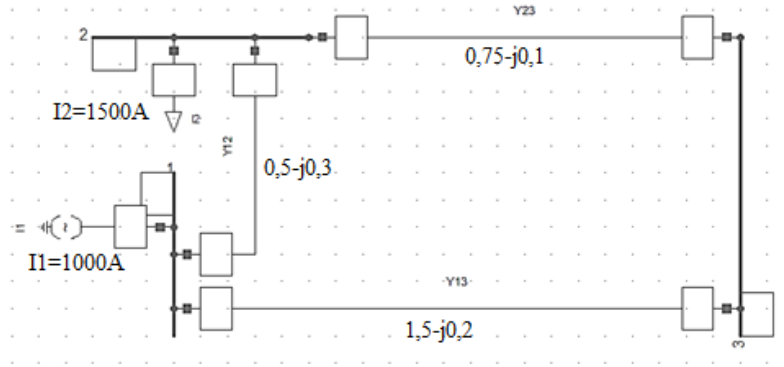


Figura III.8. Diagrama unifilar ejemplo 3

Solución:

$$V_{base} = 100 \text{ KV}$$

$$I_{base} = 1000 \text{ A}$$

Nodo	Tipo	V	δ	P (Ig)	Q (Ic)
1	PV	?	?	1000 A = 1p.u	?
2	PQ	?	?	?	-1500 A = -1.5 p.u
3	Slack	100kV = 1p.u	?	?	?

Se asume que $V_2^{(0)} = V_3^{(0)} = 100 \text{ KV} = 1 \text{ PU}$

La matriz de admitancias de nodos, teniendo en cuenta que los valores de las cargas de las líneas vienen dados en valores de conductancia y susceptancia ($G + jB$), es la siguiente:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 2 - j0.5 & -0.5 + j0.3 & -1.5 + j0.2 \\ -0.5 + j0.3 & 1.25 - j0.4 & -0.75 + j0.1 \\ -1.5 + j0.2 & -0.75 + j0.1 & 2.25 - j0.3 \end{bmatrix}$$

Para calcular la matriz de admitancias Ybus en por unidad se debe:

$$Z_{base} = \frac{100 \text{ KV}}{1000 \text{ A}} = 100 \Omega$$

$$Y_{base} = \frac{1}{100} = 0.01$$

Resultado matriz Ybus:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 200 - j50 & -50 + j30 & -150 + j20 \\ -50 + j30 & 125 - j40 & -75 + j10 \\ -150 + j20 & -75 + j10 & 225 - j30 \end{bmatrix}$$

Aplicando el método de Gauss- Seidel para un error de $1 * 10^{-3}$

$$V_i^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{ii}} * \left[\frac{P_i - jQ_i}{V_i^k} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n Y_{ij} V_j^{(k+1)} \right]$$

Primera iteración

$$V_1^{(1)} = \frac{1}{Y_{11}} * \left[\frac{P_1 - jQ_1}{V_1^0} - \left((Y_{12}) * (V_2^{(0)}) - (Y_{13}) * (V_3^{(0)}) \right) \right]$$

$$V_1^{(1)} = \frac{1}{200 - j50} * [1 - ((-50 + j30) * (1) - (-150 - j20) * (1))] = 1.00471 \angle 0.067091$$

$$V_2^{(1)} = \frac{1}{Y_{22}} * \left[\frac{P_2 - jQ_2}{V_2^0} - \left((Y_{21}) * (V_1^{(1)}) - (Y_{23}) * (V_3^{(0)}) \right) \right]$$

$$V_2^{(1)} = \frac{1}{125 - j40} * [-1.5 - ((-50 + j30) * (1.00471 \angle 0.067091) - (-75 + j10) * (1))]$$

$$= 0.991276 \angle -0.1995$$

Segunda iteración

$$V_1^{(2)} = \frac{1}{200 - j50} * [1 - ((-50 + j30) * (0.991276 \angle -0.1995) - (-150 - j20) * (1))]$$

$$= 1.00206 \angle 0.054961$$

$$V_2^{(2)} = \frac{1}{125 - j40} * [-1.5 - ((-50 + j30) * (1.00206 \angle 0.054961) - (-75 + j10) * (1))]$$

$$= 0.990108 \angle -0.1896$$

Tercera iteración

$$V_1^{(3)} = \frac{1}{200 - j50} * [1 - ((-50 + j30) * (0.990108 \angle -0.1896) - (-150 - j20) * (1))]$$

$$= 1.00176 \angle 0.063193$$

$$V_2^{(3)} = \frac{1}{125 - j40} * [-1.5 - ((-50 + j30) * (1.00176 \angle 0.063193) - (-75 + j10) * (1))]$$

$$= 0.98992 \angle -0.18427$$

Cálculo del error

$$V_1^{(2)} - V_1^{(3)} = 0.00334$$

$$V_2^{(2)} - V_2^{(3)} = 0.000148$$

En este caso se cumple que $|V_i^{(k+1)} - V_i^{(k)}| \leq \varepsilon$

Cálculo de corrientes

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 - j0.5 & -0.5 + j0.3 & -1.5 + j0.2 \\ -0.5 + j0.3 & 1.25 - j0.4 & -0.75 + j0.1 \\ -1.5 + j0.2 & -0.75 + j0.1 & 2.25 - j0.3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 - j0.5 & -0.5 + j0.3 & -1.5 + j0.2 \\ -0.5 + j0.3 & 1.25 - j0.4 & -0.75 + j0.1 \\ -1.5 + j0.2 & -0.75 + j0.1 & 2.25 - j0.3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 100176 \angle 0.063193 \\ 98992 \angle -0.18427 \\ 100 \angle 0 \end{bmatrix}$$

Sabiendo que:

$$I_1 = 1000 \text{ A}$$

$$I_2 = 1500 \text{ A}$$

Se procede a realizar el cálculo de I_3

$$I_3 = (V_1 * Y_{31}) + (V_2 * Y_{32}) + (V_3 * Y_{33}) = 900431 \angle 172.263$$

Cálculo de flujos de potencia

	Nodos	Flujos	Potencia (MVA)
S_{12}	1 - 2	$V_1^* (V_1 - V_2) * Y_{12}$	$51982 \angle 31.2391$
S_{21}	2 - 1	$V_2^* (V_2 - V_1) * Y_{21}$	$57827 \angle 30.7163$
S_{13}	1 - 3	$V_1^* (V_1 - V_3) * Y_{13}$	$31.49 \angle 155.53$
S_{31}	3 - 1	$V_3^* (V_3 - V_1) * Y_{31}$	$31.43 \angle -24.5335$
S_{23}	2 - 3	$V_2^* (V_2 - V_3) * Y_{23}$	$74905.7 \angle 7.41036$
S_{32}	3 - 2	$V_3^* (V_3 - V_2) * Y_{32}$	$67340.2 \angle 7.7996$

Perdidas en el nodo 3

$$S_3 = S_{13} + S_{23} = 31.49 \angle 155.53 + 74905.7 \angle 7.41036 = 74879 \angle 7.42309$$

- Para el circuito de la figura III.9, realizar el flujo de carga por el método de Gauss-Seidel calcular las pérdidas totales y las pérdidas en el nodo de referencia.

Tenga en cuenta las siguientes condiciones iniciales: $V_2^{(0)} = V_3^{(0)} = 100V$

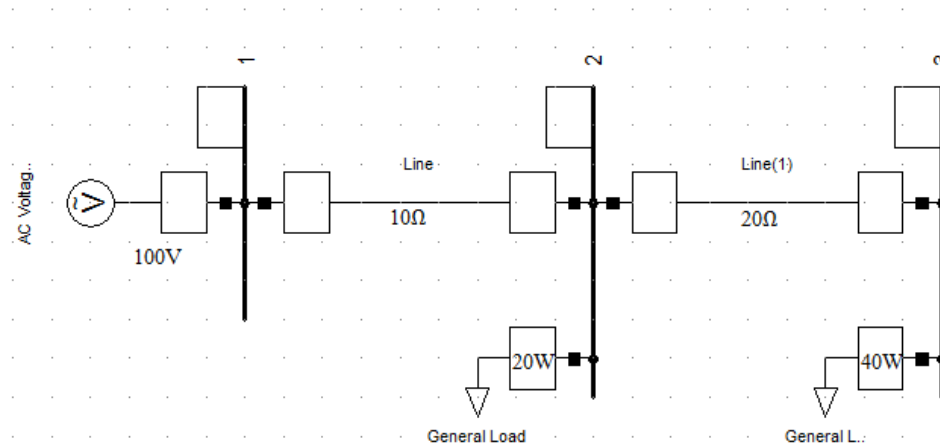


Figura III.9. Diagrama Unifilar ejemplo 4

Solución:

Nodo	Tipo	Voltaje(V)	Ángulo (α)	P	Q
1	PV-Slack	100V	?	60W	?
2	PQ	?	?	20W	0
3	PQ	?	?	40W	0

A continuación, se enuncia la matriz Y_{bus} la cual es realizada de acuerdo al circuito de la figura 2.

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 0,1 & -0,1 & 0 \\ -0,1 & 0,15 & -0,05 \\ 0 & -0,05 & 0,05 \end{bmatrix}$$

Para llevar a cabo el método de Gauss-Seidel se sigue la siguiente ecuación:

$$V_i^{(k+1)} = \frac{1}{\sum y_{ij}} \left[\frac{P_i - jQ_i^{sch}}{V_i^{*(k)}} + \sum y_{ij} V_j^{(k)} \right] \quad j \neq i$$

Primera iteración $k = 0$

$$V_2^{(1)} = \frac{1}{0,15} \left[\frac{-20}{100} - ((-0,1)(100) + (-0,05)(100)) \right] = 98,666V$$

$$V_3^{(1)} = \frac{1}{0,05} \left[\frac{-40}{100} - ((-0,05)(98,666V)) \right] = 90,666V$$

Segunda iteración $k = 1$

$$V_2^{(2)} = \frac{1}{0,15} \left[\frac{-20}{98,666V} - ((-0,1)(100) + (-0,05)(90,666V)) \right] = 95,537V$$

$$V_3^{(2)} = \frac{1}{0,05} \left[\frac{-40}{90,666V} - ((-0,05)(95,537)) \right] = 86,7134V$$

Tercera iteración $k = 2$

$$V_2^{(3)} = \frac{1}{0,15} \left[\frac{-20}{95,537} - ((-0,1)(100) + (-0,05)(86,7134V)) \right] = 94,1755V$$

$$V_3^{(3)} = \frac{1}{0,05} \left[\frac{-40}{86,7134} - ((-0,05)(94,1755)) \right] = 84,94V$$

Cuarta iteración $k = 3$

$$V_2^{(4)} = \frac{1}{0,15} \left[\frac{-20}{94,175} - ((-0,1)(100) + (-0,05)(84,94V)) \right] = 93,56V$$

$$V_3^{(4)} = \frac{1}{0,05} \left[\frac{-40}{84,94V} - ((-0,05)(93,56V)) \right] = 84,14V$$

Quinta iteración $k = 3$

$$V_2^{(4)} = \frac{1}{0,15} \left[\frac{-20}{93,56V} - ((-0,1)(100) + (-0,05)(84,14)) \right] = 93,28V$$

$$V_3^{(4)} = \frac{1}{0,05} \left[\frac{-40}{84,14V} - ((-0,05)(93,28V)) \right] = 83,77V$$

En la tabla, se consigna el resultado de las iteraciones siguientes, llegando hasta la iteración número 13 donde el error es igual a 0,001.

Número de iteración	V2(V)	V3(V)
6	93,1658	83,6175
7	93,1080	83,5407
8	93,0815	83,5053
9	93,0693	83,4891
10	93,0638	83,4817
11	93,0612	83,4783
12	93,0600	83,4767
13	93,0595	83,4759

Corrientes:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1 & -0,1 & 0 \\ -0,1 & 0,15 & -0,05 \\ 0 & -0,05 & 0,05 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 100 \\ 93,0595 \\ 83,4759 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,6941 \\ -0,21487 \\ -0,4792 \end{bmatrix}$$

Flujo de Carga:

	Nodos	Flujos
S_{12}	1-2	$P_{12} - jQ_{12} = V_1^*(V_1 - V_2)y_{12} = 69,4055$
S_{21}	2-1	$P_{21} - jQ_{21} = V_2^*(V_2 - V_1)y_{21} = -64,5884$
S_{23}	2-3	$P_{23} - jQ_{23} = V_2^*(V_2 - V_3)y_{23} = 44,5918$
S_{32}	3-2	$P_{32} - jQ_{32} = V_3^*(V_3 - V_2)y_{32} = -39,9947$

Pérdidas:

$$|S_{12} - S_{21}| = 4,8171$$

$$|S_{23} - S_{32}| = 4,5921$$

Si restamos los resultados planteados anteriormente, encontramos unas pérdidas en el nodo 4 de: $P = 0,225$

- Determinar el estado de la red de la figura III.10, tensiones y potencias (activas y reactivas) en cada uno de los nodos, mediante el algoritmo de Gauss Seidel y posteriormente mediante Newton Raphson. Tomar como potencia base 100MVA y un error máximo de 0,1MVA.

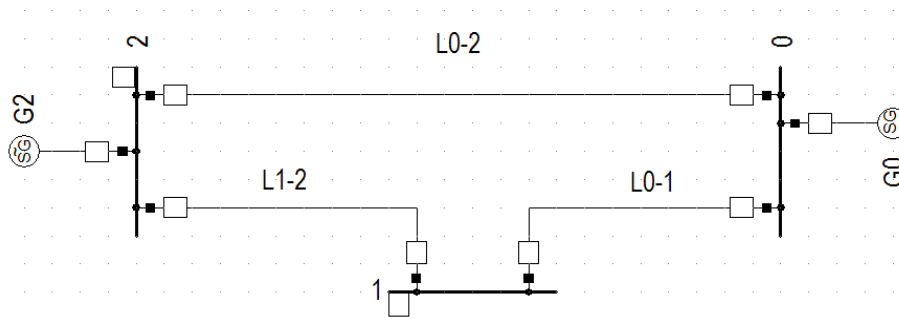


Figura III.10. Diagrama unifilar ejemplo 5

Solución por Newton Raphson:

Se toman como condiciones iniciales tensiones de 1.0 p. u y ángulos en cero grados.

Primero realizamos la diagonal de la Y_{bus} :

$$Y_{00} = \frac{1}{0.01j} * 3 + 0.01j * 2 = -29.98j$$

$$Y_{11} = \frac{1}{0.01j} * 3 + 0.01j * 2 = -29.98j$$

$$Y_{22} = \frac{1}{0.01j} * 2 = -20j$$

El resultado de la Y_{bus} es:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} -29.98j & 20j & 10j \\ 20j & -29.98j & 10j \\ 10j & 10j & -20j \end{bmatrix}$$

- Desarrollo del ejercicio por Newton-Rhapson: primero se calculan las ecuaciones de potencias y sus respectivas derivadas para posteriormente iniciar el proceso de iteración:

$$P1 = V_1^2 Y_{11} \cos(\theta_{11}) + V_1 V_0 Y_{10} \cos(\theta_{10} - \delta_1 + \delta_0) + V_1 V_2 Y_{12} \cos(\theta_{12} - \delta_1 + \delta_2)$$

$$Q1 = -V_1^2 Y_{11} \sin(\theta_{11}) - V_1 V_0 Y_{10} \sin(\theta_{10} - \delta_1 + \delta_0) - V_1 V_2 Y_{12} \sin(\theta_{12} - \delta_1 + \delta_2)$$

$$P2 = V_2^2 Y_{22} \cos(\theta_{22}) + V_2 V_0 Y_{20} \cos(\theta_{20} - \delta_2 + \delta_0) + V_2 V_1 Y_{21} \cos(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1)$$

Derivadas Parciales:

$$\frac{\partial P_1}{\partial \delta_1} = V_1 V_0 Y_{10} \sin(\theta_{10} - \delta_1 + \delta_0) + V_1 V_2 Y_{12} \sin(\theta_{12} - \delta_1 + \delta_2)$$

$$\frac{\partial P_1}{\partial \delta_2} = -V_1 V_2 Y_{12} \sin(\theta_{12} - \delta_1 + \delta_2)$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_1} = -V_1 V_2 Y_{21} \sin(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1)$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} = V_2 V_0 Y_{20} \sin(\theta_{20} - \delta_2 + \delta_0) + V_2 V_1 Y_{21} \sin(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1)$$

$$\frac{\partial Q_1}{\partial \delta_1} = V_1 V_0 Y_{10} \cos(\theta_{10} - \delta_1 + \delta_0) + V_1 V_2 Y_{12} \cos(\theta_{12} - \delta_1 + \delta_2)$$

$$\frac{\partial Q_1}{\partial \delta_2} = -V_1 V_2 Y_{12} \cos(\theta_{12} - \delta_1 + \delta_2)$$

$$\frac{\partial P_1}{\partial V_1} = 2V_1 Y_{11} \cos(\theta_{11}) + V_0 Y_{10} \cos(\theta_{10} - \delta_1 + \delta_0) + V_2 Y_{12} \cos(\theta_{12} - \delta_1 + \delta_2)$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial V_1} = V_2 Y_{21} \cos(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1)$$

$$\frac{\partial Q_1}{\partial V_1} = -2V_1 Y_{11} \sin(\theta_{11}) - V_0 Y_{10} \sin(\theta_{10} - \delta_1 + \delta_0) - V_2 Y_{12} \sin(\theta_{12} - \delta_1 + \delta_2)$$

Después de realizar todas las ecuaciones se procede a realizar el proceso de iteración con las tensiones iniciales iguales a 1 y los ángulos iguales a cero, a continuación, se muestran las tablas con los valores de cada iteración hasta llegar a un error de $1 * 10^{-3}$

Potencia por iteración:

N. Ite.	P_1	P_2	Q_2
0	0	0	-0.02
1	-1	0.5	0.01702
2	-1	0.5	$9.644 * 10^{-6}$

Error de potencia por iteración:

N. Ite.	ΔP_1	ΔP_2	ΔQ_2
0	-1	0.5	-0.02
1	$4.708 * 10^{-4}$	$-1.586 * 10^{-4}$	0.01702
2	$-5.462 * 10^{-8}$	$2.639 * 10^{-8}$	$9.644 * 10^{-6}$

Ángulos y tensiones por iteración en grados:

N. Ite.	δ_1	δ_2	$ V_2 $
0	0	0	1
1	-1.719	0.573	1.0001
2	-1.719	0.573	1

Valor Final de tensiones:

Tensión	Valor
V_0	$1 \angle 0^\circ$
V_1	$1 \angle -1.719^\circ$
V_2	$1 \angle 0.573^\circ$

La potencia en cada uno de los nodos:

$$P_0 = V_0^2 Y_{00} \cos(\theta_{00}) + V_0 V_1 Y_{01} \cos(\theta_{01} - \delta_0 + \delta_1) + V_0 V_2 Y_{02} \cos(\theta_{02} - \delta_0 + \delta_2) = 0.5$$

$$Q_0 = -V_0^2 Y_{00} \sin(\theta_{00}) - V_0 V_1 Y_{01} \sin(\theta_{01} - \delta_0 + \delta_1) - V_0 V_2 Y_{02} \sin(\theta_{02} - \delta_0 + \delta_2) = -0.013$$

$$P_1 = 1$$

$$Q_1 = 0$$

$$P_2 = 0.5$$

$$Q_2 = -V_2^2 Y_{22} \sin(\theta_{22}) - V_2 V_0 Y_{20} \sin(\theta_{20} - \delta_2 + \delta_0) - V_2 V_1 Y_{21} \sin(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) = 0.007$$

Solución por Gauss-Seidel:

Primero se hallan las fórmulas necesarias para el proceso de iteración teniendo en cuenta la corrección de V_2 :

$$V_1 = \frac{1}{-29.98j} \left(\frac{-1}{V_1^*} - (20j * 1 + 10j * V_1) \right)$$

$$Q_2 = -img(V_2^* * (v2 * -20j + 10j * 1 + 10j * v1))$$

$$V_{c2} = \frac{1}{-20j} \left(\frac{0.5 - jQ_2}{V_2^*} - (10j * 1 + 10j * V_1) \right)$$

$$V_2 = \sqrt{|1|^2 - (img(V_{c2}))^2} + j * img(V_{c2})$$

A continuación, se muestran los valores de tensión y Q_2 :

N. Ite	V_1	Q_2	V_2
1	$1.0007 - 0.0334j$	-0.0067	$1 + 0.083j$

2	$0.9995 - 0.0305j$	0.0078	$1 + 0.0097j$
3	$0.9996 - 0.0301j$	0.0075	$1 + 0.0100j$
4	$0.9996 - 0.0300j$	0.0075	$1 + 0.0100j$
5	$0.9996 - 0.0300j$	0.0075	$0.9999 + 0.0100j$

Los errores por iteración son:

N. Ite	ΔV_1	ΔQ_2	ΔV_2
1	0.0012	0.4933	0
2	0.0012	0.0011	0
3	$7.4517 * 10^{-5}$	0.0002	0
4	$1.15 * 10^{-6}$	$3.81 * 10^{-5}$	0
5	$1.98 * 10^{-6}$	$6.43 * 10^{-6}$	0

Los valores finales de voltaje en polar son:

Tensión	Valor
V_0	$1 \angle 0^\circ$
V_1	$1 \angle -1.719^\circ$
V_2	$1 \angle 0.573^\circ$

La potencia compleja en los nodos es:

$$S_n^* = P_n - Q_n i = V_n^* \left(\sum_{j=1}^n Y_{ij} V_{ij} \right)$$

Potencia	Valor
S_0	$0.5 - 0.0125i$
S_1	$1 + 0i$
S_2	$0.5 + 0.0075i$

6. Realizar el flujo de potencia para el circuito de la figura III.11, por los métodos de Gauss-Seidel y Newton Raphson. Determine los valores del fasor de tensión en los barrajes 2 y 3 con una precisión de 4 decimales, así como la potencia reactiva en el nodo 3. Encuentre la potencia activa (P1) y reactiva (Q1) que entrega el nodo compensador. Determine el flujo en las líneas (S12, S13, S23, S21, S31, S32, SL12, SL13 y SL23). Construya un diagrama de flujos de potencia indicando la dirección del flujo.

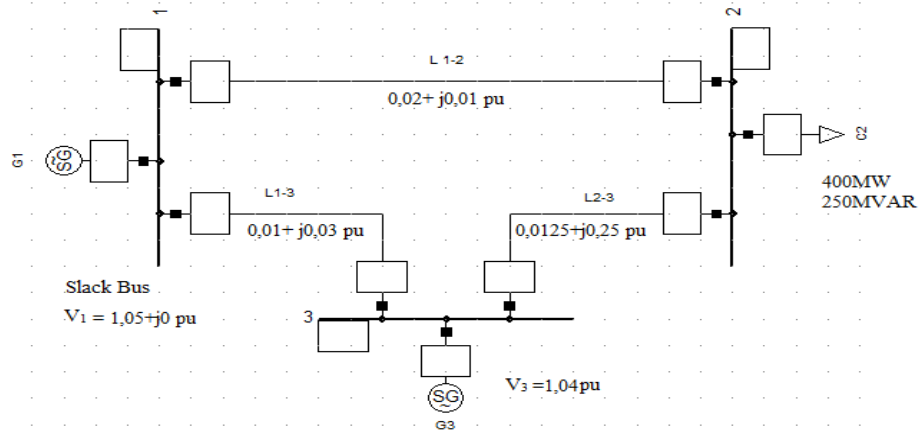


Figura III.11. Diagrama unifilar ejemplo 6

Para el desarrollo de este ejercicio por ambos métodos, es necesario que tipo de nodos existen y sus respectivos valores conocidos lo cual se puede ver en la tabla I, además se debe obtener la Y_{bus} de dicho sistema

Nodo	Tipo	δ	V	P	Q
1	Slack	0	1.05		
2	PQ			-4	-2.5
3	PV		1.04	2	

Para desarrollar el ejercicio, en primer lugar, se debe calcular la Y_{bus} , con base a las impedancias de línea dadas en el circuito, así:

$$Y_{11} = Y_{12} + Y_{13} = 50 - 50j$$

$$Y_{22} = Y_{21} + Y_{23} = 56 - 52j$$

$$Y_{33} = Y_{31} + Y_{32} = 26 - 62j$$

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 50 - 50j & -40 + 20j & -10 + 30j \\ -40 + 20j & 56 - 52j & -16 + 32j \\ -10 + 30j & -16 + 32j & 26 - 62j \end{bmatrix}$$

Para realizar el ejercicio por el método de Gauss Seidel, es necesario conocer las ecuaciones generales con las cuales se van a desarrollar cada una de las iteraciones, las cuales son:

$$V_i^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{ii}} \left[\frac{P - Qj}{V_i^{(k+1)*}} - \left(\sum_{j=1, j \neq i}^n Y_{ij} * V_j^{(k)} \right) \right]$$

$$Q_i^{(k+1)} = -\Im \left\{ (V_i^{(k)})^* \left(\sum_{j=1}^{i-1} Y_{ij} * V_j^{(k+1)} \right) + (V_i^{(k)})^* \left(\sum_{j=i}^n Y_{ij} * V_j^{(k)} \right) \right\}$$

En este problema se dan los siguientes valores iniciales:

$$V_2^{(0)} = 0.97061 - j0.04565 \quad V_3^{(0)} = 1.03996 - j0.00900$$

A continuación, se utilizan las ecuaciones de Gauss Seidel ya mencionadas, remplazando los valores iniciales y los datos que se tienen en la tabla.

Iteraciones:

K=0

$$V_2^{(1)} = \frac{1}{56 - 20j} \left[\frac{-4 + 2,5j}{0.97061 + j0.04565} - ((-40 + 20j)(1.05) + (-16 + 32j)(1.03996 - j0.00900)) \right] \\ = (0.9812 - j0.0113)pu$$

$$Q_3^{(1)} = -\mathbb{I}\{(1.03996 + j0.00900)[(-10 + 30j)(1.05) + (-16 + 32j)(0.9812 - j0.0113) + (26 - 62j)(1.03996 - j0.00900)]\} = (1.6898)pu$$

$$V_{c3}^{(1)} = \frac{1}{26 - 62j} \left[\frac{2 - 1.6898j}{1.03996 + j0.00900} - ((-10 + 30j)(1.05) + (-16 + 32j)(0.9812 - j0.0113)) \right] \\ = (1.04743 + j0.0083)pu$$

$$V_3^{(1)} = \sqrt{1.04^2 - 0.0083^2} = (1.0400 + j0.0083)pu$$

K=1

$$V_2^{(2)} = \frac{1}{56 - 20j} \left[\frac{-4 + 2,5j}{0.9812 + j0.0113} - ((-40 + 20j)(1.05) + (-16 + 32j)(1.0400 + j0.0083)) \right] \\ = (0.9851 - j0.0059)pu$$

$$Q_3^{(2)} = -\mathbb{I}\{(1.0400 - j0.0083)[(-10 + 30j)(1.05) + (-16 + 32j)(0.9851 - j0.0059) + (26 - 62j)(1.0400 + j0.0083)]\} = (1.2046)pu$$

$$V_{c3}^{(2)} = \frac{1}{26 - 62j} \left[\frac{2 - 1.2046j}{1.0400 - j0.0083} - ((-10 + 30j)(1.05) + (-16 + 32j)(0.9851 - j0.0059)) \right] \\ = (1.042539 + j0.0145)pu$$

$$V_3^{(2)} = \sqrt{1.04^2 - 0.0145^2} = (1.0399 + j0.0145)pu$$

K=2

$$V_2^{(3)} = \frac{1}{56 - 20j} \left[\frac{-4 + 2,5j}{0.9851 + j0.0059} - ((-40 + 20j)(1.05) + (-16 + 32j)(1.0399 + j0.0145)) \right] \\ = (0.98864 - j0.0034)pu$$

$$Q_3^{(3)} = -\mathbb{I}\{(1.0399 - j0.0145)[(-10 + 30j)(1.05) + (-16 + 32j)(0.98864 - j0.0034) + (26 - 62j)(1.0399 + j0.0145)]\} = (1.0427)pu$$

$$V_{c3}^{(3)} = \frac{1}{26 - 62j} \left[\frac{2 - 1.0427j}{1.0399 - j0.0145} - ((-10 + 30j)(1.05) + (-16 + 32j)(0.98864 - j0.0034)) \right] \\ = (1.04206 + j0.0169)pu$$

$$V_3^{(3)} = \sqrt{1.04^2 - 0.0169^2} = (1.0399 + j0.0169)pu$$

K=3

$$V_2^{(4)} = \frac{1}{56 - 20j} \left[\frac{-4 + 2,5j}{0.98864 + j0.0034} - ((-40 + 20j)(1.05) + (-16 + 32j)(1.0399 + j0.0169)) \right] \\ = (0.98868 - j0.0025)pu$$

$$Q_3^{(4)} = -\Im\{(1.0399 - j0.0169)[(-10 + 30j)(1.05) + (-16 + 32j)(0.98868 - j0.0025) + (26 - 62j)(1.0399 + j0.0169)]\} = (0,9814)pu$$

$$V_{c3}^{(4)} = \frac{1}{26 - 62j} \left[\frac{2 - 0,9814j}{1.0399 - j0.0169} - ((-10 + 30j)(1.05) + (-16 + 32j)(0.98868 - j0.0025)) \right] \\ = (1.0411906 + j0.0178)pu$$

$$V_3^{(4)} = \sqrt{1.04^2 - 0.0178388^2} = (1.0398 + j0.0178)pu$$

K=4

$$V_2^{(5)} = \frac{1}{56 - 20j} \left[\frac{-4 + 2,5j}{0.98868 - j0.0025} - ((-40 + 20j)(1.05) + (-16 + 32j)(1.0398 + j0.0178)) \right] \\ = (0.98870 - j0.0022)pu$$

$$Q_3^{(5)} = -\Im\{(1.0398 - j0.0178)[(-10 + 30j)(1.05) + (-16 + 32j)(0.98870 - j0.0022) + (26 - 62j)(1.0398 + j0.0178)]\} = (0,9587)pu$$

$$V_{c3}^{(5)} = \frac{1}{26 - 62j} \left[\frac{2 - 0,9587j}{1.0398 - j0.0178} - ((-10 + 30j)(1.05) + (-16 + 32j)(0.98870 - j0.0022)) \right] \\ = (1.04087 + j0.0181)pu$$

$$V_3^{(5)} = \sqrt{1.04^2 - 0.018141^2} = (1.0398 + j0.0181)pu$$

K=5

$$V_2^{(6)} = \frac{1}{56 - 20j} \left[\frac{-4 + 2,5j}{0.98870 - j0.0022} - ((-40 + 20j)(1.05) + (-16 + 32j)(1.0398 + j0.0181)) \right] \\ = (0.98871 - j0.0021)pu$$

$$Q_3^{(6)} = -\Im\{(1.0398 - j0.0181)[(-10 + 30j)(1.05) + (-16 + 32j)(0.98871 - j0.0021) + (26 - 62j)(1.0398 + j0.0181)]\} = (0,9503)pu$$

$$V_{c3}^{(6)} = \frac{1}{26 - 62j} \left[\frac{2 - 0,9503j}{1.0398 - j0.0181} - ((-10 + 30j)(1.05) + (-16 + 32j)((0.98871 - j0.0021))) \right] \\ = (1.0407564 + j0.0182)pu$$

$$V_3^{(6)} = \sqrt{1.04^2 - 0.01824615^2} = (1.0398 + j0.0182)pu$$

K=6

$$V_2^{(7)} = \frac{1}{56 - 20j} \left[\frac{-4 + 2,5j}{0.98871 + j0.0021} - ((-40 + 20j)(1.05) + (-16 + 32j)(1.0398 + j0.0182)) \right] \\ = (0.98871 - j0.0020)pu$$

$$Q_3^{(7)} = -\Im\{(1.0398 - j0.0182)[(-10 + 30j)(1.05) + (-16 + 32j)(0.98871 - j0.0020) + (26 - 62j)(1.0398 + j0.0182)]\} = (0.9472)pu$$

$$V_{c3}^{(7)} = \frac{1}{26 - 62j} \left[\frac{2 - 0.9472j}{1.0398 - j0.0182} - ((-10 + 30j)(1.05) + (-16 + 32j)((0.98871 - j0.0020))) \right] \\ = (1.0407085 + j0.0183)pu$$

$$V_3^{(7)} = \sqrt{1.04^2 - 0.018317877^2} = (1.0398 + j0.0183)pu$$

K=7

$$V_2^{(8)} = \frac{1}{56 - 20j} \left[\frac{-4 + 2.5j}{0.98871 + j0.0020} - ((-40 + 20j)(1.05) + (-16 + 32j)(1.0398 + j0.0183)) \right] \\ = (0.98871 - j0.0020)pu$$

$$Q_3^{(8)} = -\Im\{(1.0398 - j0.0183)[(-10 + 30j)(1.05) + (-16 + 32j)(0.98871 - j0.0020) + (26 - 62j)(1.0398 + j0.0183)]\} = (0.9461)pu$$

$$V_{c3}^{(8)} = \frac{1}{26 - 62j} \left[\frac{2 - 0.9472j}{1.0398 - j0.0183} - ((-10 + 30j)(1.05) + (-16 + 32j)((0.98871 - j0.0020))) \right] \\ = (1.040707 + j0.0183)pu$$

$$V_3^{(8)} = \sqrt{1.04^2 - 0.01832007^2} = (1.0398 + j0.0183)pu$$

K=8

$$V_2^{(9)} = \frac{1}{56 - 20j} \left[\frac{-4 + 2.5j}{0.98871 + j0.0020} - ((-40 + 20j)(1.05) + (-16 + 32j)(1.0398 + j0.0183)) \right] \\ = (0.98871 - j0.0020)pu$$

$$Q_3^{(9)} = -\Im\{(1.0398 - j0.0183)[(-10 + 30j)(1.05) + (-16 + 32j)(0.98871 - j0.0020) + (26 - 62j)(1.0398 + j0.0183)]\} = (0.9457)pu$$

$$V_{c3}^{(9)} = \frac{1}{26 - 62j} \left[\frac{2 - 0.9472j}{1.0398 - j0.0183} - ((-10 + 30j)(1.05) + (-16 + 32j)((0.98871 - j0.0020))) \right] \\ = (1.040707 + j0.0183)pu$$

$$V_3^{(9)} = \sqrt{1.04^2 - 0.01832007^2} = (1.0398 + j0.0183)pu$$

Tras calcular 9 valores de voltajes en las barras 2 y 3 como la potencia reactiva de la barra 3 en donde se logra tener el error esperado con el siguiente resultado:

Tensión barraje 2

$$V_2 = (0.98871 - j0.0020)pu$$

Tensión barraje 3

$$V_3 = (1.0398 + j0.0183)pu$$

Potencia barraje 3

$$Q_3 = (0,9457)pu$$

Para calcular S_1 , se tiene:

$$\begin{aligned} S_1^* &= P_1 - jQ_2 = V_1^*[V_1(Y_{12} + Y_{13}) - (V_2Y_{12} + V_3Y_{13})] \\ S_1^* &= P_1 - jQ_2 = 1.05[1.05(-40 + 20j - 10 + 30j) \\ &\quad - ((0.98871 - j0.0020)(-40 + 20j) + (1.0398 + j0.0183)(-10 + 30j))] \\ S_1^* &= P_1 - jQ_2 = 2.2140 - j1.7488 \\ S_1 &= P_1 + jQ_2 = 2.2140 + j1.7488 \end{aligned}$$

Para realizar el flujo de potencia, se tiene:

$S_{ij}^* = V_{ij}^*(V_{ij} - V_{ji})y_{ij}$			
	Flujo		
1-2	$S_{12} = P_{12} + jQ_{12}$	$V_{12}((V_{12} - V_{12})y_{12})^*$	$2.6829 + j1.2368$
2-1	$S_{21} = P_{21} + jQ_{21}$	$V_{21}((V_{21} - V_{21})y_{21})^*$	$-2.5246 - j1.1577$
1-3	$S_{13} = P_{13} + jQ_{13}$	$V_{13}((V_{13} - V_{13})y_{13})^*$	$-0.4689 + j0.5120$
3-1	$S_{31} = P_{31} + jQ_{31}$	$V_{31}((V_{31} - V_{31})y_{31})^*$	$0.4733 - j1.4989$
2-3	$S_{23} = P_{23} + jQ_{23}$	$V_{23}((V_{23} - V_{23})y_{23})^*$	$-1.4756 - j1.3423$
3-2	$S_{32} = P_{32} + jQ_{32}$	$V_{32}((V_{32} - V_{32})y_{32})^*$	$1.5266 + j1.4444$

Para calcular el flujo entre líneas, se tiene:

$S_{ij} + S_{ji}$			
Línea	Flujo		
1-2	$S_{12L} = S_{12} + S_{21}$	$2.6829 + j1.2368 - 2.5246 - j1.1577$	$0.1583 + j0.0792$
1-3	$S_{13} = S_{13} + S_{31}$	$-0.4689 + j0.5120 + 0.4733 - j1.3423$	$0.0044 + j0.01331$
2-3	$S_{23} = S_{23} + S_{32}$	$-1.4756 - j1.3423 + 1.5266 + j1.4444$	$0.0510 + j0.1021$

Realizando el diagrama de flujo de carga con sus respectivos resultados:

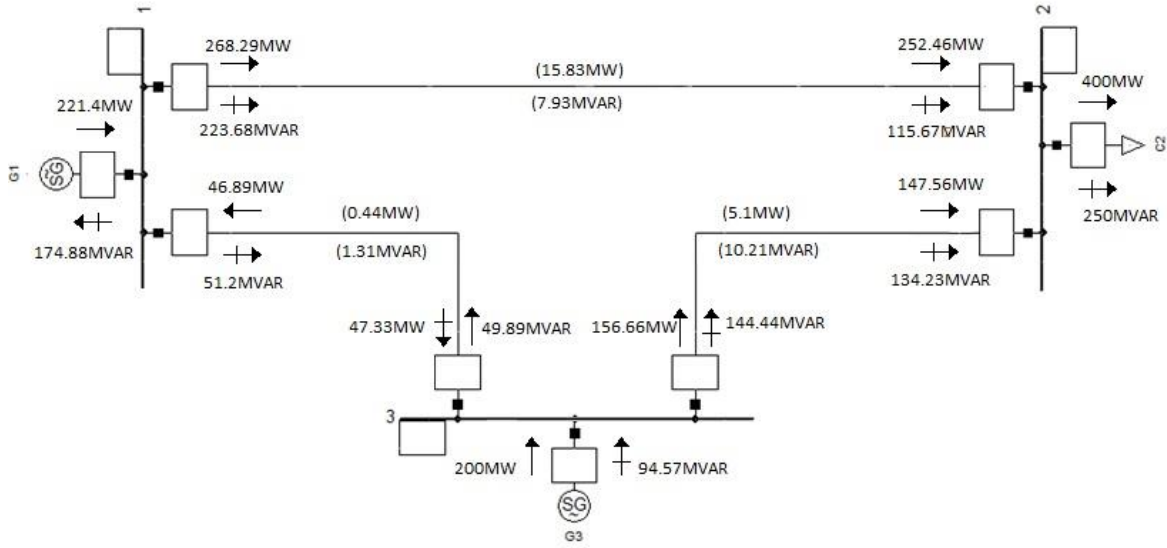


Figura III.12. Flujos de carga ejemplo 6

Solución por Newton Raphson:

Para el desarrollo de este ejercicio por el método de Newton Raphson, obtenemos las ecuaciones de potencias de los valores de potencia conocidos, los cuales están en la tabla I.

$$P_2 = V_2^2 Y_{22} \cos(\theta_{22}) + V_2 V_1 Y_{21} \cos(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) + V_2 V_3 Y_{23} \cos(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

$$P_3 = V_3^2 Y_{33} \cos(\theta_{33}) + V_3 V_1 Y_{31} \cos(\theta_{31} - \delta_3 + \delta_1) + V_3 V_2 Y_{32} \cos(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2)$$

$$Q_2 = -V_2^2 Y_{22} \sin(\theta_{22}) - V_2 V_1 Y_{21} \sin(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) - V_2 V_3 Y_{23} \sin(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

Calculando las derivadas parciales para cada una de las funciones anteriores con respecto a los valores de tensión y ángulos que sean desconocidos en el sistema, en este caso δ_2, δ_3, V_2 .

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} = V_2 V_1 Y_{21} \sin(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) + V_2 V_3 Y_{23} \sin(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} = -V_3 V_2 Y_{32} \sin(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2)$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} = V_2 V_1 Y_{21} \cos(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) + V_2 V_3 Y_{23} \cos(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} = -V_2 V_3 Y_{23} \sin(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} = V_3 V_1 Y_{31} \sin(\theta_{31} - \delta_3 + \delta_1) + V_3 V_2 Y_{32} \sin(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2)$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} = -V_2 V_3 Y_{23} \cos(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial V_2} = 2V_2Y_{22} \cos(\theta_{22}) + V_1Y_{21} \cos(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) + V_2Y_{23} \cos(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial V_2} = V_3Y_{32} \cos(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2)$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial V_2} = -2V_2Y_{22} \sin(\theta_{22}) - V_1Y_{21} \sin(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) - V_2Y_{23} \sin(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

Iteración 1:

Se evalúan las funciones P_2, P_3, Q_2 en los valores iniciales dados por el ejercicio, arrojando el siguiente resultado:

$$P_2^{(0)} = -6,24742$$

$$P_3^{(0)} = 2,0012$$

$$Q_2^{(0)} = -1,06278$$

$$\Delta P_i^{(k)} = P_{Sch} - P_i^{(k)}.$$

$$\Delta P_2^{(0)} = P_2 - P_2^{(0)} = 2,24742$$

$$\Delta P_3^{(0)} = P_3 - P_3^{(0)} = 0,001198$$

$$\Delta Q_2^{(0)} = Q_2 - Q_2^{(0)} = -1,4372$$

Ahora bien, para este método es necesario tener la siguiente ecuación matricial, en donde esta representados los deltas de potencia que ya conocemos, el jacobino que resulta con las derivadas parciales y se desea conocer el valor de los deltas de Angulo y tensión:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 & J_3 \\ J_4 & J_5 & J_6 \\ J_7 & J_8 & J_9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix}$$

Al despejar las incógnitas, se tiene:

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 & J_3 \\ J_4 & J_5 & J_6 \\ J_7 & J_8 & J_9 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix}$$

En esta primera iteración resulta el siguiente jacobino:

$$J = \begin{bmatrix} 50.1595 & -31.694 & 47.9848 \\ -32.9336 & 65.5979 & -15.352 \\ -59.1208 & 17.3965 & 49.4338 \end{bmatrix}$$

Teniendo como resultado de δ_2, δ_3, V_2 :

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,046049 \\ 0,026965 \\ 0,01651 \end{bmatrix}$$

En este método, todos los resultados se dan en radianes, por eso es necesario pasarlos grados y en conclusión se tendrían los valores de tensión:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,05 \angle 0 \\ 0,988193 \angle -0,054335 \\ 1,04 \angle 1,044914 \end{bmatrix}$$

Iteración 2

Reiteradamente necesitamos los valores de los valores de P_2, P_3, Q_2 , pero con los nuevos valores de tensión obteniendo, lo cual da:

$$P_2^{(1)} = -3,91215$$

$$P_3^{(1)} = 1,99609$$

$$Q_2^{(1)} = -2,49763$$

De igual manera se calcula los deltas de los nuevos valores de las ecuaciones de potencia:

$$\Delta P_2^{(1)} = P_2 - P_2^{(1)} = -0,087852$$

$$\Delta P_3^{(1)} = P_3 - P_3^{(1)} = 0,003912$$

$$\Delta Q_2^{(1)} = Q_2 - Q_2^{(1)} = -0,002375$$

Al evaluar cada derivada parcial hallada anteriormente, se construye el siguiente jacobiano para la iteración 2.

$$J = \begin{bmatrix} 53.2769 & -32.5643 & 51.3799 \\ -33.1976 & 66.152 & -15.996 \\ -58.5976 & 17.0738 & 48.8586 \end{bmatrix}$$

Con dicho jacobiano y deltas de potencia, se tienen los siguientes valores de δ_2, δ_3, V_2 :

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,001066 \\ -0,000735 \\ -0,00107 \end{bmatrix}$$

Pasando los resultados anteriores a grados, se tienen los siguientes valores de tensión:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,05 \\ 0,987123 \angle -0,115402 \\ 1,04 \angle 1,00705 \end{bmatrix}$$

Con estos resultados de voltaje, se procede a calcular nuevamente los valores de P_2, P_3, Q_2 , obteniendo los siguientes resultados:

$$P_2^{(2)} = -3,99988$$

$$P_3^{(2)} = 1,99999$$

$$Q_2^{(2)} = -2,49998$$

A continuación, podemos ver que los deltas son muy pequeños, por ende, se dejan de hacer iteraciones, puesto que se sabe que se llegó al error estimado

$$\Delta P_2^{(2)} = P_2 - P_2^{(2)} = -0,000124$$

$$\Delta P_3^{(2)} = P_3 - P_3^{(2)} = 0,000008$$

$$\Delta Q_2^{(2)} = Q_2 - Q_2^{(2)} = -0,000019$$

De acuerdo a los resultados anteriores, se tiene:

Tensión barraje 2

$$V_2 = (0,987123 \angle -0,115402) pu$$

Tensión barraje 3

$$V_3 = (1,04 \angle 1,00705) pu$$

Potencia barraje 3

$$Q_3 = (0,94675) pu$$

Para calcular la potencia activa y reactiva en el nodo 1, se utiliza la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} S_1^* &= P_1 - jQ_2 = V_1^* [V_1(Y_{12} + Y_{13}) - (V_2 Y_{12} + V_3 Y_{13})] \\ S_1^* &= P_1 - jQ_2 = 1.05[1.05(-40 + 20j - 10 + 30j) \\ &\quad - ((0,987123 \angle -0,115402)(-40 + 20j) + (1,04 \angle 1,00705)(-10 + 30j))] \\ S_1^* &= P_1 - jQ_2 = 2.21361 - j1.74898 \\ S_1 &= P_1 + jQ_2 = 2.21361 + j1.74898 \end{aligned}$$

Calculando flujo de carga:

$S_{ij}^* = V_{ij}^* (V_{ij} - V_{ji}) y_{ij}$			
Nodo (ij)	Flujo		
1-2	$S_{12} = P_{12} - jQ_{12}$	$V_{12}^* (V_{12} - V_{12}) y_{12}$	$2.68268 + j1.23696$
2-1	$S_{21} = P_{21} - jQ_{21}$	$V_{21}^* (V_{21} - V_{21}) y_{21}$	$-2.52437 - j1.1578$
1-3	$S_{13} = P_{13} - jQ_{13}$	$V_{13}^* (V_{13} - V_{13}) y_{13}$	$-0.469074 + j0.512017$
3-1	$S_{31} = P_{31} - jQ_{31}$	$V_{31}^* (V_{31} - V_{31}) y_{31}$	$0.473447 - j0.498896$
2-3	$S_{23} = P_{23} - jQ_{23}$	$V_{23}^* (V_{23} - V_{23}) y_{23}$	$-1.47551 - j1.34218$
3-2	$S_{32} = P_{32} - jQ_{32}$	$V_{32}^* (V_{32} - V_{32}) y_{32}$	$1.52654 + j1.44425$

$S_{ij} + S_{ji}$		
Línea	Flujo	
1-2	$S_{12L} = S_{12} + S_{21}$	$0.15831 + j0,079155$
1-3	$S_{13} = S_{13} + S_{31}$	$0.004374 + j0,013121$
2-3	$S_{23} = S_{23} + S_{32}$	$0.051038 + j0.102076$

Ahora, el diagrama de flujo correspondiente para el método de newton Raphson es:

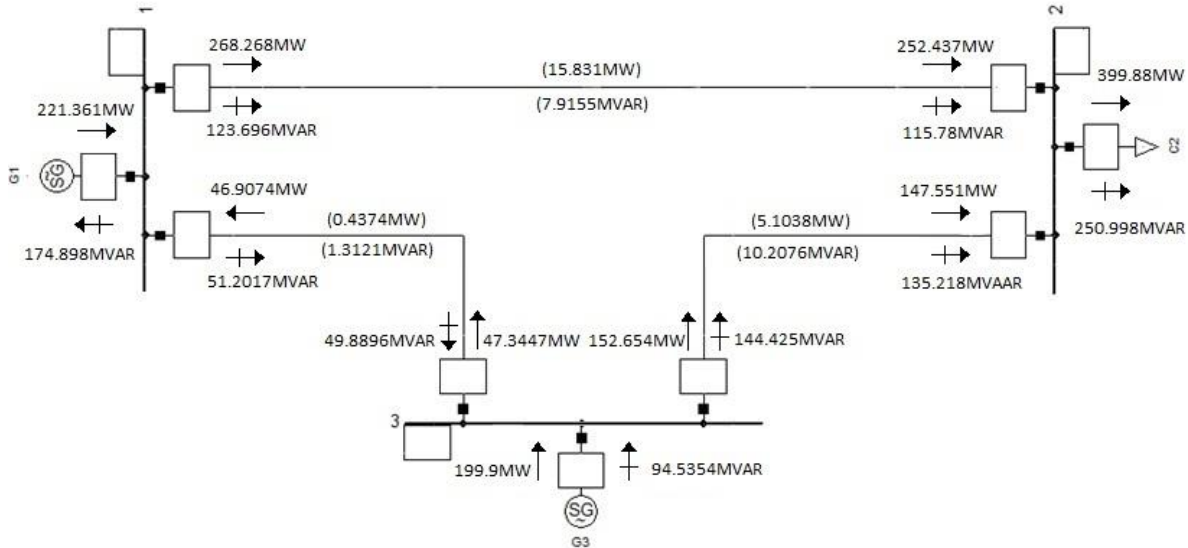


Figura III.13. Diagrama unifilar ejemplo 6

7. Para un sistema de cuatro barras donde la barra 1 es un nodo PV y la barra 3 es un nodo Slack. Hallar los dos sistemas de ecuaciones a resolver por el método de Newton Raphson desacoplado rápido.

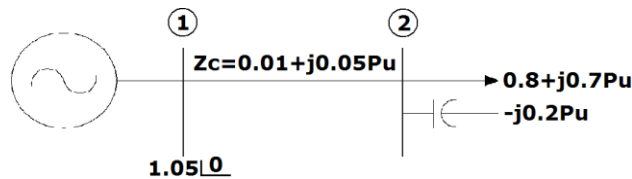


Figura III.14. Diagrama unifilar ejemplo 7

Solución:

El sistema matricial total es de la forma:

$$\begin{bmatrix} J_{11} & 0 \\ 0 & J_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}$$

Por lo que el primer sistema matricial es de la forma

$$[J_{11}][\Delta\delta] = [\Delta P]$$

De acuerdo a la Tabla 1 y la información dada para el sistema de potencia se tiene:

$$\begin{bmatrix} -V_1^2 B_{11} - V_1 V_2 B_{12} - V_1 V_4 B_{14} \\ -V_2 V_1 B_{12} - V_2^2 B_{22} - V_2 V_4 B_{24} \\ -V_4 V_1 B_{14} - V_4 V_2 B_{24} - V_4^2 B_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_1 \\ \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta P_4 \end{bmatrix}$$

Por lo que el segundo sistema matricial es de la forma

$$[J_{22}] [\Delta V] = [\Delta Q]$$

De acuerdo a la Tabla y la información dada para el sistema de potencia se tiene:

$$\begin{bmatrix} -V_2 B_{22} & -V_2 B_{24} \\ -V_4 B_{42} & -V_4 B_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_2 \\ \Delta V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta Q_2 \\ \Delta Q_4 \end{bmatrix}$$

Las matrices (2) y (3) se pueden, de acuerdo al método de Newton Raphson desacoplado rápido, se reescriben como:

$$\begin{bmatrix} -V_1 B_{11} - V_2 B_{12} - V_4 B_{14} \\ -V_1 B_{12} - V_2 B_{22} - V_4 B_{24} \\ -V_1 B_{14} - V_2 B_{24} - V_4 B_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_1 \\ \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta P_1}{V_1} \\ \frac{\Delta P_2}{V_2} \\ \frac{\Delta P_4}{V_4} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -B_{22} & -B_{24} \\ -B_{42} & -B_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_2 \\ \Delta V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta Q_2}{V_2} \\ \frac{\Delta Q_4}{V_4} \end{bmatrix}$$

Observe que las sub-jacobianas se pueden considerar constantes bajo la aproximación de los factores como:

$$|V_1| \approx |V_2| \approx |V_4| \approx 1 pu$$

Se tiene que son iguales A:

$$\begin{bmatrix} -B_{11} - B_{12} - B_{14} \\ -B_{21} - B_{22} - B_{24} \\ -B_{41} - B_{42} - B_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_1 \\ \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta P_1}{V_1} \\ \frac{\Delta P_2}{V_2} \\ \frac{\Delta P_4}{V_4} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -B_{22} & -B_{24} \\ -B_{42} & -B_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_2 \\ \Delta V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta Q_2}{V_2} \\ \frac{\Delta Q_4}{V_4} \end{bmatrix}$$

Las Ecuaciones (4) y (5) constituyen dos sistemas de ecuaciones matriciales que tienen matrices de susceptancia $[B]$ constante. Por lo que se aumenta la velocidad del proceso iterativo.

Las soluciones se obtienen iterativa y recursivamente como:

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta_1 \\ \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_4 \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} -B_{11} - B_{12} - B_{14} \\ -B_{21} - B_{22} - B_{24} \\ -B_{41} - B_{42} - B_{44} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\Delta P_1}{V_1} \\ \frac{\Delta P_2}{V_2} \\ \frac{\Delta P_4}{V_4} \end{bmatrix}^{(k)}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta V_2 \\ \Delta V_4 \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} -B_{22} & -B_{24} \\ -B_{42} & -B_{44} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\Delta Q_2}{V_2} \\ \frac{\Delta Q_4}{V_4} \end{bmatrix}^{(k)}$$

PROCESO ITERATIVO

Se puede resumir de la siguiente forma:

- a) Calcular para cada sistema matricial

$$-[B]^{-1}$$

- b) Calcular P_i y luego

$$\left[\frac{\Delta P}{|V|} \right]$$

De las ecuaciones:

$$\begin{cases} \Delta P_i = (P_{gi} - P_{li}) - P_{i\text{calc}} \\ P_{i\text{calc}} = \sum_{j=1}^M Y_{ij} V_i V_j \cos(\theta_{ij} + \delta_j - \delta) \end{cases}$$

- c) Calcular:

$$[\Delta V]$$

d) Actualizar los ángulos δ y calcular:

$$\left[\frac{\Delta Q}{|V|} \right]$$

e) Calcular diferenciales de tensión y actualizar los voltajes V

f) Se regresa a B: y se repite hasta que los diferenciales de potencia activa y reactiva sean lo suficientemente pequeños.

Desarrollo matemático:

$$Y_c = j0.02 Pu \Rightarrow \frac{Y_c}{2} = j0.01 Pu$$

$$Y = 3.8425 - j19.2298 Pu = 19.61 \angle -78.7^\circ Pu$$

$$0.3 Pu < Q_2 < 1.2 Pu$$

$$|V| = 0.9 Pu$$

La matriz Y_{BUS} es la siguiente:

$$Y_{BUS} = \begin{bmatrix} 3.8425 - j19.2198 & 3.8425 - j19.2298 \\ 3.8425 - j19.2298 & 3.8425 - j14.2198 \end{bmatrix}$$

En polares:

$$Y_{BUS} = \begin{bmatrix} 19.6 \angle -78.7^\circ & -19.61 \angle -78.7^\circ \\ -19.61 \angle -78.7^\circ & 14.7298 \angle -74.88^\circ \end{bmatrix}$$

Clasificando los nodos obtenemos la siguiente tabla:

Nodo	Tipo	Variable
1	Slack	-
2	Pv	δ

Para N.R-D-R se tiene:

$$\left[\frac{dP}{d\delta} \right] * [\Delta\delta] = [\Delta P] \quad (1)$$

$$[-(-14.2198)] * [\Delta\delta_2] = \left[\frac{\Delta P_2}{|V_2|} \right]$$

Donde:

$$\Delta P_2 = P_{2Programada} - P_{2Calculada}$$

$$\Delta P_2 = (0.3 - 0.8) - \sum_{j=1}^2 V_2 V_j Y_{2j} \cos(\theta_{2j} + \delta_j - \delta_2)$$

$$\Delta P_2 = -0.5 - P_{2\text{Calculada}}$$

Y $P_{2\text{Calculada}}$ será:

$$P_{2\text{Calculada}} = |V_2| |V_1| Y_{21} \cos(\theta_{21} + \delta_1 + \delta_2) + |V_2| |V_2| Y_{22} \cos(\theta_{22})$$

$$P_{2\text{Calculada}} = 0.9 * 1.05 * (-19.61) \cos(-78.7 - \delta_2^{(0)}) + 0.9 * 0.9 * 3.8425$$

Se toma un valor cualquiera; sea: $[\delta_2]^{(0)} = [5^\circ]$

Reemplazando

$$P_{2\text{Calculada}} = -2.0335 + 3.1124 = 1.0789 \text{ Pu}$$

Y ΔP_2 nos queda:

$$\Delta P_2 = -0.5 - 1.0789 = -1.5789 \text{ Pu}$$

Y

$$\left[\frac{\Delta P_2}{|V_2|} \right] = -1.7543 \text{ Pu}$$

Reemplazando en la ecuación (1).

$$[14.2198] * [\Delta \delta_2] = [-1.7543]$$

$$\Delta \delta_2^{(0)} = -0.1234 \text{ rad}$$

Entonces:

$$\delta^{(1)} = \delta_2^{(0)} + \Delta \delta_2^{(0)} * \frac{180}{\pi}$$

$$\delta^{(1)} = 5 - 7.098 = -2.0687^\circ$$

Para la siguiente iteración.

Sea: $[\delta_2]^{(1)} = [-2.0687]$

$$P_{2\text{Calculada}}^{(1)} = -4.2848 + 3.1124 = -1.1724 \text{ Pu}$$

$$\Delta P = -0.5 + 1.1724 = 0.6724 \text{ Pu}$$

$$\left[\frac{\Delta P_2}{|V_2|} \right] = 0.7471 \text{ Pu}$$

Reemplazando en la ecuación (1)

$$[14.2198] * [\Delta \delta_2] = [0.7471]$$

$$\Delta\delta_2^{(1)} = 0.0525 \text{ rad}$$

$$\delta_2^{(2)} = \delta_2^{(1)} + \Delta\delta_2^{(1)} * \frac{180}{\pi}$$

$$\delta_2^{(2)} = -2.0687 + 3.0103 = 0.9416^\circ$$

Entonces:

$$[V]^{(2)} = \begin{bmatrix} 1.05 \angle 0 \\ 0.9 \angle 0.9416 \end{bmatrix}$$

Verificando:

$$Q_{2\text{Calculada}}^{(2)} = -18.5315 \text{sen}(-78.7 - \delta_2^{(1)}) + 0.9^2(-14.2198)$$

$$Q_{2\text{Calculada}}^{(2)} = 18.2295 - 11.5180 = 6.711 \text{ Pu}$$

Este valor no cumple con el límite superior para Q2 ya que es mucho mayor a 1.2Pu

8. Para el sistema de la figura 1, utilizando el método de Newton Rhapson hallar V2, V3, S1, S2, S3, las pérdidas, tomar épsilon 0,001.

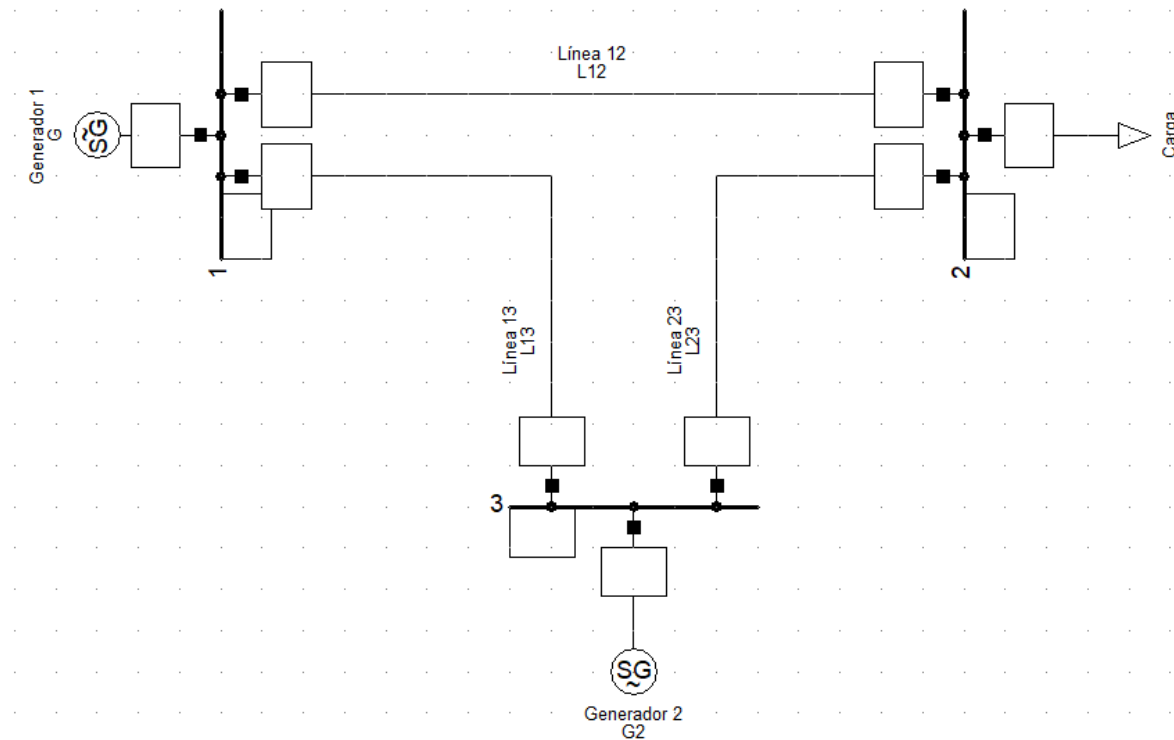


Figura III.15. Diagrama unifilar ejemplo 8.

Tomar como valores de partida $V_2=1,081$ $\delta_2=-0,024\text{rad}$, $\delta_3=-0,0655\text{rad}$.

Barraje	P	Q	V	δ
1	1,031	-0,791	1,04	-0,024
2	0,5	1,0		

3	-1,5	-0,15	1,04	
---	------	-------	------	--

Datos de las líneas

Barra i-k	Impedancia Zik
1-2	0,02+0,04j
1-3	0,01+0,03j
2-3	0,0125+0,025j

Como se plantea el ejercicio, lo primero que debería hacerse es verificar si para los valores de voltaje dados en todas las barras, se satisfacen los valores de potencia suministrados. Si fuera así, el problema habría terminado. Como no es el caso, se debe proceder a iterar y a clasificar los nodos, como sigue.

1	Slack
2	PQ
3	PV

Por lo tanto, debe ignorarse el valor de Q3 y los valores de P1 y Q1 que no son los correctos.

La Ybus del sistema es:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 20 - 50j & -10 + 20j & -10 + 30j \\ -10 + 20j & 26 - 52j & -16 + 32j \\ -10 + 30j & -16 + 32j & 26 - 62j \end{bmatrix}$$

Los voltajes iniciales en coordenadas rectangulares son:

Condiciones iniciales: $V2^{(0)} = 1,0806 - 0,025j$, $V3^{(0)} = 1,0377 - 0,0680j$, $V1 = 1,0397 - 0,0429j$ y ($E \leq 0,001$).

Ecuaciones de potencia:

$$P2 = |V1||V2||Y21|\cos(\theta21 + \delta1 - \delta2) + |V2|^2G22 + |V3||V2||Y23|\cos(\theta23 + \delta3 - \delta2)$$

$$Q2 = -|V1||V2||Y21|\sin(\theta21 + \delta1 - \delta2) - |V2|^2B22 - |V3||V2||Y23|\sin(\theta23 + \delta3 - \delta2)$$

$$P3 = |V1||V3||Y31|\cos(\theta31 + \delta1 - \delta3) + |V2||V3||Y32|\cos(\theta32 + \delta2 - \delta3) + |V3|^2G33$$

El jacobiano es:

$$\text{Jacobiano} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P2}{\partial \delta2} & \frac{\partial P2}{\partial \delta3} & \frac{\partial P2}{\partial |V2|} \\ \frac{\partial P3}{\partial \delta2} & \frac{\partial P3}{\partial \delta3} & \frac{\partial P3}{\partial |V2|} \\ \frac{\partial Q2}{\partial \delta2} & \frac{\partial Q2}{\partial \delta3} & \frac{\partial Q2}{\partial |V2|} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial P2}{\partial \delta2} = |V2||V1||Y21|\sin(\theta21 + \delta1 - \delta2) + |V2||V3||Y23|\sin(\theta23 + \delta3 - \delta2)$$

$$\frac{\partial P2}{\partial \delta3} = -|V2||V3||Y23|\sin(\theta23 + \delta3 - \delta2)$$

$$\frac{\partial P2}{\partial |V2|} = |V1||Y21|\cos(\theta21 + \delta1 - \delta2) + 2|V2|G22 + |V3||Y23|\cos(\theta23 + \delta3 - \delta2)$$

$$\frac{\partial P3}{\partial \delta 2} = -|V2||V3||Y23|\text{sen}(\theta 23 + \delta 2 - \delta 3)$$

$$\frac{\partial P3}{\partial \delta 3} = |V3||V1||Y31|\text{sen}(\theta 31 + \delta 1 - \delta 3) + |V2||V3||Y23|\text{sen}(\theta 23 + \delta 2 - \delta 3)$$

$$\frac{\partial P3}{\partial |V2|} = |V3||Y23|\text{cos}(\theta 23 + \delta 3 - \delta 2)$$

$$\frac{\partial Q2}{\partial \delta 2} = -|V3||V2||Y32|\text{cos}(\theta 32 - \delta 3 + \delta 2)$$

$$\frac{\partial Q2}{\partial \delta 3} = -|V2||V3||Y23|\text{cos}(\theta 23 + \delta 3 - \delta 2)$$

$$\frac{\partial Q2}{\partial |V2|} = -|V1||Y21|\text{sen}(\theta 21 + \delta 1 - \delta 2) - 2|V2|B22 - |V3||Y23|\text{sen}(\theta 23 + \delta 3 - \delta 2)$$

Se determina el error entre la potencia programada y la potencia calculada con las condiciones iniciales.

$$\begin{bmatrix} P2 \\ P3 \\ Q3 \end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix} 2,537 \\ -3,275 \\ 1,642 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P2 \\ \Delta P3 \\ \Delta Q3 \end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix} -3,037 \\ 1,775 \\ -2,642 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto se procede a empezar el proceso iterativo.

Iteración 1:

$$J^{(1)} = \begin{bmatrix} 59,11 & -36,63 & 30,45 \\ -35,25 & 67,26 & -17,89 \\ -28,73 & 16,59 & 57,72 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta 2 \\ \Delta \delta 3 \\ \Delta |V2| \end{bmatrix}^{(1)} = J^{(1)-1} \begin{bmatrix} \Delta P2 \\ \Delta P3 \\ \Delta Q2 \end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix} -0,0226 \\ -0,0005 \\ -0,0565 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \delta 2 \\ \delta 3 \\ |V2| \end{bmatrix}^{(1)} = \begin{bmatrix} \delta 2 \\ \delta 3 \\ |V2| \end{bmatrix}^{(0)} + \begin{bmatrix} \Delta \delta 2 \\ \Delta \delta 3 \\ \Delta |V2| \end{bmatrix}^{(1)} = \begin{bmatrix} -0,046 \\ -0,062 \\ 1,024 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V1 \\ V2 \\ V3 \end{bmatrix}^{(1)} = \begin{bmatrix} 1,04 \angle -1,371^\circ \\ 1,024 \angle -2,66^\circ \\ 1,039 \angle -3,58^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} P2 \\ P3 \\ Q3 \end{bmatrix}^{(1)} = \begin{bmatrix} -0,341 \\ -1,536 \\ -0,852 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P2 \\ \Delta P3 \\ \Delta Q3 \end{bmatrix}^{(1)} = \begin{bmatrix} -0,158 \\ 0,036 \\ -0,147 \end{bmatrix} > \epsilon$$

Iteración 2:

$$J^{(2)} = \begin{bmatrix} 59,42 & -33,35 & 26,30 \\ -33,80 & 65,81 & -17,17 \\ -27,62 & 16,49 & 52,43 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta|V_2| \end{bmatrix}^{(2)} = J^{(2)-1} \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix}^{(1)} = \begin{bmatrix} -0,0021 \\ -0,0014 \\ -0,0035 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ |V_2| \end{bmatrix}^{(2)} = \begin{bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ |V_2| \end{bmatrix}^{(1)} + \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta|V_2| \end{bmatrix}^{(2)} = \begin{bmatrix} -0,048 \\ -0,064 \\ 1,020 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}^{(2)} = \begin{bmatrix} 1,04 \angle -1,371^\circ \\ 1,020 \angle -2,78^\circ \\ 1,039 \angle -3,67^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \\ Q_3 \end{bmatrix}^{(2)} = \begin{bmatrix} -0,499 \\ -1,500 \\ -0,999 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}^{(2)} = \begin{bmatrix} -0,0006 \\ 6,027 * 10^{-5} \\ -0,0006 \end{bmatrix} < \epsilon$$

Entonces los valores de tensión en las barras son:

$$V_1 = 1,04 \angle -1,371^\circ, \quad V_2 = 1,020 \angle -2,78^\circ, \quad V_3 = 1,04 \angle -3,67^\circ$$

Las potencias complejas en las barras son:

$$S_1 = V_1(V_1 Y_{11} + V_2 Y_{12} + V_3 Y_{13})^* = 2,037 - 0,262j = 203,7\text{MW} - j26,2\text{MVAR}$$

$$S_2 = V_2(V_1 Y_{21} + V_2 Y_{22} + V_3 Y_{23})^* = -0,5 - 1,0j = -50\text{MW} - j100\text{MVAR}$$

$$S_3 = V_3(V_1 Y_{31} + V_2 Y_{33} + V_3 Y_{33})^* = -1,5 + 1,35j = -150\text{MW} + j135\text{MVAR}$$

Flujos a través de las líneas:

$$S_{12} = V_1(V_1 - V_2)^* y_{12}^* = 0,725 + 0,141j = 72,5\text{MW} + j14,1\text{MVAR}$$

$$S_{21} = V_2(V_2 - V_1)^* y_{21}^* = -0,715 - 0,121j = -71,5\text{MW} - j12,1\text{MVAR}$$

$$S_{13} = V_1(V_1 - V_3)^* y_{13}^* = 1,311 - 0,404j = 131,1\text{MW} - j40,4\text{MVAR}$$

$$S_{31} = V_3(V_1 - V_3)^* y_{31}^* = -1,293 + 0,457j = -129,3\text{MW} + j45,7\text{MVAR}$$

$$S_{23} = V_2(V_2 - V_3)^* y_{23}^* = 0,216 - 0,878j = 21,62\text{MW} - j87,8\text{MVAR}$$

$$S_{32} = V_3(V_3 - V_2)^* y_{32}^* = -0,206 + 0,898j = -20,64\text{MW} + j89,8\text{MVAR}$$

Pérdidas en las líneas:

$$SL_{12} = S_{12} + S_{21} = 0,0101 + 0,0202j = 1,01\text{MW} + j2,02\text{MVAR}$$

$$SL13 = S13 + S31 = 0,0174 + 0,0522j = 1,74\text{MW} + j5,22\text{MVAR}$$

$$SL23 = S23 + S32 = 0,0098 + 0,0196j = 0,98\text{MW} + j1,96\text{MVAR}$$

$$\text{Pérdidas reales totales del sistema} = \text{Re}(SL12 + SL13 + SL23) = 0,037 = 3,7\text{MW}$$

Para comprobar que los flujos en las líneas son los correctos, podrían calcularse las potencias complejas en las barras a través de la suma de los flujos en las líneas.

$$S1 = S12 + S13 = 0,725 + 0,141j + 1,311 - 0,404j = 2,036 - 0,263j = 203,6\text{MW} - j26,3\text{MVAR}$$

$$S2 = S21 + S23 = -0,715 - 0,121j + 0,216 - 0,878j = -0,5 - 1,0j = -50\text{MW} - j100\text{MVAR}$$

$$S3 = S31 + S32 = -1,293 + 0,457j - 0,206 + 0,898j = -1,5 + 1,35j = -150\text{MW} + j135\text{MVAR}$$

Simulación en Digsilent

En la Figura 2, se puede observar el flujo de carga en el software Digsilent, donde se muestran los resultados de la siguiente forma:

-La flecha al final de cada línea, representa la dirección del flujo de potencia activa.

-Para las líneas, las cajas conectadas a los interruptores (al comienzo y final de la línea), muestran el flujo de potencia entre líneas. El primer valor corresponde a la potencia activa y el segundo a la reactiva.

-Para las barras, la caja conectada al interruptor donde va la carga o el generador, muestra como primer valor la potencia activa y como segundo valor la potencia reactiva. El valor de tensión y ángulo (en grados) en la barra, se puede observar en la caja adherida a la barra.

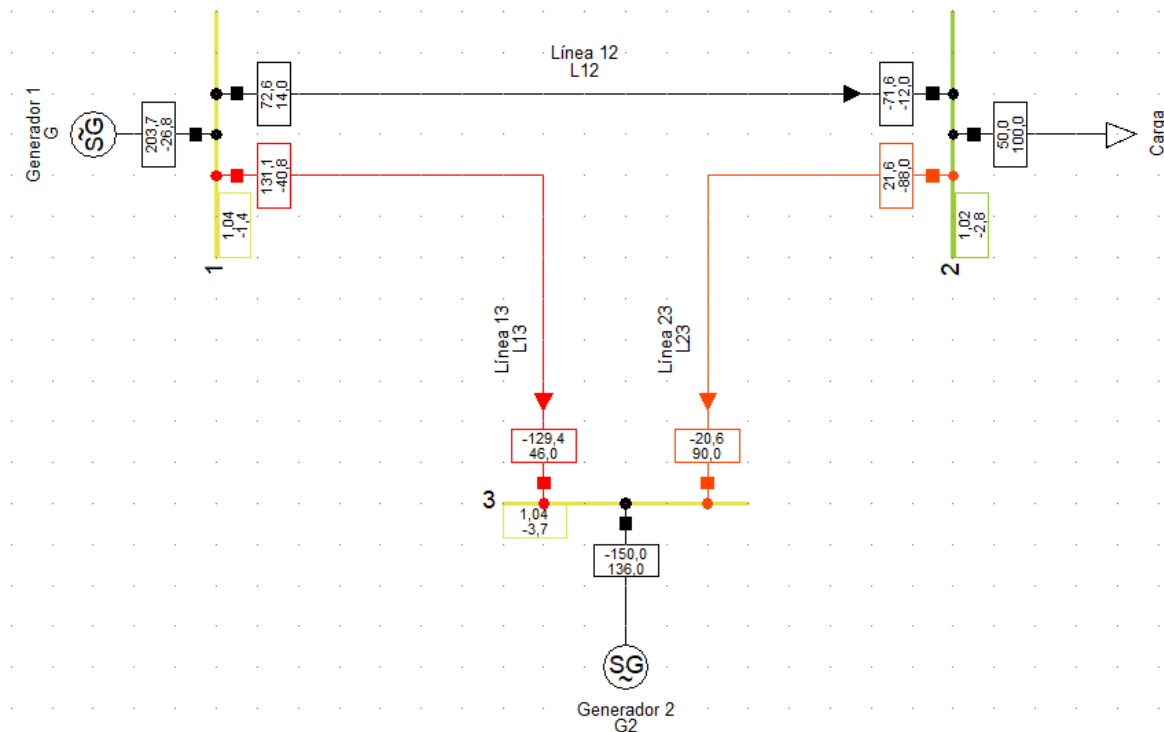


Figura III.16. Flujo de carga en Digsilent ejemplo 8

El reporte arrojado por la simulación es el que sigue:

Los voltajes en magnitud y ángulo son:

Grid: Punto 1		System Stage: Punto 1				Study Case: Study Case		Annex:		/ 1
	rtd.V [kV]	Bus - voltage [p.u.] [kV] [deg]				-10	-5	Voltage - Deviation [%] 0 +5 +10		
12	110,00	1,021	112,31	-2,79						
13	110,00	1,040	114,40	-3,68						
11	110,00	1,040	114,40	-1,38						

Nota: El simulador requiere un valor de tensión base que se escogió arbitrariamente como 110kV.

Los flujos de potencia a través del sistema son los que se muestran a continuación.

Grid: Punto 1		System Stage: Punto 1				Study Case: Study Case				
	rated Voltage [kV]	Bus-voltage [p.u.] [kV] [deg]			Active Power Power [MW]	Reactive Power Power [Mvar]	Power Factor [-]	Current [kA]	Loading [%]	
12	110,00	1,02	112,31	-2,79						
Cub_3 /Lod		Carga			50,00	100,00	0,45	0,57		
Cub_1 /Lne		Línea 12			-71,59	-11,98	-0,99	0,37	71,07	
Cub_2 /Lne		Línea 23			21,59	-88,02	0,24	0,47	88,74	
13	110,00	1,04	114,40	-3,68						
Cub_3 /Sym		Generador 2			-150,00	136,03	-0,74	1,02	67,50	
Cub_1 /Lne		Línea 13			-129,40	46,04	-0,94	0,69	132,03	
Cub_2 /Lne		Línea 23			-20,60	89,99	-0,22	0,47	88,74	
11	110,00	1,04	114,40	-1,38						
Cub_3 /Sym		Generador 1			203,74	-26,81	0,99	1,04	68,50	
Cub_1 /Lne		Línea 12			72,60	14,00	0,98	0,37	71,07	
Cub_2 /Lne		Línea 13			131,14	-40,81	0,95	0,69	132,03	

Nota: El simulador muestra en los resultados, los valores de potencia programados en las barras de carga con signo positivo, a pesar de que el cálculo iterativo incluye los signos negativos por las inyecciones negativas de potencia hacia el sistema.

La potencia total generada, la potencia total demandada y las pérdidas son las que siguen:

Grid: Punto 1		System Stage: Punto 1				Study Case: Study Case		Annex:		/ 2
Volt. Level	Generation [MW]/ [Mvar]	Motor Load [MW]/ [Mvar]	Load [MW]/ [Mvar]	Compensation [MW]/ [Mvar]	External Infeed [MW]/ [Mvar]	Interchange to	Power Interchange [MW]/ [Mvar]	Total Losses [MW]/ [Mvar]	Load Losses [MW]/ [Mvar]	No-load Losses [MW]/ [Mvar]
110,00	53,74	0,00	50,00	0,00	0,00			3,74	3,74	0,00
	109,22	0,00	100,00	0,00	0,00			9,22	9,22	0,00
Total:	53,74	0,00	50,00	0,00	0,00		0,00	3,74	3,74	0,00
	109,22	0,00	100,00	0,00	0,00		0,00	9,22	9,22	0,00

Las tablas 1 y 2, muestran una comparación entre los datos suministrados por el simulador y los calculados previamente.

Tabla 1. Comparación Voltajes.

	Cálculos		Simulación	
	V	δ°	V	δ°
1	1,04	-1,371	1,04	-1,38
2	1,02	-2,78	1,021	-2,79
3	1,04	-3,67	1,04	-3,68

Tabla 2. Comparación Flujo de potencia.

	Cálculos		Simulación	
	P1 (MW)	Q1 (MVAR)	P1 (MW)	Q1 (MVAR)
S1	203,7	-26,2	203,74	-26,81
S2	-50	-100	-50	-100
S3	-150	135	-150	-136,03
S12	72,5	14,1	72,6	14
S21	-71,5	-12,1	-71,59	-11,98
S13	131,1	-40,4	131,14	-40,81
S31	-129,3	45,7	-129,4	46,04
S23	21,62	-87,8	21,59	-88,02
S32	-20,64	89,8	-20,6	89,99
Pérdidas totales activas	3,7		3,74	

Los datos difieren levemente y puede deberse a que los valores calculados se hicieron para una exactitud de 0,001.

9. Para el sistema de la Figura 15, realice 2 iteraciones por Gauss Seidel y calcule P1, Q1 y las pérdidas totales. Los datos de las líneas son los mismos del punto 1, SBASE=100MVA.

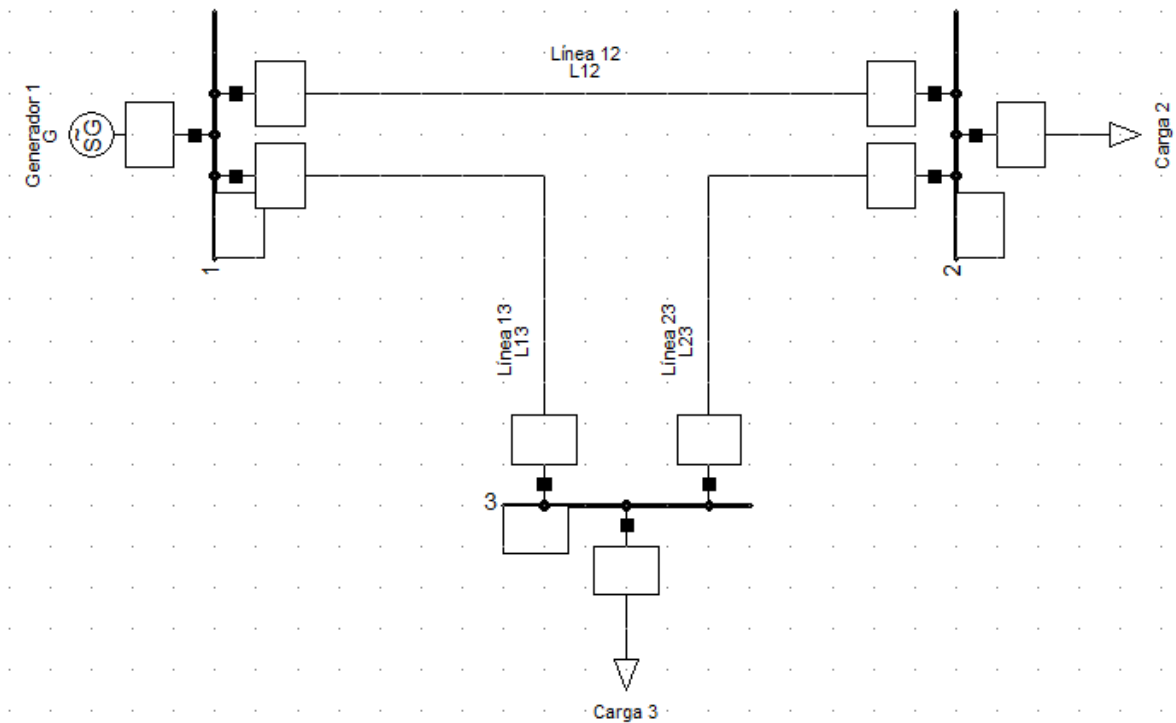


Figura III.17. Diagrama unifilar ejemplo 9. [Digsilent]

Barraje	Pg(MW)	Qg(MVAR)	Pd(MW)	Qd(MVAR)	V	d(rad)
1 Slack					1,05	0
2	50	30	305,6	140,2	1	0
3	0	0	138,6	45,2	1	0

Solución.

Se procede a clasificar los nodos 2 y 3 realizando la resta de la potencia generada y la potencia demandada en por unidad, resultando:

Nodo	Tipo	P	Q	V	δ
1	Slack			1,05	0
2	PQ	-2,556	-1,102	1	0
3	pQ	-1,386	-0,452	1	0

Las ecuaciones de voltaje con las se realizarán las iteraciones son las que siguen.

$$V2^k = \frac{1}{Y22} \left[\frac{P2 - jQ2}{V2^{*(k-1)}} - [V1Y21 + V3^{(k-1)}Y23] \right]$$

$$V3^k = \frac{1}{Y33} \left[\frac{P3 - jQ3}{V3^{*(k-1)}} - [V1Y31 + V2^{(k)}Y32] \right]$$

Iteración	V2	V3
1	0,9826-0,0308j□	1,0011-0,0352j□
2	0,9817-0,0518j□	1,0009-0,0458j

Entonces los valores de tensión en las barras son:

$$V1 = 1,05 = 1,05 \angle 0^\circ$$

$$V2 = 0,981 - 0,05977j = 0,9831 \angle - 3.022^\circ$$

$$V3 = 1,0009 - 0,0458j = 1,0019 \angle - 2.621^\circ$$

Las potencias complejas en las barras son:

$$S1 = V1(V1Y11 + V2Y12 + V3Y13)^* = 3,763 + 1,956j = 376,3\text{MW} + 195,6\text{MVAR}$$

Aunque no se solicita en el ejercicio para fines de comprobación se calculará S2 y S3.

$$S2 = V2(V1Y21 + V2Y22 + V3Y23)^* = -2.248 - 1.226j = -224,8\text{MW} - j122,6\text{MVAR}$$

$$S3 = V3(V1Y31 + V2Y33 + V3Y33)^* = -1.389 - 0,434j = -138,9\text{MW} - j43,4\text{MVAR}$$

Donde se puede evidenciar que los valores de voltaje encontrados para las dos iteraciones hechas, no logran igualar las potencias programadas en las barras de carga en un valor aceptable.

Flujos a través de las líneas:

$$S12 = V1(V1 - V2)^*y12^* = 1,805 + 0,889j = 180,5\text{MW} + j88,9\text{MVAR}$$

$$S21 = V2(V2 - V1)^*y21^* = -1,732 - 0,742j = -173,2\text{MW} - j74,2\text{MVAR}$$

$$S13 = V1(V1 - V3)^*y13^* = 1,959 + 1,066j = 195,9\text{MW} + j106,6\text{MVAR}$$

$$S31 = V3(V1 - V3)^*y31^* = -1,914 - 0,931j = -191,4\text{MW} - j93,1\text{MVAR}$$

$$S23 = V2(V2 - V3)^*y23^* = -0,516 - 0,481j = -51,6\text{MW} - j48,1\text{MVAR}$$

$$S32 = V3(V3 - V2)^*y32^* = 0,523 + 0,493j = 52,3\text{MW} + j49,3\text{MVAR}$$

Pérdidas en las líneas:

$$SL12 = S12 + S21 = 0,0735 + 0,1470j = 7,35\text{MW} + j14,70\text{MVAR}$$

$$SL13 = S13 + S31 = 0,0451 + 0,135j = 4,51\text{MW} + j13,5\text{MVAR}$$

$$SL23 = S23 + S32 = 0,0064 + 0,0129j = 0,64\text{MW} + j12,9\text{MVAR}$$

$$Pérdidas reales totales del sistema = \text{Re}(SL12 + SL13 + SL23) = 0,125 = 12,5\text{MW}$$

Para comprobar que los flujos en las líneas son los correctos, podrían calcularse las potencias complejas en las barras a través de la suma de los flujos en las líneas.

$$S1 = S12 + S13 = 1,805 + 0,889j + 1,959 + 1,066j = 3,764 + 1,955j = 376,4\text{MW} + 195,5\text{MVAR}$$

$$S2 = S21 + S23 = -1,732 - 0,742j - 0,516 - 0,481j = -2,248 - 1,223j \\ = -224,8\text{MW} - j122,3\text{MVAR}$$

$$S3 = S31 + S32 = -1,914 - 0,931j + 0,523 + 0,493j = -1,389 - 0,434j \\ = -138,9\text{MW} - j43,4\text{MVAR}$$

Simulación en Digsilent

En la Figura 4, se puede observar el flujo de carga en el software Digsilent, donde se muestran los resultados de la siguiente forma:

-La flecha al final de cada línea, representa la dirección del flujo de potencia activa.

-Para las líneas, las cajas conectadas a los interruptores (al comienzo y final de la línea), muestran el flujo de potencia entre líneas. El primer valor corresponde a la potencia activa y el segundo a la reactiva.

-Para las barras, la caja conectada al interruptor donde va la carga o el generador, muestra como primer valor la potencia activa y como segundo valor la potencia reactiva. El valor de tensión y ángulo (en grados) en la barra, se puede observar en la caja adherida a la barra.

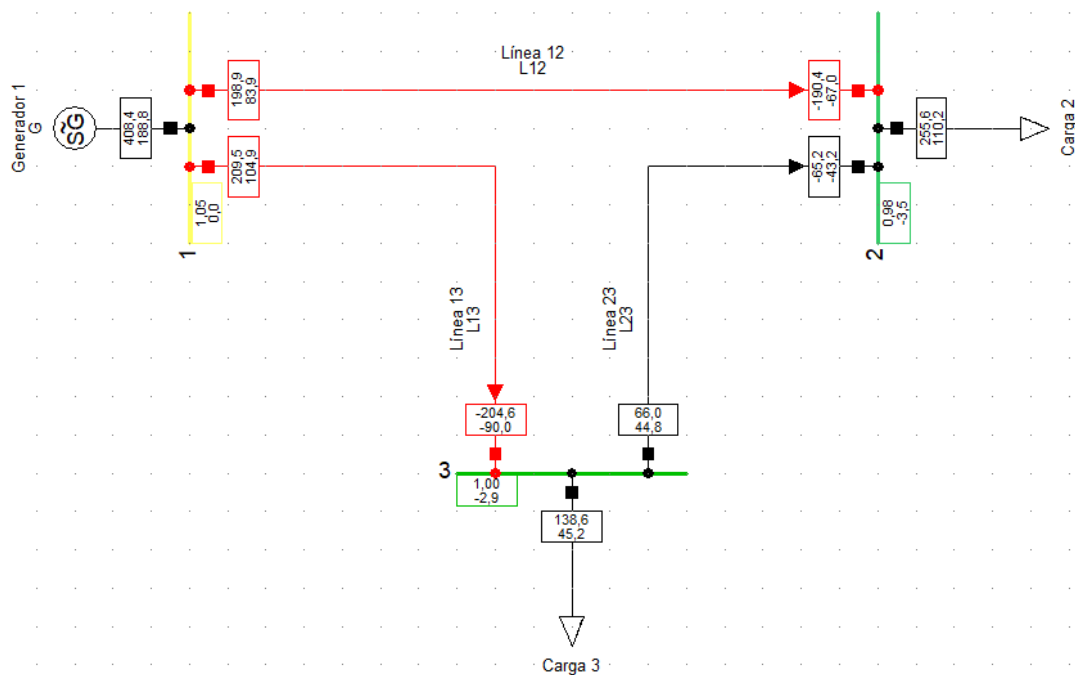


Figura III.18. Flujo de carga en Digsilent. ejemplo 9

El reporte arrojado por la simulación es el que sigue:

Los voltajes en magnitud y ángulo son:

Grid: Punto 2		System Stage: Punto 2		Study Case: Study Case		Annex:		/ 2	
	rtd.V [kV]	Bus - voltage [p.u.]	[kV]	[deg]	-10	-5	Voltage - Deviation [%]		
							0	+5	+10
1	110,00	1,050	115,50	0,00					
2	110,00	0,982	108,02	-3,49					
3	110,00	1,001	110,14	-2,86					

Nota: El simulador requiere un valor de tensión base que se escogió arbitrariamente como 110kV.

Los flujos de potencia a través del sistema son los que se muestran a continuación:

Grid: Punto 2		System Stage: Punto 2			Study Case: Study Ca				
	rated	Bus-voltage			Active Power	Reactive Power	Power Factor	Current	Loading
	Voltage	[p.u.]	[kV]	[deg]	[MW]	[Mvar]	[-]	[kA]	[%]
	[kV]								
1	110,00	1,05	115,50	0,00					
Cub_3	/Sym	Generador 1			408,43	188,83	0,91	2,25	45,00
Cub_1	/Lne	Línea 12			198,88	83,93	0,92	1,08	205,54
Cub_2	/Lne	Línea 13			209,54	104,90	0,89	1,17	223,12
2	110,00	0,98	108,02	-3,49					
Cub_3	/Lod	Carga 2			255,60	110,20	0,92	1,49	
Cub_1	/Lne	Línea 12			-190,43	-67,02	-0,94	1,08	205,54
Cub_2	/Lne	Línea 23			-65,17	-43,18	-0,83	0,42	79,59
3	110,00	1,00	110,14	-2,86					
Cub_3	/Lod	Carga 3			138,60	45,20	0,95	0,76	
Cub_1	/Lne	Línea 13			-204,56	-89,96	-0,92	1,17	223,12
Cub_2	/Lne	Línea 23			65,96	44,76	0,83	0,42	79,59

Nota: El simulador muestra en los resultados, los valores de potencia programados en las barras de carga con signo positivo, a pesar de que el cálculo iterativo incluye los signos negativos por las inyecciones negativas de potencia hacia el sistema.

La potencia total generada, la potencia total demandada y las pérdidas son las que siguen:

Grid: Punto 2		System Stage: Punto 2			Study Case: Study Case			Annex:			/ 3
Volt. Level	Generation	Motor Load	Load	Compensation	External Infeed	Interchange to	Power Interchange	Total Losses	Load Losses	No-load Losses	
[kV]	[MW]/[Mvar]	[MW]/[Mvar]	[MW]/[Mvar]	[MW]/[Mvar]	[MW]/[Mvar]		[MW]/[Mvar]	[MW]/[Mvar]	[MW]/[Mvar]	[MW]/[Mvar]	
110,00	408,43	0,00	394,20	0,00	0,00			14,23	14,23	0,00	
	188,83	0,00	155,40	0,00	0,00			33,43	33,43	0,00	
Total:	408,43	0,00	394,20	0,00	0,00		0,00	14,23	14,23	0,00	
	188,83	0,00	155,40	0,00	0,00		0,00	33,43	33,43	0,00	

Las tablas 3 y 4, muestran una comparación entre los datos suministrados por el simulador y los calculados previamente.

Tabla 3. Comparación Voltajes.

	Cálculos		Simulación	
	V	δ°	V	δ°
1	1,05	0	1,05	0
2	0,983	-3,02	0,982	-3,49
3	1,001	-2,62	1,001	-2,86

Tabla 4. Comparación Flujo de potencia.

	Cálculos		Simulación	
	P1 (MW)	Q1 (MVAR)	P1 (MW)	Q1 (MVAR)
S1	376,3	195,6	408,4	188,8
S2	-224,8	-122,6	-255,6	-110,2
S3	-138,9	-43,4	-138,6	-45,2
S12	180,5	88,9	198,8	83,9
S21	-173,2	-74,2	-190,43	-67,02
S13	195,9	106,6	209,54	104,9
S31	-191,4	-93,1	-204,5	-89,96
S23	-51,6	-48,1	-65,17	-43,18
S32	52,3	49,3	65,96	44,76
Pérdidas totales activas	12,5		14,23	

Los datos difieren significativamente debido a que el software emplea el algoritmo de Newton-Raphson para hallar la solución a los flujos de potencia, y no hay manera de escoger Gauss-Seidel para correr la simulación ni tampoco para limitar el número de iteraciones a 2. Al software le toma 3 iteraciones por NR llegar a la convergencia como se puede observar en la figura 5, mientras que los cálculos hechos fueron para las dos primeras iteraciones por GS, y aunque las magnitudes de los voltajes encontrados son iguales, los ángulos si difieren en ambos métodos. Sin embargo, los flujos calculados satisfacen esa condición particular de operación sin inconveniente, y las pérdidas totales del sistema tienen una diferencia de solamente 1.73 W respecto del valor correcto, que resulta en una muy buena aproximación.

```
DIgSI/info - Element 'Ⓢ Generador 1' is local reference in separated area of '→1'
DIgSI/info - Calculating load flow...
DIgSI/info - -----
DIgSI/info - Start Newton-Raphson Algorithm...
DIgSI/info - load flow iteration: 1
DIgSI/info - load flow iteration: 2
DIgSI/info - load flow iteration: 3
DIgSI/info - Newton-Raphson converged with 3 iterations.
DIgSI/info - Load flow calculation successful.
DIgSI/info - -----
DIgSI/info - Report of Control Condition for Relevant Controllers
DIgSI/info - -----
DIgSI/info - Control conditions for all controllers of interest are fulfilled.
```

Figura 5. Número de iteraciones por NR para llegar a la convergencia.

10. Ejercicio solucionado por Newton Raphson usando MATLAB

Para el circuito mostrado en la siguiente figura, solucionar por medio del método Newton Raphson con uso de la herramienta MATLAB. Encontrar para este caso los voltajes y corrientes en cada uno de los buses del circuito

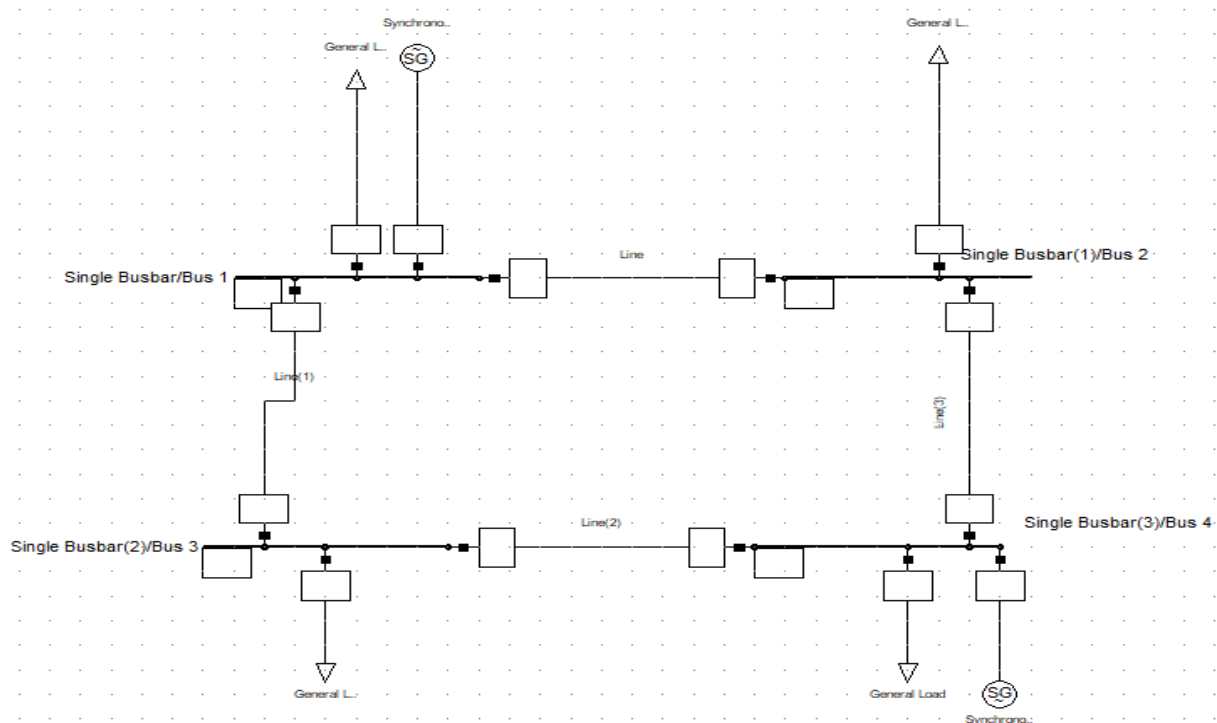


Figura III.19. Diagrama unifilar ejemplo 10. [Digsilent]

La matriz Ybus generada en este circuito es la siguiente:

Línea de barra a barra		Serie Z		Serie Y		Y en paralelo	
		R (pu)	X(pu)	G (pu)	B (pu)	Mvar totales de carga	Y/2 En pu
1	2	0.01008,	0.05040,	3.815.629,00	-19.078144,	10.25,	0.05125;
1	3	0.00744,	0.03720,	5.169561,	-25.847809,	7.75,	0.03875;
2	4	0.00744,	0.03720,	5.169561,	-25.847809,	7.75,	0.03875;
3	4	0.01272,	0.06360,	3.023705,	-15.118528,	12.75,	0.06375

Del ejercicio se tienen los siguientes valores en cada uno de los barrajes del sistema

Barra	Generación		Carga		V en pu	Ángulo	Tipo de barra
	P, (MW)	Q (MVAR)	P, (MW)	Q (MVAR)			
1	0	0	50	30.99	1.00	0	Slack
2	0	0	170	105.35	1.00	0	PQ
3	0	0	200	123.94	1.00	0	PQ
4	318	0	80	49.58	1.02	0	PV

El código se encuentra en anexos, anexo 1.

IV. Capítulo 4: Fallas en Sistemas de Potencia

El estudio de cortocircuito permite calcular las corrientes y voltajes que se presentan en un sistema de potencia en diferentes momentos, luego de la ocurrencia de una falla. La magnitud de estas corrientes varía como una función del tiempo hasta alcanzar el estado estacionario.

- Corrientes de cortocircuito

Efecto sobre el sistema:

- ✓ Interfiere con el flujo normal de potencia.
- ✓ Alta incidencia de factores externos (descargas atmosféricas).
- ✓ Fallas permanentes y transitorias.
- ✓ Fallas sostenidas por la corriente y tensión propias del sistema.
- ✓ Fallas balanceadas (trifásicas), desbalanceadas (LT, LL, LLT).
- ✓ 70% de las fallas son LT.
- ✓ 5% de las fallas son trifásicas.

Utilidad del cálculo de corrientes de cortocircuito:

- ✓ Ajuste de protecciones.
- ✓ Selección y dimensionamiento de equipos.

Evolución de las corrientes de cortocircuito:

Asociado principalmente con los cambios de flujo al interior de los elementos activos del sistema de potencia (Generadores y motores) y con la relación X/R del sistema, en el punto de falla.

- ✓ Para el cálculo de las corrientes de cortocircuito que se presentan en las máquinas síncronas no se utilizan las impedancias síncronas porque es en ese momento donde el sistema magnético de las mismas se encuentra con la menor densidad de flujo en el entrehierro. Es por ello como se indica en la figura IV.1. Se utilizará la impedancia subtransitoria, como la impedancia con la cual la máquina alimenta la potencia hacia la carga y hacia el punto de falla por cortocircuito. (Olga Lucia Paz Olaya, 1987)

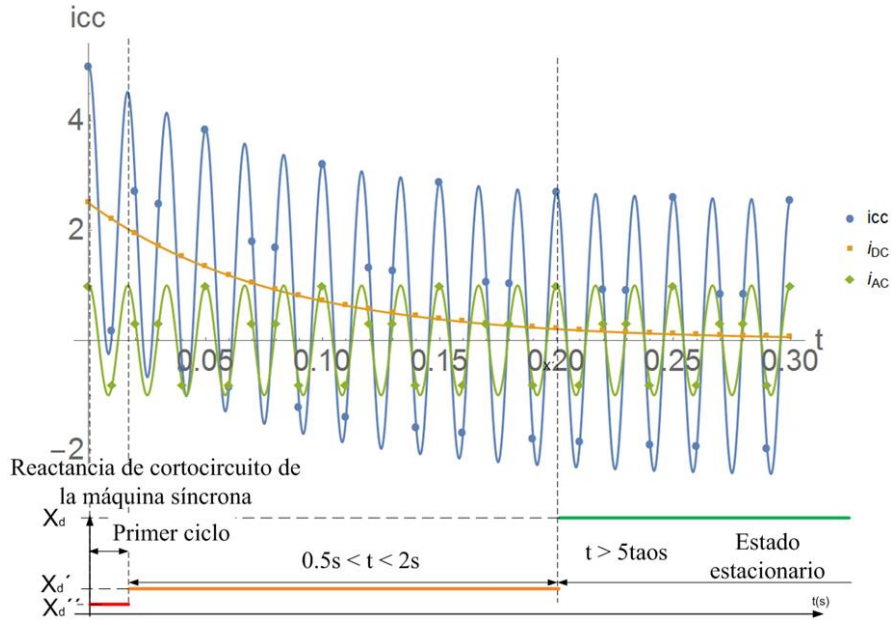


Figura IV.2. Reactancias de cortocircuito para una máquina con: $X_d=0.2$ pu; $X/R=15.08$

4.1. Componentes Simétricas

Suponga que se tiene un conjunto de voltajes trifásicos de fase (V_a , V_b y V_c), donde cada uno de estos voltajes los podemos separar en tres conjuntos de componentes de secuencias, donde estos voltajes tienen la peculiaridad de poseer una magnitud balanceada para las tres fases en cada secuencia.

- Componentes de secuencia cero: consiste en tres fasores que poseen magnitudes iguales y su desplazamiento de fase es de cero por lo que estos vectores se encuentran en la misma dirección.
- Componentes de secuencia positiva: consiste en tres fasores que poseen magnitudes iguales pero el desplazamiento de fase que poseen son de $\pm 120^\circ$ en secuencia positiva o secuencia ABC.
- Componentes de secuencia negativa: consiste en tres fasores que poseen magnitudes iguales pero el desplazamiento de fase que poseen son de $\pm 120^\circ$ en secuencia negativa o secuencia ACB.

Se aplican para circuitos desequilibrados. Los componentes de la secuencia cero pueden ser representados de la siguiente manera:

$$V_{a0} = V_{b0} = V_{c0} \quad (4.1)$$

$$V_{a0} = V_{b0} = V_{c0} \quad (4.2)$$

Para la secuencia positiva tenemos:

$$V_{a1} = |V_{ef}| \angle 0^\circ = V_{a1} \quad (4.3)$$

$$V_{b1} = |V_{ef}| \angle -120^\circ = a^2 V_{a1} \quad (4.4)$$

$$V_{c1} = |V_{ef}| \angle 120^\circ = a V_{a1} \quad (4.5)$$

De esta manera definimos el operador a que causa una rotación de 120° en contra de las manecillas del reloj:

$$a = 1 \angle 120^\circ$$

$$a^2 = 1 \angle 240^\circ$$

Para la secuencia ACB o secuencia negativa se tiene:

$$V_{a2} = |V_{ef}| \angle 0^\circ = V_{a2} \quad (4.6)$$

$$V_{b2} = |V_{ef}| \angle 120^\circ = aV_{a2} \quad (4.7)$$

$$V_{c2} = |V_{ef}| \angle -120^\circ = a^2V_{a2} \quad (4.8)$$

Si se consideran los voltajes de un circuito desbalanceado, estos pueden ser reescritos en función de sus componentes simétricas de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} V_A &= V_{a0} + V_{a1} + V_{a2} \\ V_B &= V_{b0} + V_{b1} + V_{b2} \\ V_C &= V_{c0} + V_{c1} + V_{c2} \end{aligned}$$

Podemos reescribir lo anterior como:

$$V_A = V_{a0} + V_{a1} + V_{a2} \quad (4.9)$$

$$V_B = V_{a0} + a^2V_{a1} + aV_{a2} \quad (4.10)$$

$$V_C = V_{a0} + aV_{a1} + a^2V_{a2} \quad (4.11)$$

O de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Se puede reescribir la ecuación anterior mediante notación matricial de la siguiente manera:

$$V^{ABC} = A * V_a^{012} \quad (4.13)$$

Donde A es conocida como la matriz de transformación de componentes simétricas y se encarga en convertir una vector de fasores V^{ABC} en sus respectivas componentes simétricas V^{012} .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Al despejar la ecuación anterior para las componentes simétricas V^{012} se tiene:

$$V^{012} = A^{-1} * V^{ABC}$$

La inversa de a esta dada por:

$$A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Finalmente se reemplaza y se obtiene:

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

De manera similar, se puede encontrar expresiones para las corrientes de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} I_A &= I_{a0} + I_{a1} + I_{a2} \\ I_B &= I_{a0} + a^2 I_{a1} + a I_{a2} \\ I_C &= I_{a0} + a I_{a1} + a^2 I_{a2} \end{aligned}$$

O de manera matricial:

$$I^{ABC} = A * I_a^{012} \quad (4.17)$$

Las componentes simétricas en términos de las corrientes son:

$$I_{a0} = \frac{1}{3} (I_A + I_B + I_C) \quad (4.18)$$

$$I_{a1} = \frac{1}{3} (I_A + a I_B + a^2 I_C) \quad (4.19)$$

$$I_{a2} = \frac{1}{3} (I_A + a^2 I_B + a I_C) \quad (4.20)$$

O de forma matricial:

$$I_a^{012} = A^{-1} * I^{ABC} \quad (4.21)$$

La potencia aparente también puede ser expresada en términos de componentes simétricas. La potencia trifásica aparente es:

$$S_{3\phi} = V^{abcT} * I^{abc*} \quad (4.22)$$

Sustituyendo se obtiene:

$$S_{3\phi} = (AV_a^{012})^T * (AI_a^{012})^* = V_a^{012T} A^T A^* I_a^{012*} \quad (4.23)$$

Dado que $A^T = A$, entonces $A^T A^* = 3$, la potencia compleja se convierte en:

$$S_{3\phi} = 3(V^{012T} I^{012*}) = 3(V_{a0} I_{a0}^* + V_{a1} I_{a1}^* + V_{a2} I_{a2}^*) \quad (4.24)$$

De esta manera se comprueba que la potencia desbalanceada puede ser calculada como la suma de las potencias de las componentes simétricas.

4.2. Redes de dos puertos

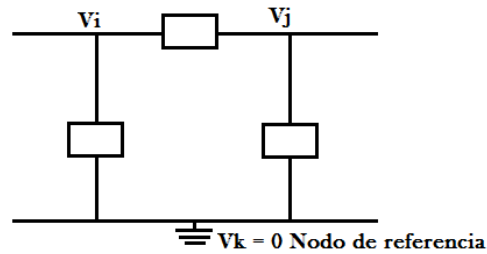
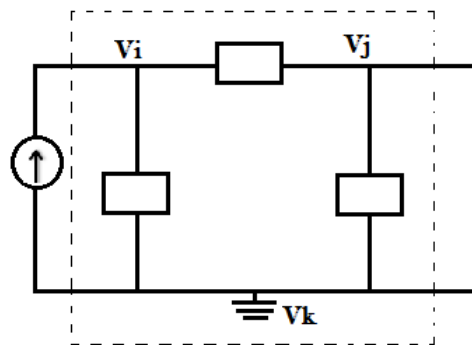


Figura IV.3. Redes de dos puertos

Z_{ii} = Es la impedancia Thévenin vista desde el nodo i hacia el nodo de referencia. Es igual al voltaje con respecto al nodo de referencia que aparece en i cuando se inyecta una corriente de magnitud unitaria en i.

Z_{ij} = Es la impedancia de transferencia entre los nodos i-j con respecto al nodo de referencia. Es igual al voltaje con respecto al nodo de referencia que aparece en J cuando se inyecta una corriente de magnitud unitaria en el nodo i.



$$Y_{ij} = \frac{I_i}{V_j}$$

$$Z_{ij} = \frac{V_j}{I_i}$$

Relación existente entre la corriente aplicada al nodo i en la malla i y el voltaje que resulta en la otra malla J

Otra forma de ver la impedancia de transferencia

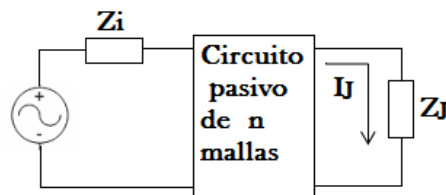


Figura IV.4. Impedancia de transferencia

$$Z_{ij} = \left. \frac{V_j}{I_i} \right| \quad \text{Considerando nula el resto de fuentes del circuito}$$

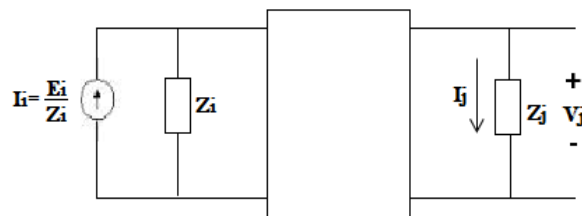


Figura IV.5. Circuito equivalente de transferencia

$$Z_{ij} = \frac{V_j}{I_i} = \frac{E_j}{I_i} \quad (4.25)$$

4.3. Cálculo del voltaje i en con falla en J

$$\begin{bmatrix} v_{a0} \\ v_{a1} \\ v_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ V_{Prefalla} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_{ij}^{(0)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{ij}^{(+)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{ij}^{(-)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Para falla 1Ø

$$I_{a0} = \frac{V_{Prefalla}}{Z_{JJ}^{(0)} + Z_{JJ}^{(+)} + Z_{JJ}^{(-)}} \quad (4.27)$$

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{a0} \\ v_{a1} \\ v_{a2} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

Cálculo de corriente entre el bus i y J

$$\begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{ij}^{(0)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{ij}^{(+)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{ij}^{(-)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i^{(0)} - V_j^{(0)} \\ V_i^{(+)} - V_j^{(+)} \\ V_i^{(-)} - V_j^{(-)} \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

4.3.1. Impedancias de secuencia generador en vacío

Las máquinas síncronas poseen sus propias redes de secuencia (redes E. Thévenin).

$$Z_1 = r_1 + jx_1 = r_1(\text{pérdidas en Lab}) + jXd'' \rightarrow \text{ambos tipos de polos}$$

$$Z_2 = r_1 + jx_2 = r_1(\text{pérdidas en Lab}) + jx_2 \quad (4.30)$$

$$x_2 = (Xd' + Xq)/2 \rightarrow \text{polo saliente} \quad \text{y} \quad x_2 = Xd'' \rightarrow \text{polo liso}$$

$$Z_0 = r_0 + jx_0 \quad \text{Donde la componente} \quad x_0 \rightarrow (0.1-0.7)x_1$$

4.3.2. Impedancias de secuencia para los transformadores

Poseen sus propias redes de secuencia dependiendo del tipo de conexión de los devanados y si existe hilo en el neutro a tierra.

$$Z_1 = r_{cc} + jx_{cc} \rightarrow \text{ambos tipos constructivos: tipo núcleo y acorazado}$$

$$Z_2 = Z_1$$

$$Z_0 = \begin{cases} 0.85Z_1 \rightarrow \text{Tipo núcleo} \\ Z_1 \rightarrow \text{Tipo acorazado} \end{cases} \quad (4.31)$$

4.3.3. Impedancias de secuencia para líneas de transmisión aéreas

Poseen sus propias redes de secuencia dependiendo de diseño y tecnología de materiales.

$$[Z_{012}] = \begin{bmatrix} Z_{00} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{11} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s + 2Z_m & 0 & 0 \\ 0 & Z_s - Z_m & 0 \\ 0 & 0 & Z_s - Z_m \end{bmatrix}$$

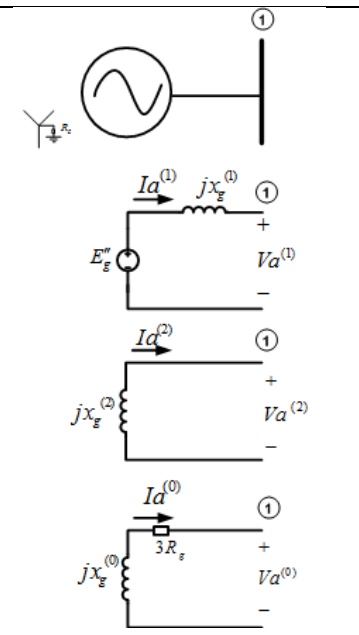
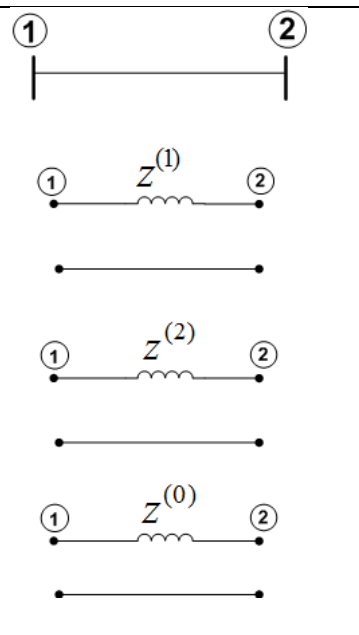
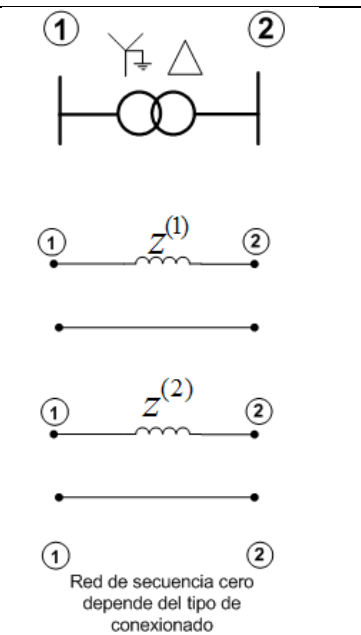
$$Z_{00} = \frac{1}{3} \cdot (Z_{aa} + Z_{bb} + Z_{cc}) + \frac{2}{3} \cdot (Z_{ab} + Z_{ac} + Z_{bc}) \quad (4.32)$$

Para líneas transpuestas y equiláteras se cumple que:

$$\begin{cases} Z_s \approx Z_{aa} \approx Z_{bb} \approx Z_{cc} \\ Z_m \approx Z_{ab} \approx Z_{ac} \approx Z_{bc} \end{cases} \quad (4.33)$$

4.3.4. Modelado en redes de secuencia para los elementos del sistema de potencia

Tabla IV.1. Modelado en redes de secuencia para los elementos del sistema

Máquinas síncronas	Líneas transmisión	Transformadores
		

4.3.5. Redes de secuencia cero para Transformadores

Tabla IV.2. Redes de secuencia cero para transformadores de dos devanados

Conexionado	Red de secuencia cero	Conexionado	Red de secuencia cero

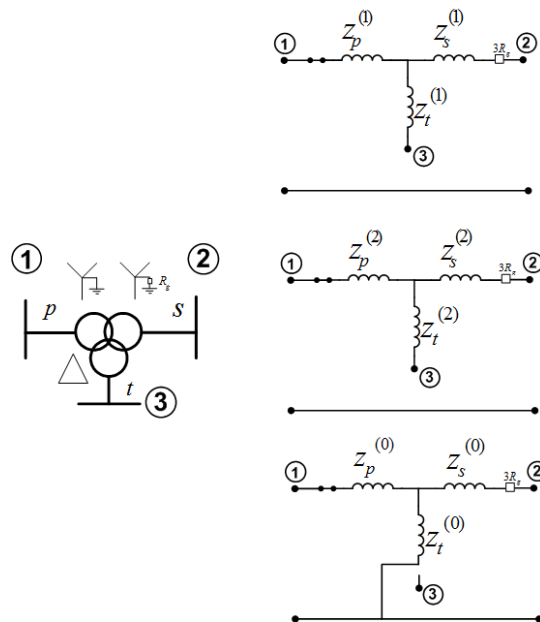
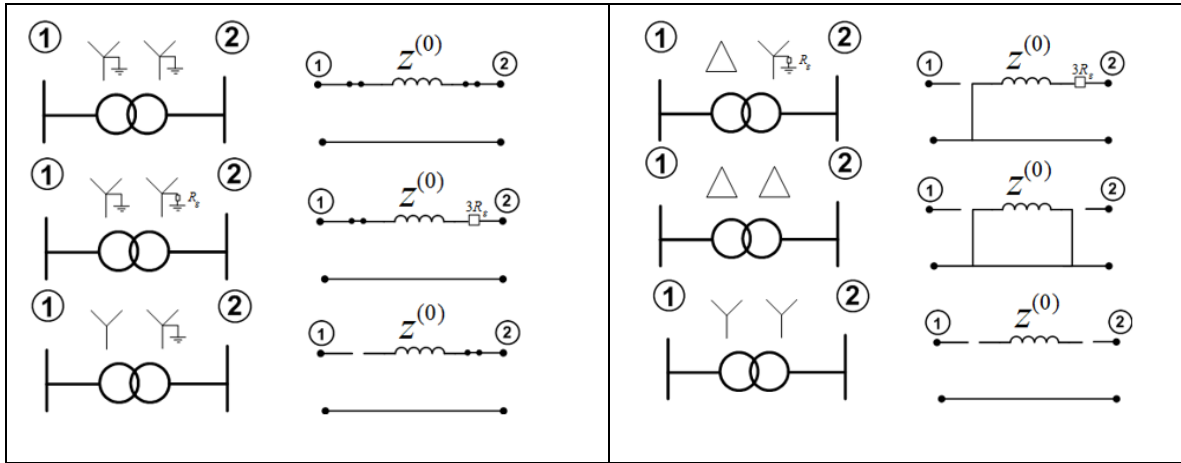


Figura IV.6. Redes de secuencia para transformadores tridevanado

4.4. Fallas en los sistemas

4.4.1. Falla línea a tierra

Sin impedancia de Neutro

La figura IV.6, muestra un generador trifásico conectado en estrella sin impedancia de neutro y conectado a tierra a través de una impedancia de falla llamada Z_f . Junto al circuito se encuentra el equivalente que genera el circuito cuando se presenta una falla línea a tierra, como se observa, la imagen muestra la forma de conexión para este fallo, en el cual los puntos negativos de cada secuencia están unidos al punto positivo de la secuencia

continua, finalmente el punto positivo de la secuencia cero une por medio de la impedancia de falla al punto negativo de la secuencia positiva.

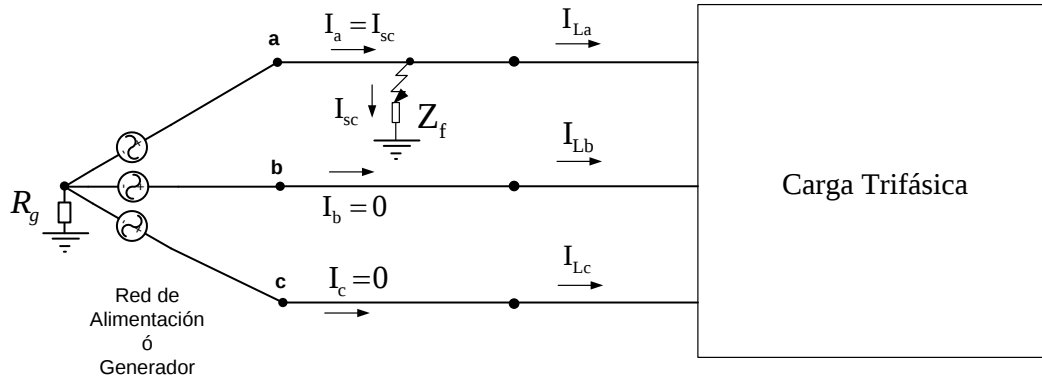


Figura IV.7. Distribución de las corrientes entregadas por la fuente durante la falla

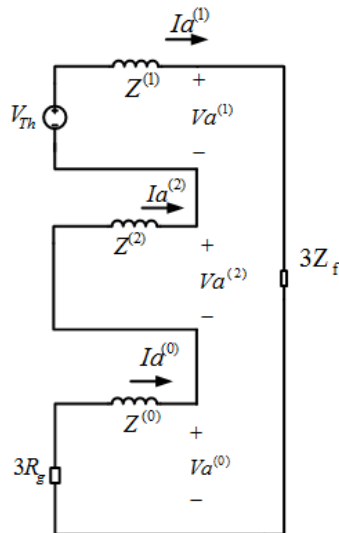


Figura IV.8. Conexión de las redes de secuencia para falla por cortocircuito Línea a Tierra

Para este caso se supondrá que la falla ocurre en la fase a del circuito y es a través de la impedancia Z_f , asumiendo que el generador está operando sin carga. Debido a estas suposiciones, la falla presentaría las siguientes características:

$$V_a = I_{sc} \cdot Z_f$$

$$I_{sc} = I_a$$

$$I_b = I_c = 0$$

Sustituyendo $I_b = I_c = 0$ en la matriz simétrica de componentes de corriente se tiene:

$$\begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

De la anterior matriz, podemos encontrar que la corriente I_a será:

$$I_a^0 = I_a^1 = I_a^2 = \frac{1}{3} I_a \quad (4.35)$$

El voltaje en la fase a del circuito representado en componentes simétricas será igual a:

$$V_a = V_a^0 + V_a^1 + V_a^2 \quad (4.36)$$

La corriente I_a se hallará tomando en consideración que los voltajes de secuencia para la fase a son:

$$V_a^0 = Z_0 * I_a^0 \quad (4.37)$$

$$V_a^1 = E_a - Z_1 * I_a^1 \quad (4.38)$$

$$V_a^2 = 0 - Z_2 * I_a^2 \quad (4.39)$$

Y que $I_a^0 = I_a^1 = I_a^2$, se tiene que:

$$V_a = E_a - (Z_1 + Z_2 + Z_0) * I_a^0 \quad (4.40)$$

Finalmente, se despeja la I_a^0 de la ecuación anterior y se llega a que el valor está dado por:

$$I_a^0 = \frac{E_a}{Z_1 + Z_2 + Z_0 + 3Z_f} \quad (4.41)$$

La corriente I_a será tres veces la corriente I_a^0 hallada anteriormente

$$I_a = 3 * I_a^0 = \frac{3E_a}{Z_1 + Z_2 + Z_0 + 3Z_f} \quad (4.42)$$

Con impedancia de neutro

El modelado matemático es el mismo, solo que se debe agregar a las ecuaciones la impedancia de neutro del generador que está en medio de las tres bases (conectada en el neutro de la estrella del circuito). La siguiente imagen muestra el modo de conexión del circuito al agregarle una impedancia de neutro al generador

La ecuación de corriente de falla para este caso se tiene:

$$I_a = 3 * I_a^0 = \frac{3E_a}{Z_1 + Z_2 + Z_0 + 3Z_f + 3Z_n} \quad (4.43)$$

4.4.2. Falla línea a línea

Para el desarrollo de esta falla se asumirá de nuevo que el generador está en un estado inicial en el que no tiene carga conectada, y que es un sistema trifásico donde la falla ocurre a través de una Impedancia denominada Z_f y se ubicará entre las fases b y c. El circuito equivalente para este circuito se muestra en la figura IV.9, donde se ve como la secuencia cero queda desconectada del sistema, mientras que la secuencia positiva y negativa son unidas mediante la impedancia de falla.

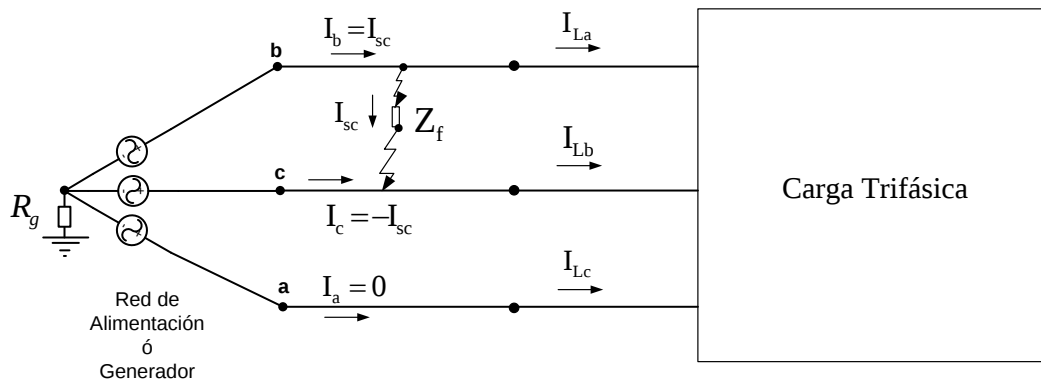


Figura IV.9. Distribución de las corrientes entregadas por la fuente durante la falla

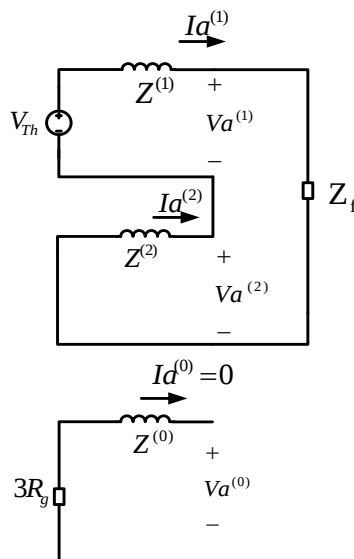


Figura IV.10. Conexión de las redes de secuencia para falla por cortocircuito Línea

Las condiciones iniciales para el punto de falla serán:

$$Vb - Vc = Zf * Ib \quad (4.44)$$

$$Ib + Ic = 0 \quad (4.45)$$

Lo que conlleva a que:

$$Ia = 0$$

Sustituyendo Ia=0 en la ecuación y que Ic=-Ib, los componentes simétricos de la matriz serán:

$$\begin{bmatrix} I_a^0 \\ I_a^1 \\ I_a^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ Ib \\ -Ib \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

Resolviendo la matriz se obtiene que los valores de las corrientes para cada secuencia serán:

$$I_a^0 = 0$$

$$I_a^1 = \frac{1}{3}(a - a^2)Ib \quad (4.47)$$

$$I_a^2 = \frac{1}{3}(a^2 - a)Ib \quad (4.48)$$

De las anteriores ecuaciones se ve que se puede expresar:

$$I_a^1 = -I_a^2 \quad (4.49)$$

Obtención de voltajes: Los siguientes pasos tiene como objeto encontrar el valor para Ea:

Para obtener los voltajes en Vb y Vc se debe reconsiderar que:

$$\begin{bmatrix} Va \\ Vb \\ Vc \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix}$$

Tomando como base la anterior matriz, tenemos que:

$$Vb - Vc = (a^2 - a) * (V_a^1 - V_a^2) \quad (4.50)$$

$$Vb - Vc = Zf * Ib \quad (4.51)$$

Sustituyendo para V_a^1 y V_a^2 de:

$$V_a^0 = Z0 * I_a^0$$

$$V_a^1 = Ea - Z1 * I_a^1$$

$$V_a^2 = 0 - Z2 * I_a^2$$

Y tomando con respecto a las corrientes que:

$$I_a^1 = -I_a^2$$

Se encuentra que la ecuación de voltaje será:

$$(a^2 - a) * [Ea - (z1 + z2) * I_a^1] = Zf * Ib \quad (4.52)$$

De esto se reemplazará el valor de I_a^1 hallado anteriormente, de aquí tendremos:

$$Ea - (z1 + z2) * I_a^1 = Zf * \frac{3 * I_a^1}{(a^2 - a) * (a - a^2)} \quad (4.53)$$

○ Corriente:

$$I_a^1 = \frac{Ea}{Z1 + Z2 + Zf} \quad (4.54)$$

Finalmente, con este valor, se podrán encontrar las corrientes de fase del circuito con ayuda de la matriz Fortescue. De esta se tendrá:

$$\begin{bmatrix} Ia \\ Ib \\ Ic \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ I_a^1 \\ -I_a^1 \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

La corriente de falla es:

$$Ib = -Ic = (a^2 - a) * I_a^1 \quad (4.56)$$

4.4.3. Falla línea-línea-tierra

Como en los casos anteriores, tomaremos el generador en condiciones iniciales y sin carga alguna, el circuito está conformado por un generador trifásico con una falla que une las fases b y c por medio de una impedancia de falla que a su vez está conectada a tierra. Las figuras IV. 10 y IV.11 muestran el equivalente del circuito y la forma de conexión que genera la falla mencionada.

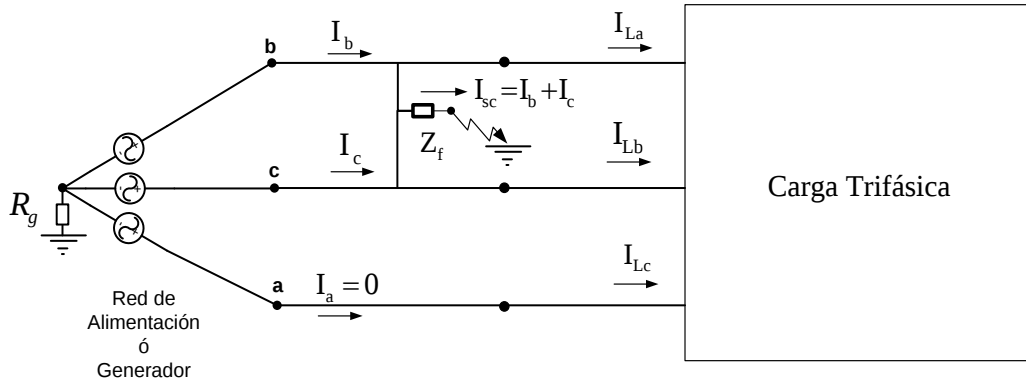


Figura IV.11. Distribución de las corrientes entregadas por la fuente durante la falla

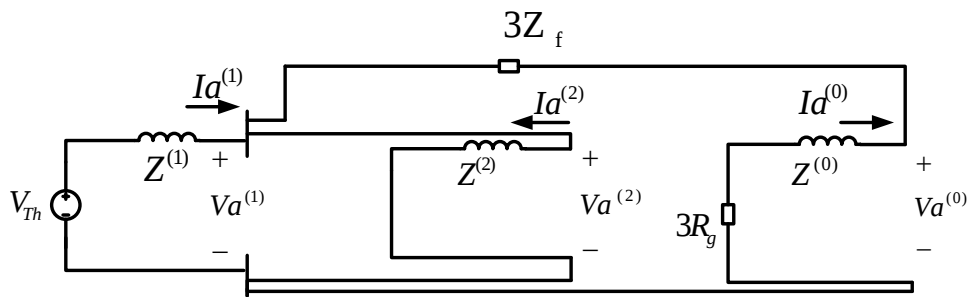


Figura IV.12. Conexión de las redes de secuencia para falla por cortocircuito Línea Línea Tierra

Para la realización del análisis de este fallo se tomarán las siguientes condiciones que como se ve en la anterior imagen se generan por la ocurrencia de la falla:

$$Vb = Vc = Zf(Ib + Ic) \quad (4.57)$$

$$Ia = I_a^0 + I_a^1 + I_a^2 = 0 \quad (4.58)$$

Aplicando al circuito la matriz de Fortescue, se encuentra que los voltajes \$Vb\$ y \$Vc\$ estarán dados por las siguientes ecuaciones:

$$Vb = V_a^0 + a^2 * V_a^1 + a * V_a^2 \quad (4.59)$$

$$Vc = V_a^0 + a * V_a^1 + a^2 * V_a^2 \quad (4.60)$$

Tomando \$Vb\$ y \$Vc\$ iguales, se deduce que:

$$V_a^1 = V_a^2 \quad (4.61)$$

Ahora, si sustituimos los componentes simétricos de corrientes en esta ecuación

$$Vb = Vc = Zf(Ib + Ic) \quad (4.62)$$

Se tendrá:

$$Vb = Zf(Ia^0 + a^2 Ia^1 + a Ia^2 + Ia^0 + a Ia^1 + a^2 Ia^2) \quad (4.63)$$

$$Vb = Zf * (2I_a^0 - I_a^1 - I_a^2) \quad (4.64)$$

$$Vb = Zf * I_a^0 \quad (4.65)$$

Ahora si despejamos el valor de Vb de la ecuación: $Vb = Zf * I_a^0$ y despejamos V_a^2 de la ecuación $V_a^1 = V_a^2$ tendremos que estos valores dentro de la ecuación $Vb = V_a^0 + a^2 * V_a^1 + a * V_a^2$ tendremos que:

$$3ZfI_a^0 = V_a^0 + (a^2 - a) * V_a^1 \quad (4.66)$$

$$3ZfI_a^0 = V_a^0 - V_a^1 \quad (4.67)$$

el valor de I_a^0 estará dado por:

$$Ia^0 = -\frac{Ea - z^1 * I_a^1}{z^0 + 3Zf} \quad (4.68)$$

La corriente I_a^2 lo dará la ecuación $V_a^1 = V_a^2$, al sustituir estos valores obtendremos que:

$$Ia^2 = -\frac{Ea - z^1 * I_a^1}{z^2} \quad (4.69)$$

Finalmente, para encontrar la componente simétrica de la corriente positiva debemos sustituir el valor obtenido de I_a^0 y el valor de I_a^2 dentro de la ecuación $Ia = I_a^0 + I_a^1 + I_a^2 = 0$

Despejando de esta ecuación, se encuentra que el valor de I_a^1 será:

$$I_a^1 = \frac{Ea}{z^1 + \frac{Z^2(z^0 + 3Zf)}{z^2 + Z^0 + 3Zf}} \quad (4.70)$$

La corriente de falla general del circuito será la suma de las corrientes Ib+Ic

4.5. Ejemplos

1. Con base al circuito de la figura IV.12, realice una falla monofásica en el barraje 8 y una trifásica en el barraje 8 y calcule:

- Ybus – Zbus
- Corriente de Falla.
- Tensiones en cada uno de los barrajes.
- Corrientes en cada uno de los barrajes.

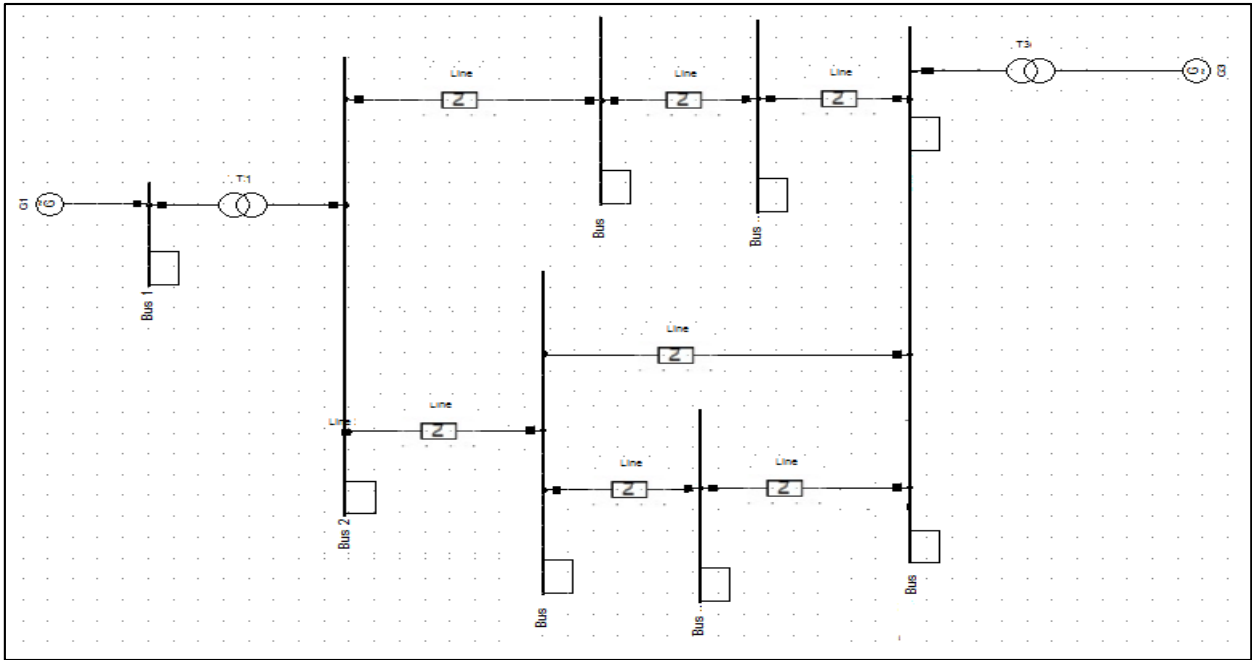


Figura IV.13. Diagrama unifilar ejemplo 1

Base	Generadores	Transformadores	Línea
$S_{base} = 125MVA$ $V_{base} = 25KV$	$S = 100MVA$ $V = 20KV$ $X_1 = X_2 = 0,2pu$	$S = 100MVA$ $V = 20KV/34.5KV$ $X_1 = X_2 = 0,08pu$	$X_{L2-3} = 0,168j$ $X_{L2-7} = 0,126j$ $X_{L7-5} = 0,21j$ $X_{L7-8} = 0,252j$ $X_{L8-5} = 0,0366j$ $X_{L3-4} = 0,126j$ $X_{L4-5} = 0,126j$
	$X_0 = 0,05pu$ $X_n = 0,04pu$	$X_0 = 0,08pu$	

Datos:

-Generador 1 y Generador 6 configuración (Y) con impedancia en el neutro a tierra

- Transformador 1 Configuración D-Y con neutro a tierra
- Transformador 6 Configuración Y-D sin neutro a tierra

Conversión de Bases

Bases:

$$S_{base} = 125MVA, V_{base} = 25KV$$

a) Se realiza el cambio a la nueva base que nos está dando el ejercicio para poder calcular: S_{base} , V_{base} , y I_{base}

Bases A:

$$S_{base} = 125MVA$$

$$V_{base} = 25KV$$

$$Z_{base} = \frac{(V_{base})^2}{S_{base}} = \frac{(25KV)^2}{125MVA} = 5\Omega$$

Bases B:

$$S_{base} = 125MVA$$

$$V_{base} = \frac{34,5KV}{20KV} * 25KV = 43,125KV$$

$$Z_{base} = \frac{(V_{base})^2}{S_{base}} = \frac{(43.125KV)^2}{125MVA} = 14,878\Omega$$

Cuando las impedancias de los generadores, líneas y transformadores se encuentran en otras bases, es necesario unificar las bases del sistema con la siguiente ecuación 2.10 Como se demuestra a continuación:

Cambio de bases de las reactancias de los Generadores:

$$X_1 = X_2 = 0,2 * \left(\frac{20KV}{25KV}\right)^2 * \left(\frac{125MVA}{100MVA}\right) = 0,160j$$

$$X_0 = 0,05 * \left(\frac{20KV}{25KV}\right)^2 * \left(\frac{125MVA}{100MVA}\right) = 0,040j$$

$$X_n = 0,04 * \left(\frac{20KV}{25KV}\right)^2 * \left(\frac{125MVA}{100MVA}\right) = 0,032j$$

Cambio de bases de las reactancias de los transformadores

$$X_1 = X_2 = X_0 = 0,08 * \left(\frac{34,5KV}{43,125KV}\right)^2 * \left(\frac{125MVA}{100MVA}\right) = 0,064j$$

Cambio de bases de las reactancias de las líneas

L23

$$X_{23} = 0,168j * \left(\frac{34,5KV}{43,125KV}\right)^2 * \left(\frac{125MVA}{100MVA}\right) = 0,134j$$

L27

$$X_{27} = 0,126J * (\frac{34,5KV}{43,125KV})^2 * (\frac{125MVA}{100MVA}) = 0,1008j$$

L75

$$X_{75} = 0,21J * (\frac{34,5KV}{43,125KV})^2 * (\frac{125MVA}{100MVA}) = 0,168j$$

L78

$$X_{78} = 0,252J * (\frac{34,5KV}{43,125KV})^2 * (\frac{125MVA}{100MVA}) = 0,201j$$

L85

$$X_{85} = 0,0366J * (\frac{34,5KV}{43,125KV})^2 * (\frac{125MVA}{100MVA}) = 0,029j$$

L34

$$X_{34} = 0,126J * (\frac{34,5KV}{43,125KV})^2 * (\frac{125MVA}{100MVA}) = 0,1008j$$

L45

$$X_{45} = 0,126J * (\frac{34,5KV}{43,125KV})^2 * (\frac{125MVA}{100MVA}) = 0,1008j$$

Calcular La Ybus Sec (+)

$$Y_{11} = \frac{1}{0,160j} + \frac{1}{0,064j} = -j21,875$$

$$Y_{12} = Y_{21} = \frac{1}{0,064j} = j15,625$$

$$Y_{13} = Y_{14} = Y_{15} = Y_{16} = Y_{17} = Y_{18} = 0$$

$$Y_{22} = \frac{1}{0,064j} + \frac{1}{0,134j} + \frac{1}{0,1008j} = -j33,008$$

$$Y_{23} = Y_{32} = \frac{1}{0,134j} = j7,462$$

$$Y_{24} = Y_{25} = Y_{26} = Y_{28} = 0$$

$$Y_{27} = Y_{72} = \frac{1}{0,1008j} = j9,92063$$

$$Y_{31} = Y_{35} = Y_{36} = Y_{37} = Y_{38} = 0$$

$$Y_{33} = \frac{1}{0,134j} + \frac{1}{0,100j} = -j17,462$$

$$Y_{34} = Y_{43} = \frac{1}{0,1008j} = j9,92063$$

$$Y_{41} = Y_{42} = Y_{46} = Y_{47} = Y_{48} = 0$$

$$Y_{44} = \frac{1}{0,1008j} + \frac{1}{0,1008j} = -j19,8413$$

$$Y_{45} = Y_{54} = \frac{1}{0,1008j} = j9,92063$$

$$Y_{51} = Y_{52} = Y_{53} = 0$$

$$Y_{55} = \frac{1}{0,1008j} + \frac{1}{0,168j} + \frac{1}{0,029j} + \frac{1}{0,064j} = -j65,980$$

$$Y_{56} = Y_{65} = \frac{1}{0,064j} = j15,625$$

$$Y_{57} = Y_{75} = \frac{1}{0,168j} = j5,9523$$

$$Y_{58} = Y_{85} = \frac{1}{0,029j} = j34,153$$

$$Y_{61} = Y_{62} = Y_{63} = Y_{64} = Y_{67} = Y_{68} = 0$$

$$Y_{66} = \frac{1}{0,064j} + \frac{1}{0,160j} = -j21,875$$

$$Y_{71} = Y_{73} = Y_{74} = Y_{76} = 0$$

$$Y_{77} = \frac{1}{0,1008j} + \frac{1}{0,168j} + \frac{1}{0,201j} = -j20,8333$$

$$Y_{78} = Y_{87} = \frac{1}{0,201j} = j4,975$$

$$Y_{81} = Y_{82} = Y_{83} = Y_{84} = Y_{86} = 0$$

$$Y_{88} = \frac{1}{0,201j} + \frac{1}{0,029j} = -j39,457$$

Matriz Zb

$$Y_{BUS}^{(+)\vee(-)} = \begin{bmatrix} -j21,875 & j15,625 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ j15,625 & -j19,025 & j7,462 & 0 & 0 & 0 & j9,92063 & 0 \\ 0 & j7,462 & -j33,008 & j9,92063 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & j9,92063 & -j19,8413 & j9,92063 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & j9,92063 & -j65,980 & j15,625 & j5,9523 & j34,153 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & j15,625 & -j21,875 & 0 & 0 \\ 0 & j9,92063 & 0 & 0 & j5,9523 & 0 & -j20,8333 & j4,975 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & j34,153 & 0 & j4,975 & -j39,457 \end{bmatrix}$$

$$Y_{BUS}^{-1} = Z_{BUS}$$

$$Z_{BUS}^{(+)\text{ y }(-)} = \begin{bmatrix} j0.14276 & j0.07380 & j0.06850 & j0.06504 & j0.061625 & j0.012321 & j0.067523 & j0.06185 \\ j0.07380 & j0.36901 & j0.34251 & j0.32532 & j0.308128 & j0.061605 & j0.337618 & j0.30927 \\ j0.06850 & j0.34251 & j0.41434 & j0.370885 & j0.327427 & j0.065464 & j0.334405 & j0.32557 \\ j0.06506 & j0.32532 & j0.37088 & j0.408124 & j0.344563 & j0.068890 & j0.334664 & j0.34044 \\ j0.06162 & j0.30813 & j0.32743 & j0.344565 & j0.361700 & j0.072316 & j0.334925 & j0.35530 \\ j0.01232 & j0.06160 & j0.06546 & j0.068890 & j0.072316 & j0.142458 & j0.066963 & j0.71038 \\ j0.06752 & j0.37761 & j0.33440 & j0.344.65 & j0.334916 & j0.066961 & j0.385293 & j0.38847 \\ j0.06185 & j0.30928 & j0.32557 & j0.340442 & j0.355307 & j0.071038 & j0.338483 & j0.37556 \end{bmatrix}$$

Esquema de secuencia cero:

Calcular La Ybus Sec (-)

$$Y_{11} = \frac{1}{3 * (0.032j) + (0.040j)} = -j7.352$$

$$Y_{12} = Y_{21} = Y_{13} = Y_{14} = Y_{15} = Y_{16} = Y_{17} = Y_{18} = 0$$

$$Y_{22} = \frac{1}{0.640j} + \frac{1}{0.134j} + \frac{1}{0.1008j} = -j19.025$$

$$Y_{23} = Y_{32} = \frac{1}{0.134j} = j7.462$$

$$Y_{24} = Y_{25} = Y_{26} = Y_{28} = 0$$

$$Y_{27} = Y_{72} = \frac{1}{0.1008j} = j9.92063$$

$$Y_{31} = Y_{35} = Y_{36} = Y_{37} = Y_{38} = 0$$

$$Y_{33} = \frac{1}{0.134j} + \frac{1}{0.100j} = -j17.462$$

$$Y_{34} = Y_{43} = \frac{1}{0.1008j} = j9.92063$$

$$Y_{41} = Y_{42} = Y_{46} = Y_{47} = Y_{48} = 0$$

$$Y_{44} = \frac{1}{0.1008j} + \frac{1}{0.1008j} = -j19.8413$$

$$Y_{45} = Y_{54} = \frac{1}{0.1008j} = j9.92063$$

$$Y_{51} = Y_{52} = Y_{53} = Y_{56} = 0$$

$$Y_{55} = \frac{1}{0.1008j} + \frac{1}{0.168j} + \frac{1}{0.029j} = -j50.355$$

$$Y_{57} = Y_{75} = \frac{1}{0.168j} = j5.9523$$

$$Y_{58} = Y_{85} = \frac{1}{0.029j} = j34.153$$

$$Y_{61} = Y_{62} = Y_{63} = Y_{64} = Y_{65} = Y_{67} = Y_{68} = 0$$

$$Y_{66} = \frac{1}{3 * (0.032j)} + \frac{1}{0.040j} = -j7.352$$

$$Y_{71} = Y_{73} = Y_{74} = Y_{76} = 0$$

$$Y_{77} = \frac{1}{0.1008j} + \frac{1}{0.168j} + \frac{1}{0.201j} = -j20.8333$$

$$Y_{78} = Y_{87} = \frac{1}{0.201j} = j4.975$$

$$Y_{81} = Y_{82} = Y_{83} = Y_{84} = Y_{86} = 0$$

$$Y_{88} = \frac{1}{0.201j} + \frac{1}{0.029j} = -j39.457$$

$$Y_{BUS}^{(0)} =$$

$$= \begin{bmatrix} -j7.352 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -j19.025 & j7.462 & 0 & 0 & 0 & j9.92063 & 0 \\ 0 & j7.462 & -j17.462 & j9.92063 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & j9.92063 & -j19.8413 & j9.92063 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & j9.92063 & -j50.355 & 0 & j5.9523 & j34.153 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -j7.8125 & 0 & 0 \\ 0 & j9.92063 & 0 & 0 & j5.9523 & 0 & -j20.8333 & j4.975 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & j34.153 & 0 & j4.975 & -j39.457 \end{bmatrix}$$

$$Y_{BUS}^{-1} = Z_{BUS}$$

$$Z_{BUS}^{(0)} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0.136017j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.432569j & 0.416756j & 0.408196j & 0.399638j & 0 & 0.415275j & 0.398277j \\ 0 & 0.416756j & 0.499696j & 0.465279j & 0.430864j & 0 & 0.423365j & 0.426326j \\ 0 & 0.408196j & 0.465279j & 0.511938j & 0.457799j & 0 & 0.432837j & 0.450835j \\ 0 & 0.399638j & 0.430864j & 0.457799j & 0.484736j & 0 & 0.442311j & 0.475345j \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.128j & 0 & 0 \\ 0 & 0.415275j & 0.423365j & 0.432837j & 0.442311j & 0 & 0.477939j & 0.443115j \\ 0 & 0.398277j & 0.426326j & 0.450835j & 0.457345j & 0 & 0.443115j & 0.492662j \end{bmatrix}$$

Falla Línea- Neutro

Voltaje de Pre falla:

$$V_{prefalla} = \frac{V_{real}}{V_{base}} = \frac{34.5KV}{43.125KV} = 0.8$$

Falla Barraje 8

a) Corriente de Falla

Para calcular la corriente de falla, se tiene la siguiente ecuación:

$$I_f^{(8)} = I_a^{(8)} = \frac{V_{prefalla} * 3}{Z_{88Th}^{(0)} + Z_{88Th}^{(1)} + Z_{88Th}^{(2)}} = \frac{(0.8) * (3)}{(0.492662j) + (j0.37556) + (j0.37556)} = -1.929j$$

$$I_{a0}^{(8)} + I_{a1}^{(8)} + I_{a2}^{(8)} = \frac{I_a^{(8)}}{3} = \frac{-1.929j}{3} = -0.64319j$$

a) Voltaje en barrajes

Barraje 1- Falla en barraje 8

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(18)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(18)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(18)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(8)} \\ I_{a1}^{(8)} \\ I_{a2}^{(8)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.8 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & j0.06185 & 0 \\ 0 & 0 & j0.06185 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0.64319j \\ -0.64319j \\ -0.64319j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.760218 \\ -0.039781 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(1)} \\ V_b^{(1)} \\ V_c^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0.760218 \\ -0.039781 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.720437 \\ (0.780869\angle - 117.471315) \\ (0.780869\angle - 117.471315) \end{bmatrix}$$

Barraje 2- Falla en barraje 8

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(28)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(28)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(28)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(8)} \\ I_{a1}^{(8)} \\ I_{a2}^{(8)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.8 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.398277j & 0 & 0 \\ 0 & j0.30927 & 0 \\ 0 & 0 & j0.30927 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0.64319j \\ -0.64319j \\ -0.64319j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.256167 \\ 0.601080 \\ -0.198919 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(2)} \\ V_b^{(2)} \\ V_c^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0.256167 \\ 0.601080 \\ -0.198919 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.145993 \\ (0.83010\angle - 123.42406) \\ (-0.83010\angle - 123.42406) \end{bmatrix}$$

Barraje 3- Falla en barraje 8

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(38)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(38)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(38)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(8)} \\ I_{a1}^{(8)} \\ I_{a2}^{(8)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,8 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,426326j & 0 & 0 \\ 0 & j0,32557 & 0 \\ 0 & 0 & j0,32557 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0,64319j \\ -0,64319j \\ -0,64319j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,274208 \\ 0,590596 \\ -0,209403 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(3)} \\ V_b^{(3)} \\ V_c^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0,274208 \\ 0,590596 \\ -0,209403 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,106984 \\ (0,834292\angle -123,857209) \\ (0,834292\angle 123,857209) \end{bmatrix}$$

Barraje 4- Falla en barraje 8

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(4)} \\ V_{a1}^{(4)} \\ V_{a2}^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(48)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(48)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(48)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(8)} \\ I_{a1}^{(8)} \\ I_{a2}^{(8)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(4)} \\ V_{a1}^{(4)} \\ V_{a2}^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,8 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,450835j & 0 & 0 \\ 0 & j0,34044 & 0 \\ 0 & 0 & j0,34044 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0,64319j \\ -0,64319j \\ -0,64319j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,298972 \\ 0,581032 \\ -0,218967 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(4)} \\ V_b^{(4)} \\ V_c^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0,298972 \\ 0,581032 \\ -0,218967 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0720 \\ (0,83776\angle -124,209) \\ (0,83776\angle 124,2093) \end{bmatrix}$$

Barraje 5- Falla en barraje 8

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(5)} \\ V_{a1}^{(5)} \\ V_{a2}^{(5)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(58)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(58)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(58)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(8)} \\ I_{a1}^{(8)} \\ I_{a2}^{(8)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(5)} \\ V_{a1}^{(5)} \\ V_{a2}^{(5)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,8 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,475345j & 0 & 0 \\ 0 & j0,35530 & 0 \\ 0 & 0 & j0,35530 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0,64319j \\ -0,64319j \\ -0,64319j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,305737 \\ 0,571474 \\ -0,228525 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(5)} \\ V_b^{(5)} \\ V_c^{(5)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0,305737 \\ 0,571474 \\ -0,228525 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,03721 \\ (0,841267\angle -124,5589) \\ (0,841267\angle 124,5589) \end{bmatrix}$$

Barraje 6- Falla en barraje 8

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(6)} \\ V_{a1}^{(6)} \\ V_{a2}^{(6)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(68)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(68)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(68)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(8)} \\ I_{a1}^{(8)} \\ I_{a2}^{(8)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(6)} \\ V_{a1}^{(6)} \\ V_{a2}^{(6)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,8 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & j0.71038 & 0 \\ 0 & 0 & j0.71038 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0,64319j \\ -0,64319j \\ -0,64319j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.343090 \\ -0,456909 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(6)} \\ V_b^{(6)} \\ V_c^{(6)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0.343090 \\ -0,456909 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.113818 \\ (0.69515\angle - 85.30418) \\ (0.69515\angle 85.30418) \end{bmatrix}$$

Barraje 7- Falla en barraje 8

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(7)} \\ V_{a1}^{(7)} \\ V_{a2}^{(7)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(78)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(78)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(78)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(8)} \\ I_{a1}^{(8)} \\ I_{a2}^{(8)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(7)} \\ V_{a1}^{(7)} \\ V_{a2}^{(7)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,8 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.443115j & 0 & 0 \\ 0 & j0.38847 & 0 \\ 0 & 0 & j0.38847 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0,64319j \\ -0,64319j \\ -0,64319j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.285007 \\ 0.550139 \\ -0,249860 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(7)} \\ V_b^{(7)} \\ V_c^{(7)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0.285007 \\ 0.550139 \\ -0,249860 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.015272 \\ (0,8181399\angle - 122.132) \\ (0,8181399\angle 122.1321) \end{bmatrix}$$

Barraje 8 - Falla en barraje 8

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(8)} \\ V_{a1}^{(8)} \\ V_{a2}^{(8)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(88)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(88)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(88)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(8)} \\ I_{a1}^{(8)} \\ I_{a2}^{(8)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(8)} \\ V_{a1}^{(8)} \\ V_{a2}^{(8)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,8 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.492662j & 0 & 0 \\ 0 & j0.37556 & 0 \\ 0 & 0 & j0.37556 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0,64319j \\ -0,64319j \\ -0,64319j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,316875 \\ 0,5584435 \\ -0,2415564 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(8)} \\ V_b^{(8)} \\ V_c^{(8)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0,316875 \\ 0,5584435 \\ -0,2415564 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ (0,840\angle - 124.45260) \\ (0,840\angle 124.45260) \end{bmatrix}$$

a) Corrientes Barrajes

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(78)} \\ I_{a1}^{(78)} \\ I_{a2}^{(78)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0^{(78)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(78)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(78)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_{a0}^{(7)} \\ V_{a1}^{(7)} \\ V_{a2}^{(7)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(8)} \\ V_{a1}^{(8)} \\ V_{a2}^{(8)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(78)} \\ I_{a1}^{(78)} \\ I_{a2}^{(78)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j4.975 & 0 & 0 \\ 0 & j4.975 & 0 \\ 0 & 0 & j4.975 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0.285007 \\ 0.550139 \\ -0.249860 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -0.316875 \\ 0.5584435 \\ -0.2415564 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.158543j \\ -0.041314j \\ -0.041310j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(78)} \\ I_b^{(78)} \\ I_c^{(78)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0.158543j \\ -0.041314j \\ -0.041310j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.178780 \angle 117.526 \\ 0.163840 \angle 75.3953 \\ 0.163833 \angle 75.394 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(85)} \\ I_{a1}^{(85)} \\ I_{a2}^{(85)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0^{(85)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(85)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(85)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_{a0}^{(8)} \\ V_{a1}^{(8)} \\ V_{a2}^{(8)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(5)} \\ V_{a1}^{(5)} \\ V_{a2}^{(5)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(85)} \\ I_{a1}^{(85)} \\ I_{a2}^{(85)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j34.153 & 0 & 0 \\ 0 & j34.153 & 0 \\ 0 & 0 & j34.153 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0.316875 \\ 0.5584435 \\ -0.2415564 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -0.305737 \\ 0.571474 \\ -0.228525 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.3803j \\ -0.44503j \\ 0.447069j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(85)} \\ I_b^{(85)} \\ I_c^{(85)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0.3803j \\ -0.44503j \\ 0.447069j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0.34835 \angle -90) \\ (0.891541 \angle -153.599) \\ (0.891541 \angle -26.4003) \end{bmatrix}$$

Falla Trifásica

Voltaje de Pre falla:

$$V_{prefalla} = \frac{V_{real}}{V_{base}} = \frac{34.5KV}{43.125KV} = 0.8$$

Falla Barraje 8

a) Corriente de Falla

Para calcular la corriente de falla, se tienen las siguientes ecuaciones:

Condiciones de falla:

$$I_{a0}^{(8)} = I_{a2}^{(8)} = 0$$

$$I_f^{(8)} = I_{a1}^{(8)} = \frac{V_{prefalla}}{Z_{88Th}^{(1)}} = \frac{(0.8)}{(j0.37556)} = -2.130j$$

b) Voltaje en barrajes

Barraje 1- Falla en barraje 8

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(18)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(18)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(18)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(8)} \\ I_{a1}^{(8)} \\ I_{a2}^{(8)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,8 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & j0.06185 & 0 \\ 0 & 0 & j0.06185 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -2.130J \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,800 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(1)} \\ V_b^{(1)} \\ V_c^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,800 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,800 \\ (0,800\angle -120) \\ (0,800\angle 120) \end{bmatrix}$$

Barraje 2- Falla en barraje 8

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(28)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(28)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(28)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(8)} \\ I_{a1}^{(8)} \\ I_{a2}^{(8)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,8 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.30927j & 0 & 0 \\ 0 & 0.398277j & 0 \\ 0 & 0 & 0.398277j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -2.130J \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.04833 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(2)} \\ V_b^{(2)} \\ V_c^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -0.04833 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.04833 \\ (0.04833\angle 60) \\ (0.04833\angle -60) \end{bmatrix}$$

Barraje 3- Falla en barraje 8

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(38)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(38)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(38)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(8)} \\ I_{a1}^{(8)} \\ I_{a2}^{(8)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,8 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.426326j & 0 & 0 \\ 0 & j0.32557 & 0 \\ 0 & 0 & j0.32557 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -2.130J \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.10653 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(3)} \\ V_b^{(3)} \\ V_c^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0.10653 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.10653 \\ (0.10653\angle -120) \\ (0.10653\angle 120) \end{bmatrix}$$

Barraje 4- Falla en barraje 8

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(4)} \\ V_{a1}^{(4)} \\ V_{a2}^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(48)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(48)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(48)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(8)} \\ I_{a1}^{(8)} \\ I_{a2}^{(8)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(4)} \\ V_{a1}^{(4)} \\ V_{a2}^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,8 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.450835j & 0 & 0 \\ 0 & j0.34044 & 0 \\ 0 & 0 & j0.34044 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -2.130j \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.07486 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(4)} \\ V_b^{(4)} \\ V_c^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0.07486 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.07486 \\ (0.07486\angle -120) \\ (0.07486\angle 120) \end{bmatrix}$$

Barraje 5- Falla en barraje 8

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(5)} \\ V_{a1}^{(5)} \\ V_{a2}^{(5)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(58)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(58)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(58)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(8)} \\ I_{a1}^{(8)} \\ I_{a2}^{(8)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(5)} \\ V_{a1}^{(5)} \\ V_{a2}^{(5)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,8 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.475345j & 0 & 0 \\ 0 & j0.35530 & 0 \\ 0 & 0 & j0.35530 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -2.130j \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.043211 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(5)} \\ V_b^{(5)} \\ V_c^{(5)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0.043211 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0432 \\ (0.0432\angle -120) \\ (0.0432\angle 120) \end{bmatrix}$$

Barraje 6- Falla en barraje 8

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(6)} \\ V_{a1}^{(6)} \\ V_{a2}^{(6)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(68)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(68)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(68)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(8)} \\ I_{a1}^{(8)} \\ I_{a2}^{(8)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(6)} \\ V_{a1}^{(6)} \\ V_{a2}^{(6)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,8 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & j0.71038 & 0 \\ 0 & 0 & j0.71038 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -2.130j \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.713 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(6)} \\ V_b^{(6)} \\ V_c^{(6)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -0.713 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.713 \\ (0.713\angle 60) \\ (0.713\angle -60) \end{bmatrix}$$

Barraje 7- Falla en barraje 8

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(7)} \\ V_{a1}^{(7)} \\ V_{a2}^{(7)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(78)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(78)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(78)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(8)} \\ I_{a1}^{(8)} \\ I_{a2}^{(8)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(7)} \\ V_{a1}^{(7)} \\ V_{a2}^{(7)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,8 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.443115j & 0 & 0 \\ 0 & j0.38847 & 0 \\ 0 & 0 & j0.38847 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -2.130j \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.027441 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(7)} \\ V_b^{(7)} \\ V_c^{(7)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -0.027441 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.027441 \\ (0.027441 \angle 60) \\ (0.027441 \angle -60) \end{bmatrix}$$

Barraje 8 - Falla en barraje 8

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(8)} \\ V_{a1}^{(8)} \\ V_{a2}^{(8)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(88)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(88)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(88)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(8)} \\ I_{a1}^{(8)} \\ I_{a2}^{(8)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(8)} \\ V_{a1}^{(8)} \\ V_{a2}^{(8)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,8 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.492662j & 0 & 0 \\ 0 & j0.37556 & 0 \\ 0 & 0 & j0.37556 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -2.130j \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(8)} \\ V_b^{(8)} \\ V_c^{(8)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

b) Corrientes Barrajes

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(78)} \\ I_{a1}^{(78)} \\ I_{a2}^{(78)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0^{(78)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(78)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(78)} \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} V_{a0}^{(7)} \\ V_{a1}^{(7)} \\ V_{a2}^{(7)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(8)} \\ V_{a1}^{(8)} \\ V_{a2}^{(8)} \end{bmatrix} \right]$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(78)} \\ I_{a1}^{(78)} \\ I_{a2}^{(78)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j4.975 & 0 & 0 \\ 0 & j4.975 & 0 \\ 0 & 0 & j4.975 \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} 0 \\ -0.027441 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} 0 \\ (0.136 \angle -90) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(78)} \\ I_b^{(78)} \\ I_c^{(78)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ (0.136 \angle -90) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0.136 \angle -90) \\ (0.136 \angle 150) \\ (0.136 \angle 30) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(85)} \\ I_{a1}^{(85)} \\ I_{a2}^{(85)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j34.153 & 0 & 0 \\ 0 & j34.153 & 0 \\ 0 & 0 & j34.153 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0.043211 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ (1.475 \angle -90) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(85)} \\ I_b^{(85)} \\ I_c^{(85)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ (1.475 \angle -90) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1.475 \angle -90) \\ (1.475 \angle 150) \\ (1.475 \angle 30) \end{bmatrix}$$

2. Con base al circuito de la figura IV.13, realice una falla monofásica en el barraje 5 y una trifásica en el barraje 3 y calcule:
- e) Ybus – Zbus
 - f) Corriente de Falla.
 - g) Tensiones en cada uno de los barrajes.
 - h) Corrientes en cada uno de los barrajes.

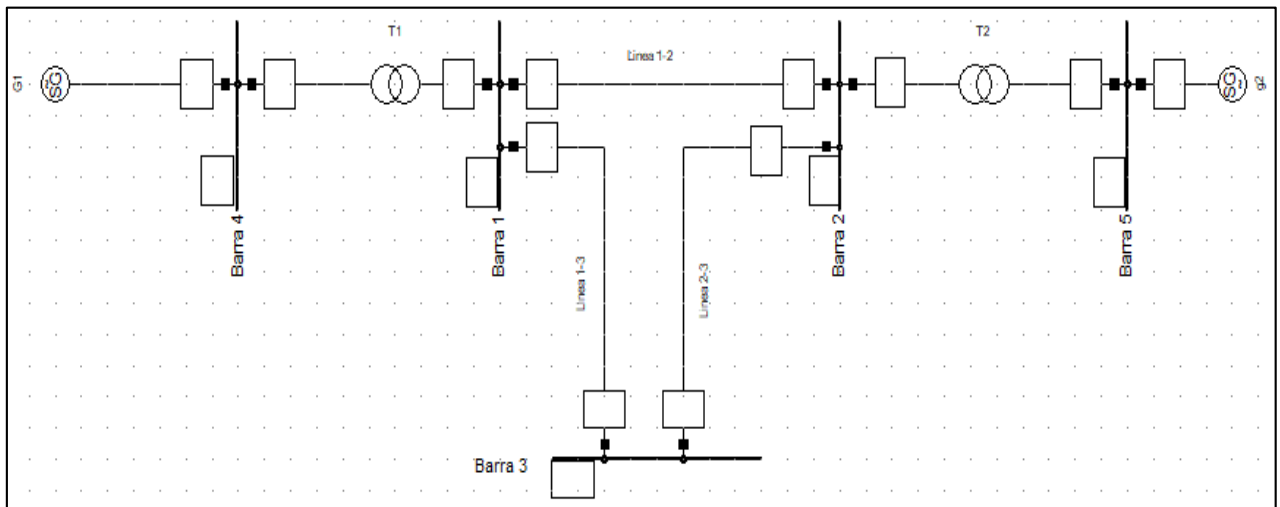


Figura IV.13. Diagrama unifilar ejemplo 2

Base	Generadores	Transformadores	Línea
$S_{base} = 125MVA$ $V_{base} = 25KV$	$S = 100MVA$ $V = 20KV$ $X_1 = X_2 = 0,15pu$	$S = 125MVA$ $V = 20KV/220KV$	$S = 100MVA$ $V = 220 KV$

	$X_0 = 0,05 pu$ $X_n = 0,03 pu$	$X_1 = X_2 = X_0 = 0,1 pu$	X_{L1-2} $X_1 = X_2 = 0,125 pu$ $X_0 = 0,3 pu$ X_{L1-3} $X_1 = X_2 = 0,15 pu$ $X_0 = 0,35 pu$ X_{L2-3} $X_1 = X_2 = 0,25 pu$ $X_0 = 0,7125 pu$
--	------------------------------------	----------------------------	--

Datos:

- Generador 1 y Generador 6 configuración Y con impedancia en el neutro a tierra
- Transformador 1 Configuración y-Y con neutro a tierra
- Transformador 6 Configuración Y-D con neutro a tierra

Conversión de Bases

Bases:

$$S_{base} = 125 MVA \quad V_{base} = 25 KV$$

a) Se realiza el cambio a la nueva base que nos está dando el ejercicio para poder calcular: S_{base} , V_{base} , y I_{base}

Bases A:

$$S_{base} = 125 MVA$$

$$V_{base} = 25 KV$$

$$Z_{base} = \frac{(V_{base})^2}{S_{base}} = \frac{(25 KV)^2}{125 MVA} = 5 \Omega$$

Bases B:

$$S_{base} = 125 MVA$$

$$V_{base} = \frac{220 KV}{20 KV} * 25 KV = 275 KV$$

$$Z_{base} = \frac{(V_{base})^2}{S_{base}} = \frac{(275KV)^2}{125MVA} = 605\Omega$$

Cuando las impedancias de los generadores, líneas y transformadores se encuentran en otras bases, es necesario unificar las bases del sistema con la siguiente ecuación 2.10 Como se demuestra a continuación:

Cambio de bases de las reactancias de los Generadores:

$$X_1 = X_2 = 0,15 * \left(\frac{20KV}{25KV}\right)^2 * \left(\frac{125MVA}{100MVA}\right) = 0,120j$$

$$X_0 = 0,05 * \left(\frac{20KV}{25KV}\right)^2 * \left(\frac{125MVA}{100MVA}\right) = 0,04j$$

$$X_n = 0,03 * \left(\frac{20KV}{25KV}\right)^2 * \left(\frac{125MVA}{100MVA}\right) = 0,024j$$

Cambio de bases de las reactancias de los transformadores

$$X_1 = X_2 = 0,01 * \left(\frac{20KV}{25KV}\right)^2 * \left(\frac{125MVA}{125MVA}\right) = 0,0064j$$

Cambio de bases de las reactancias de las líneas

L12

$$X_1 = X_2 = 0,125 * \left(\frac{220KV}{275KV}\right)^2 * \left(\frac{125MVA}{100MVA}\right) = 0,1j$$

$$X_0 = 0,3 * \left(\frac{220KV}{275KV}\right)^2 * \left(\frac{125MVA}{100MVA}\right) = 0,240j$$

L13

$$X_1 = X_2 = 0,15 * \left(\frac{220KV}{275KV}\right)^2 * \left(\frac{125MVA}{100MVA}\right) = 0,120j$$

$$X_0 = 0,35 * \left(\frac{220KV}{275KV}\right)^2 * \left(\frac{125MVA}{100MVA}\right) = 0,280j$$

L23

$$X_1 = X_2 = 0,25 * \left(\frac{220KV}{275KV}\right)^2 * \left(\frac{125MVA}{100MVA}\right) = 0,20j$$

$$X_0 = 0,7125 * \left(\frac{220KV}{275KV}\right)^2 * \left(\frac{125MVA}{100MVA}\right) = 0,570j$$

Calcular La Ybus Sec (+)

$$Y_{11} = \frac{1}{0,0640j} + \frac{1}{0,1j} + \frac{1}{0,12j} = -j33,958$$

$$Y_{12} = Y_{21} = \frac{1}{0,1j} = j10$$

$$Y_{13} = Y_{31} = \frac{1}{0,12j} = j8,333$$

$$Y_{14} = Y_{41} = \frac{1}{0,0640j} = j15,625$$

$$Y_{34} = Y_{43} = Y_{15} = Y_{51} = Y_{54} = Y_{45} = Y_{24} = Y_{42} = Y_{53} = Y_{35} = 0$$

$$Y_{22} = \frac{1}{0,1j} + \frac{1}{0,2j} + \frac{1}{0,064j} = -j30,625$$

$$Y_{23} = Y_{32} = \frac{1}{0,2j} = j5$$

$$Y_{25} = Y_{52} = \frac{1}{0,0640j} = j15,625$$

$$Y_{33} = \frac{1}{0,12j} + \frac{1}{0,2j} = -j13,333$$

$$Y_{44} = \frac{1}{0,12j} + \frac{1}{0,0640j} = -j23,958$$

$$Y_{55} = \frac{1}{0,12j} + \frac{1}{0,0640j} = -j23,958$$

Matriz Zb

$$Y_{BUS}^{(+)\ y (-)} = \begin{bmatrix} -j33,958 & j10 & j8,333 & j15,625 & 0 \\ j10 & -j30,625 & j5 & 0 & j15,625 \\ j8,333 & j5 & -j13,333 & 0 & 0 \\ j15,625 & 0 & 0 & -j23,958 & 0 \\ 0 & j15,625 & 0 & 0 & -j23,958 \end{bmatrix}$$

$$Y_{BUS}^{-1} = Z_{BUS}$$

$$Z_{BUS}^{(+)\ y (-)} = \begin{bmatrix} 0,037234j & 0,011474j & 0,027573j & 0,024283j & 0,007483j \\ 0,011474j & 0,048359j & 0,025306j & 0,007483j & 0,031539j \\ 0,027573j & 0,025306j & 0,048278j & 0,017983j & 0,016504j \\ 0,024283j & 0,007483j & 0,017983j & 0,057576j & 0,004880j \\ 0,007483j & 0,031539j & 0,016504j & 0,004880j & 0,062309j \end{bmatrix}$$

Calcular La Ybus Sec (-)

$$Y_{11} = \frac{1}{0,0640j} + \frac{1}{0,28j} + \frac{1}{0,24j} = -j23,363$$

$$Y_{12} = Y_{21} = \frac{1}{0,24j} = j4,1666$$

$$Y_{13} = Y_{31} = \frac{1}{0,28j} = j3,571$$

$$Y_{14} = Y_{41} = \frac{1}{0,0640j} = j15,625$$

$$Y_{34} = Y_{43} = Y_{15} = Y_{51} = Y_{54} = Y_{45} = Y_{24} = Y_{42} = Y_{53} = Y_{35} = Y_{25} = Y_{52} = 0$$

$$Y_{22} = \frac{1}{0,57j} + \frac{1}{0,24j} + \frac{1}{0,064j} = -j21,546$$

$$Y_{23} = Y_{32} = \frac{1}{0,57j} = j1,754$$

$$Y_{33} = \frac{1}{0,28j} + \frac{1}{0,57j} = -j5,325$$

$$Y_{44} = \frac{1}{0,04j + 3(0,024j)} + \frac{1}{0,0640j} = -j24,553$$

$$Y_{55} = \frac{1}{0,04j + 3(0,024j)} = -j8,928$$

$$Y_{BUS}^{(0)} = \begin{bmatrix} -j23,363 & j4,1666 & j3,571 & j15,625 & 0 \\ j4,1666 & -j21,546 & j1,754 & 0 & 0 \\ j3,571 & j1,754 & -j5,325 & 0 & 0 \\ j15,625 & 0 & 0 & -j24,553 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -j8,928 \end{bmatrix}$$

$$Y_{BUS}^{-1} = Z_{BUS}$$

$$Z_{BUS}^{(0)} = \begin{bmatrix} j0,103482 & j0,026368 & j0,078080 & j0,065854 & 0 \\ j0,026368 & j0,054409 & j0,035604 & j0,016780 & 0 \\ j0,078082 & j0,035604 & j0,251883 & j0,049689 & 0 \\ j0,065854 & j0,016780 & j0,049689 & j0,082636 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & j0,11200 \end{bmatrix}$$

Falla Línea- Neutro

Voltaje de Pre falla:

$$V_{prefalla} = \frac{V_{real}}{V_{base}} = \frac{220KV}{275KV} = 0.8$$

Falla Barraje 5

b) Corriente de Falla

Para calcular la corriente de falla, se tiene la siguiente ecuación:

$$I_f^{(5)} = I_a^{(5)} = \frac{V_{prefalla} * 3}{Z_{55Th}^{(0)} + Z_{55Th}^{(1)} + Z_{55Th}^{(2)}} = \frac{(0.8) * (3)}{(j0,11200) + (j0,062309) + (j0,062309)} = -10,142j$$

$$I_{a0}^{(5)} + I_{a1}^{(5)} + I_{a2}^{(5)} = \frac{I_a^{(5)}}{3} = \frac{-10,142j}{3} = -3,3809j$$

c) Voltaje en barrajes

Barraje 1- Falla en barraje 5

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(15)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(15)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(15)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(5)} \\ I_{a1}^{(5)} \\ I_{a2}^{(5)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.8 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,007483j & 0 \\ 0 & 0 & 0,007483j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -3,3809j \\ -3,3809j \\ -3,3809j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,774700 \\ -0,02529 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(1)} \\ V_b^{(1)} \\ V_c^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,774700 \\ -0,02529 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,749401 \\ (0,787655 \angle -118,406) \\ (0,787655 \angle 118,40602) \end{bmatrix}$$

Barraje 2- Falla en barraje 5

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(25)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(25)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(25)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(5)} \\ I_{a1}^{(5)} \\ I_{a2}^{(5)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,8 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & j0,031539 & 0 \\ 0 & 0 & j0,031539 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -3,3809j \\ -3,3809j \\ -3,3809j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,693369 \\ -0,10663 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(2)} \\ V_b^{(2)} \\ V_c^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,693369 \\ -0,10663 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,586739 \\ (0,752737 \angle -112,94987) \\ (0,752737 \angle 112,949879) \end{bmatrix}$$

Barraje 3- Falla en barraje 5

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(35)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(35)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(35)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(5)} \\ I_{a1}^{(5)} \\ I_{a2}^{(5)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,8 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & j0,016504 & 0 \\ 0 & 0 & j0,016504 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -3,3809j \\ -3,3809j \\ -3,3809j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,744201 \\ -0,055798 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(3)} \\ V_b^{(3)} \\ V_c^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,744201 \\ -0,055798 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,688403 \\ (0,773611\angle -116,418) \\ (0,773611\angle 116,418) \end{bmatrix}$$

Barraje 4- Falla en barraje 5

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(4)} \\ V_{a1}^{(4)} \\ V_{a2}^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(45)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(45)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(45)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(5)} \\ I_{a1}^{(5)} \\ I_{a2}^{(5)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(4)} \\ V_{a1}^{(4)} \\ V_{a2}^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,8 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & j0,004880 & 0 \\ 0 & 0 & j0,004880 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -3,3809j \\ -3,3809j \\ -3,3809j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,783501 \\ -0,016498 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(4)} \\ V_b^{(4)} \\ V_c^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,783501 \\ -0,016498 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,767002 \\ (0,79187\angle -118,9661) \\ (0,79187\angle 118,96612) \end{bmatrix}$$

Barraje 5- Falla en barraje 5

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(5)} \\ V_{a1}^{(5)} \\ V_{a2}^{(5)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(55)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(55)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(55)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(5)} \\ I_{a1}^{(5)} \\ I_{a2}^{(5)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(5)} \\ V_{a1}^{(5)} \\ V_{a2}^{(5)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,8 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} j0,11200 & 0 & 0 \\ 0 & j0,062309 & 0 \\ 0 & 0 & j0,062309 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -3,3809j \\ -3,3809j \\ -3,3809j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,378660 \\ 0,589339 \\ -0,210660 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(5)} \\ V_b^{(5)} \\ V_c^{(5)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0,378660 \\ 0,589339 \\ -0,210660 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ (0,895893\angle -129,346) \\ (0,895893\angle 129,34619) \end{bmatrix}$$

c) Corrientes Barrajes

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(12)} \\ I_{a1}^{(12)} \\ I_{a2}^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0^{(12)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(12)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(12)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_{a0}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(12)} \\ I_{a1}^{(12)} \\ I_{a2}^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j4,1666 & 0 & 0 \\ 0 & j10 & 0 \\ 0 & 0 & j10 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,774700 \\ -0,02529 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0,693369 \\ -0,10663 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,81331j \\ 0,8134j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(12)} \\ I_b^{(12)} \\ I_c^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,81331j \\ 0,8134j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,626j \\ 0,81335\angle -90,005 \\ 0,81335\angle -89,994 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(13)} \\ I_{a1}^{(13)} \\ I_{a2}^{(13)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0^{(13)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(13)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(13)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_{a0}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(13)} \\ I_{a1}^{(13)} \\ I_{a2}^{(13)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j3,571 & 0 & 0 \\ 0 & j8,333 & 0 \\ 0 & 0 & j8,333 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,774700 \\ -0,02529 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0,744201 \\ -0,055798 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,254148j \\ 0,254148j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(13)} \\ I_b^{(13)} \\ I_c^{(13)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,254148j \\ 0,254148j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0,508371\angle 90) \\ (0,254185\angle -90,014) \\ (0,254185\angle -89,985) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(14)} \\ I_{a1}^{(14)} \\ I_{a2}^{(14)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0^{(14)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(14)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(14)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_{a0}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(4)} \\ V_{a1}^{(4)} \\ V_{a2}^{(4)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(14)} \\ I_{a1}^{(14)} \\ I_{a2}^{(14)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j15,625 & 0 & 0 \\ 0 & j15,625 & 0 \\ 0 & 0 & j15,625 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,774700 \\ -0,02529 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0,783501 \\ -0,016498 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,137515j \\ -0,137375j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(14)} \\ I_b^{(14)} \\ I_c^{(14)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -0,137515j \\ -0,137375j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0,274890\angle -90) \\ (0,137445\angle 90,014) \\ (0,137445\angle 89,949) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(23)} \\ I_{a1}^{(23)} \\ I_{a2}^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0^{(23)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(23)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(23)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_{a0}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(23)} \\ I_{a1}^{(23)} \\ I_{a2}^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j1,754 & 0 & 0 \\ 0 & j5 & 0 \\ 0 & 0 & j5 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,693369 \\ -0,10663 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0,744201 \\ -0,055798 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,25416j \\ -0,25416j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(23)} \\ I_b^{(23)} \\ I_c^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -0,25416j \\ -0,25416j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0,50832\angle -90) \\ (0,25416\angle 90) \\ (0,25416\angle 90) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(25)} \\ I_{a1}^{(25)} \\ I_{a2}^{(25)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0^{(25)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(25)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(25)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_{a0}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(5)} \\ V_{a1}^{(5)} \\ V_{a2}^{(5)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(25)} \\ I_{a1}^{(25)} \\ I_{a2}^{(25)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & j15,625 & 0 \\ 0 & 0 & j15,625 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,693369 \\ -0,10663 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -0,378660 \\ 0,589339 \\ -0,210660 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,625468j \\ 1,625468j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(25)} \\ I_b^{(25)} \\ I_c^{(25)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 1,625468j \\ 1,625468j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (3,2509\angle 90) \\ (1,625\angle -90) \\ (1,625\angle -90) \end{bmatrix}$$

Falla Trifásica

Voltaje de Pre falla:

$$V_{prefalla} = \frac{V_{real}}{V_{base}} = \frac{220KV}{275KV} = 0.8$$

Falla Barraje 3

b) Corriente de Falla

Para calcular la corriente de falla, se tienen las siguientes ecuaciones:

Condiciones de falla:

$$I_{a0}^{(3)} = I_{a2}^{(3)} = 0$$

$$I_f^{(3)} = I_{a1}^{(3)} = \frac{V_{prefalla}}{Z_{33Th}^{(1)}} = \frac{(0.8)}{(0,048278j)} = -16,570j$$

d) Voltaje en barrajes

Barraje 1- Falla en barraje 3

$$\begin{bmatrix} V_{a0}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(13)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(13)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(13)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(3)} \\ I_{a1}^{(3)} \\ I_{a2}^{(3)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,8 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} j0,078080 & 0 & 0 \\ 0 & 0,027573j & 0 \\ 0 & 0 & 0,027573j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -16,570J \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,343 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(1)} \\ V_b^{(1)} \\ V_c^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,343 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,343 \\ (0,343\angle -120) \\ (0,343\angle 120) \end{bmatrix}$$

Barraje 2- Falla en barraje 3

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(23)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(23)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(23)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(3)} \\ I_{a1}^{(3)} \\ I_{a2}^{(3)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,8 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} j0,035604 & 0 & 0 \\ 0 & 0,025306j & 0 \\ 0 & 0 & 0,025306j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -16,570J \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,380679 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(2)} \\ V_b^{(2)} \\ V_c^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,380679 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,380679 \\ (0,380679\angle -120) \\ (0,380679\angle 120) \end{bmatrix}$$

Barraje 3- Falla en barraje 3

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(33)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(33)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(33)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(3)} \\ I_{a1}^{(3)} \\ I_{a2}^{(3)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,8 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} j0,251883 & 0 & 0 \\ 0 & 0,048278j & 0 \\ 0 & 0 & 0,048278j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -16,570J \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(3)} \\ V_b^{(3)} \\ V_c^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Barraje 4- Falla en barraje 3

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(4)} \\ V_{a1}^{(4)} \\ V_{a2}^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(43)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(43)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(43)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(3)} \\ I_{a1}^{(3)} \\ I_{a2}^{(3)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(4)} \\ V_{a1}^{(4)} \\ V_{a2}^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,8 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} j0,049689 & 0 & 0 \\ 0 & 0,017983j & 0 \\ 0 & 0 & 0,017983j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -16,570j \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,50202 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(4)} \\ V_b^{(4)} \\ V_c^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,50202 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,50202 \\ (0,50202 \angle -120) \\ (0,50202 \angle 120) \end{bmatrix}$$

Barraje 5- Falla en barraje 3

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(5)} \\ V_{a1}^{(5)} \\ V_{a2}^{(5)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(53)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(53)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(53)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(3)} \\ I_{a1}^{(3)} \\ I_{a2}^{(3)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(5)} \\ V_{a1}^{(5)} \\ V_{a2}^{(5)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,8 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,016504j & 0 \\ 0 & 0 & 0,016504j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -16,570j \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,526528 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(5)} \\ V_b^{(5)} \\ V_c^{(5)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,526528 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,526528 \\ (0,526528 \angle -120) \\ (0,526528 \angle 120) \end{bmatrix}$$

d) Corrientes Barrajes

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(12)} \\ I_{a1}^{(12)} \\ I_{a2}^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0^{(12)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(12)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(12)} \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} V_{a0}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} \right]$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(12)} \\ I_{a1}^{(12)} \\ I_{a2}^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j4,1666 & 0 & 0 \\ 0 & j10 & 0 \\ 0 & 0 & j10 \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} 0 \\ 0,343 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0,380679 \\ 0 \end{bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,37679j \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(12)} \\ I_b^{(12)} \\ I_c^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,37679j \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,37679 \angle -90 \\ 0,37679 \angle 150 \\ 0,37679 \angle 30 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(13)} \\ I_{a1}^{(13)} \\ I_{a2}^{(13)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0^{(13)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(13)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(13)} \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} V_{a0}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} \right]$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(13)} \\ I_{a1}^{(13)} \\ I_{a2}^{(13)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j3,571 & 0 & 0 \\ 0 & j8,333 & 0 \\ 0 & 0 & j8,333 \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} 0 \\ 0,343 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,343\angle 90 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(13)} \\ I_b^{(13)} \\ I_c^{(13)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,343\angle 90 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,343\angle 90 \\ 0,343\angle -30 \\ 0,343\angle -150 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(14)} \\ I_{a1}^{(14)} \\ I_{a2}^{(14)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0^{(14)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(14)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(14)} \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} V_{a0}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(4)} \\ V_{a1}^{(4)} \\ V_{a2}^{(4)} \end{bmatrix} \right]$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(14)} \\ I_{a1}^{(14)} \\ I_{a2}^{(14)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j15,625 & 0 & 0 \\ 0 & j15,625 & 0 \\ 0 & 0 & j15,625 \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} 0 \\ 0,343 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0,50202 \\ 0 \end{bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} 0 \\ 2,4846\angle -90 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(14)} \\ I_b^{(14)} \\ I_c^{(14)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 2,4846\angle -90 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2,4846\angle -90) \\ (2,4846\angle 150) \\ (2,4846\angle 30) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(23)} \\ I_{a1}^{(23)} \\ I_{a2}^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0^{(23)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(23)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(23)} \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} V_{a0}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} \right]$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(23)} \\ I_{a1}^{(23)} \\ I_{a2}^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j1,754 & 0 & 0 \\ 0 & j5 & 0 \\ 0 & 0 & j5 \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} 0 \\ 0,380679 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} 0 \\ (1,9033\angle 90) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(23)} \\ I_b^{(23)} \\ I_c^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 1,9033\angle 90 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1,9033\angle 90) \\ (1,9033\angle -30) \\ (1,9033\angle -150) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(25)} \\ I_{a1}^{(25)} \\ I_{a2}^{(25)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0^{(25)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(25)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(25)} \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} V_{a0}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(5)} \\ V_{a1}^{(5)} \\ V_{a2}^{(5)} \end{bmatrix} \right]$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(25)} \\ I_{a1}^{(25)} \\ I_{a2}^{(25)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & j15,625 & 0 \\ 0 & 0 & j15,625 \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} 0 \\ 0,380679 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0,526528 \\ 0 \end{bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} 0 \\ (2,27889\angle 90) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(25)} \\ I_b^{(25)} \\ I_c^{(25)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ (2,27889\angle 90) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2,27889\angle -90) \\ (2,27889\angle 150) \\ (2,27889\angle 30) \end{bmatrix}$$

3. Con base al circuito de la figura IV.14, realice una falla monofásica y una bifásica en cada uno de los barrajes y calcule:

- i) Ybus – Zbus
- j) Corriente de Falla.
- k) Tensiones en cada uno de los barrajes.
- l) Corrientes en cada uno de los barrajes.

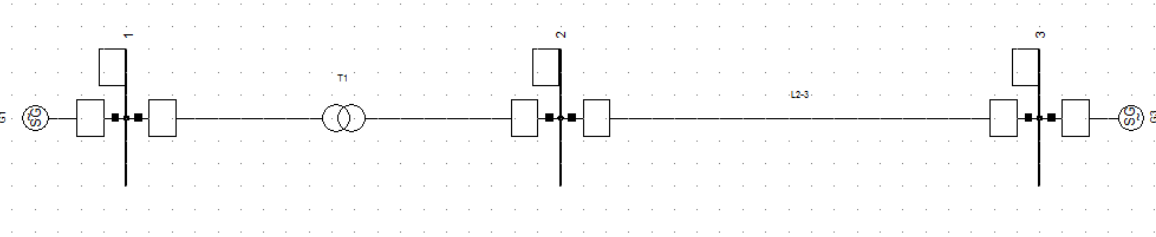


Figura IV.14. Diagrama unifilar ejemplo 3

Los datos de las impedancias para cada secuencia, se encuentran consignados en la tabla 1, para cada tipo de elemento de la figura 1.

Tabla IV.3. Datos Impedancias de Secuencia componentes diagrama unifilar ejemplo 1

Generadores	Transformador	Línea
$X_1 = X_2 = 0,1 \text{ p.u.}$	$X_0 = X_1 = X_2 = 0,1 \text{ p.u.}$	$X_{L1} = X_{L2} = 0,2 \text{ p.u.}$
$X_0 = 0,04 \text{ p.u.}$ $X_n = 0,02 \text{ p.u.}$	$X_n = 0,05 \text{ p.u.}$	$X_{L0} = 0,5 \text{ p.u.}$

Falla Línea-Neutro

a) Calculando la matriz Ybus y Zbus para cada una de las secuencias, se tiene:

$$Y_{BUS}^{(1)} = Y_{BUS}^{(2)} = \begin{bmatrix} -20j & 10j & 0 \\ 10j & -15j & 5j \\ 0 & 5j & -15j \end{bmatrix} \rightarrow Z_{BUS}^{(1)} = Z_{BUS}^{(2)} = \begin{bmatrix} 0,08j & 0,06j & 0,02j \\ 0,06j & 0,12j & 0,04j \\ 0,02j & 0,04j & 0,08j \end{bmatrix}$$

$$Y_{BUS}^{(0)} = \begin{bmatrix} -10j & 0 & 0 \\ 0 & -6j & 2j \\ 0 & 2j & -12j \end{bmatrix} \rightarrow Z_{BUS}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0,1j & 0 & 0 \\ 0 & 0,17467j & 0,0294j \\ 0 & 0,0294j & 0,0882j \end{bmatrix}$$

Falla Barraje 2

b) Corriente de Falla

Para calcular la corriente de falla, se tiene la siguiente ecuación:

$$I_f^{(2)} = I_a^{(2)} = \frac{V_{prefalla} * 3}{Z_{22Th}^{(0)} + Z_{22Th}^{(1)} + Z_{22Th}^{(2)}} = \frac{(1) * (3)}{(0,12j) + (0,12j) + (0,1767j)} = -7,2033j$$

$$I_{a0}^{(2)} + I_{a1}^{(2)} + I_{a2}^{(2)} = \frac{I_a^{(2)}}{3} = \frac{-7,2033j}{3} = -2,4011j$$

c) Voltaje en barrajes

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(12)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(12)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(12)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(2)} \\ I_{a1}^{(2)} \\ I_{a2}^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,06j & 0 \\ 0 & 0 & 0,06j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -2,4011j \\ -2,4011j \\ -2,4011j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,85593 \\ -0,14406 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(1)} \\ V_b^{(1)} \\ V_c^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,85593 \\ -0,14406 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,71187 \\ (0,9363091 \angle -112,34278) \\ (0,9363091 \angle 112,34278) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(22)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(22)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(22)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(2)} \\ I_{a1}^{(2)} \\ I_{a2}^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,17967j & 0 & 0 \\ 0 & 0,12j & 0 \\ 0 & 0 & 0,12j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -2,4011j \\ -2,4011j \\ -2,4011j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,4194 \\ 0,7118 \\ -0,288 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(2)} \\ V_b^{(2)} \\ V_c^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0,4194 \\ 0,7118 \\ -0,288 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0044 \\ (1,0715595 \angle -126,0961) \\ (1,0715595 \angle 126,0961) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(32)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(32)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(32)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(2)} \\ I_{a1}^{(2)} \\ I_{a2}^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,0294j & 0 & 0 \\ 0 & 0,04j & 0 \\ 0 & 0 & 0,04 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -2,4011j \\ -2,4011j \\ -2,4011j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,07056 \\ 0,9039 \\ -0,096 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(3)} \\ V_b^{(3)} \\ V_c^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0,07056 \\ 0,9039 \\ -0,096 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,73734 \\ (0,98742582 \angle -118,7215) \\ (0,98742582 \angle 118,7215) \end{bmatrix}$$

d) Corrientes Barrajes

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(12)} \\ I_{a1}^{(12)} \\ I_{a2}^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0^{(12)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(12)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(12)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_{a0}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(12)} \\ I_{a1}^{(12)} \\ I_{a2}^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10j & 0 \\ 0 & 0 & 10j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,85593 \\ -0,14406 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -0,4194 \\ 0,7118 \\ -0,288 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,440678j \\ 1,440678j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(12)} \\ I_b^{(12)} \\ I_c^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 1,440678j \\ 1,440678j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,881359j \\ -1,440678j \\ -1,440678j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(23)} \\ I_{a1}^{(23)} \\ I_{a2}^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0^{(23)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(23)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(23)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_{a0}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(23)} \\ I_{a1}^{(23)} \\ I_{a2}^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2j & 0 & 0 \\ 0 & 5j & 0 \\ 0 & 0 & 5j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0,4194 \\ 0,7118 \\ -0,288 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -0,070561 \\ 0,9039 \\ -0,096 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,6976j \\ -0,9904j \\ -0,96045j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(23)} \\ I_b^{(23)} \\ I_c^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0,6976j \\ -0,9904j \\ -0,96045j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,61852j \\ 0,262827j \\ 0,262827j \end{bmatrix}$$

Falla Barraje 1

b) Corriente de Falla

$$I_f^{(1)} = I_a^{(1)} = \frac{V_{prefalla} * 3}{Z_{11Th}^{(0)} + Z_{11Th}^{(1)} + Z_{11Th}^{(2)}} = \frac{(1) * (3)}{(0,1j) + (0,08j) + (0,08j)} = -11,5385j$$

$$I_{a0}^{(1)} + I_{a1}^{(1)} + I_{a2}^{(1)} = \frac{I_a^{(1)}}{3} = \frac{-11,5385j}{3} = -3,84615j$$

c) Voltaje en barras

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(11)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(11)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(11)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(1)} \\ I_{a1}^{(1)} \\ I_{a2}^{(1)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,1j & 0 & 0 \\ 0 & 0,08j & 0 \\ 0 & 0 & 0,08j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -3,84615j \\ -3,84615j \\ -3,84615j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,384615 \\ 0,692308 \\ -0,307642 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(1)} \\ V_b^{(1)} \\ V_c^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0,384615 \\ 0,692308 \\ -0,307642 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 * 10^{-14} \\ (1,0406 \angle -123,63) \\ (1,0406 \angle 123,63) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(12)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(12)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(12)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(1)} \\ I_{a1}^{(1)} \\ I_{a2}^{(1)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.06j & 0 \\ 0 & 0 & 0.06j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -3,84615j \\ -3,84615j \\ -3,84615j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,769231 \\ -0,230769 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(2)} \\ V_b^{(2)} \\ V_c^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,769231 \\ -0,230769 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,538462 \\ (0,90691\angle -107,264) \\ (0,90691\angle 107,264) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(13)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(13)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(13)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(1)} \\ I_{a1}^{(1)} \\ I_{a2}^{(1)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.02j & 0 \\ 0 & 0 & 0.02j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -3,84615j \\ -3,84615j \\ -3,84615j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,923077 \\ -0,076923 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(3)} \\ V_b^{(3)} \\ V_c^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,923077 \\ -0,076923 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,846154 \\ (0,963843\angle -116,037) \\ (0,963843\angle 116,037) \end{bmatrix}$$

d) Corrientes Barrajes

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(12)} \\ I_{a1}^{(12)} \\ I_{a2}^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0^{(12)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(12)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(12)} \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} V_{a0}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} \right]$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(12)} \\ I_{a1}^{(12)} \\ I_{a2}^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10j & 0 \\ 0 & 0 & 10j \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} -0,384615 \\ 0,692308 \\ -0,307642 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0,769231 \\ -0,230769 \end{bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,769231j \\ -0,769231j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(12)} \\ I_b^{(12)} \\ I_c^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -0,769231j \\ -0,769231j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,53846j \\ 0,769231j \\ 0,769231j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(23)} \\ I_{a1}^{(23)} \\ I_{a2}^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0^{(23)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(23)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(23)} \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} V_{a0}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} \right]$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(23)} \\ I_{a1}^{(23)} \\ I_{a2}^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2j & 0 & 0 \\ 0 & 5j & 0 \\ 0 & 0 & 5j \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} 0 \\ 0,769231 \\ -0,230769 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0,923077 \\ -0,076923 \end{bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,769231j \\ -0,769231j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(23)} \\ I_b^{(23)} \\ I_c^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -0,769231j \\ -0,769231j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,53846j \\ 0,769231j \\ 0,769231j \end{bmatrix}$$

Falla Barraje 3

b) Corriente de Falla

$$I_f^{(3)} = I_a^{(3)} = \frac{V_{prefalla} * 3}{Z_{33Th}^{(0)} + Z_{33Th}^{(1)} + Z_{33Th}^{(2)}} = \frac{(1) * (3)}{(0,08j) + (0,08j) + (0,088235j)} = -12,087j$$

$$I_{a0}^{(3)} + I_{a1}^{(3)} + I_{a2}^{(3)} = \frac{I_a^{(3)}}{3} = \frac{-12,087j}{3} = -4,02901j$$

c) Voltaje en barrajes

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(31)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(31)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(31)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(3)} \\ I_{a1}^{(3)} \\ I_{a2}^{(3)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,02j & 0 \\ 0 & 0 & 0,02j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -4,02901j \\ -4,02901j \\ -4,02901j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,91942 \\ -0,08058 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(1)} \\ V_b^{(1)} \\ V_c^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,91942 \\ -0,08058 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,83884 \\ (0,962244\angle -115,841) \\ (0,962244\angle 115,841) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(32)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(32)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(32)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(3)} \\ I_{a1}^{(3)} \\ I_{a2}^{(3)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,0295j & 0 & 0 \\ 0 & 0,04j & 0 \\ 0 & 0 & 0,04j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -4,02901j \\ -4,02901j \\ -4,02901j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,118856 \\ 0,83884 \\ -0,16116 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(2)} \\ V_b^{(2)} \\ V_c^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0,118856 \\ 0,83884 \\ -0,16116 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,558824 \\ (0,979533\angle -117,857) \\ (0,979533\angle 117,857) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(33)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(33)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(33)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(3)} \\ I_{a1}^{(3)} \\ I_{a2}^{(3)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,088235j & 0 & 0 \\ 0 & 0,08j & 0 \\ 0 & 0 & 0,08j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -4,02901j \\ -4,02901j \\ -4,02901j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,3555 \\ 0,677679 \\ -0,322321 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(3)} \\ V_b^{(3)} \\ V_c^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0,3555 \\ 0,677679 \\ -0,322321 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,000141 \\ (1,017\angle -121,619) \\ (1,017\angle 121,619) \end{bmatrix}$$

d) Corrientes Barrajes

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(12)} \\ I_{a1}^{(12)} \\ I_{a2}^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0^{(12)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(12)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(12)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_{a0}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(12)} \\ I_{a1}^{(12)} \\ I_{a2}^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10j & 0 \\ 0 & 0 & 10j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,91942 \\ -0,08058 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -0,118856 \\ 0,83884 \\ -0,16116 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,805802j \\ 0,805802j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(12)} \\ I_b^{(12)} \\ I_c^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,805802j \\ 0,805802j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,6116j \\ 4 * 10^{-14} - 0,805802j \\ -4 * 10^{-14} - 0,805802j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(23)} \\ I_{a1}^{(23)} \\ I_{a2}^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0^{(23)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(23)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(23)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_{a0}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(23)} \\ I_{a1}^{(23)} \\ I_{a2}^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2j & 0 & 0 \\ 0 & 5j & 0 \\ 0 & 0 & 5j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0,118856 \\ 0,83884 \\ -0,16116 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -0,3555 \\ 0,677679 \\ -0,322321 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,473288j \\ 0,805802j \\ 0,805802j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(23)} \\ I_b^{(23)} \\ I_c^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0,473288j \\ 0,805802j \\ 0,805802j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,08489j \\ -0,332514j \\ -0,332514j \end{bmatrix}$$

Falla Línea-Línea

Falla Barraje 1

b) Corriente de Falla

$$I_{a0}^{(1)} = 0$$

$$I_{a1}^{(1)} = -I_{a2}^{(2)} = \frac{V_1(0)}{Z_{11}^{(1)} + Z_{11}^{(2)}} = \frac{1}{0,08j + 0,08j} = -6,25j$$

c) Voltaje en Barrajes

$$\begin{bmatrix} V_{a0}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ V_1^{(1)} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(11)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(11)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(11)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(1)} \\ I_{a1}^{(1)} \\ I_{a2}^{(1)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} V_{ao}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,1j & 0 & 0 \\ 0 & 0,08j & 0 \\ 0 & 0 & 0,08j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -6,25j \\ 6,25j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \\ 0,5 \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} V_a^{(1)} \\ V_b^{(1)} \\ V_c^{(1)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \\ 0,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0,5 \\ -0,5 \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} V_{ao}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ V_1^{(2)} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(12)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(12)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(12)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(1)} \\ I_{a1}^{(1)} \\ I_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} V_{ao}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,06j & 0 \\ 0 & 0 & 0,06j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -6,25j \\ 6,25j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,625 \\ 0,375 \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} V_a^{(2)} \\ V_b^{(2)} \\ V_c^{(2)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,625 \\ 0,375 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ (0.544862\angle -156,587) \\ (0.544862\angle 156,587) \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} V_{ao}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ V_1^{(3)} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(13)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(13)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(13)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(1)} \\ I_{a1}^{(1)} \\ I_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} V_{ao}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,02j & 0 \\ 0 & 0 & 0,02j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -6,25j \\ 6,25j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,875 \\ 0,125 \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} V_a^{(3)} \\ V_b^{(3)} \\ V_c^{(3)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,875 \\ 0,125 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ (0.81968\angle -127,589) \\ (0.81968\angle 127,589) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

d) Corrientes Barrajes

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} I_{a0}^{(12)} \\ I_{a1}^{(12)} \\ I_{a2}^{(12)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Y_0^{(12)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(12)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(12)} \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} V_{a0}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} \right] \\
\begin{bmatrix} I_{a0}^{(12)} \\ I_{a1}^{(12)} \\ I_{a2}^{(12)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10j & 0 \\ 0 & 0 & 10j \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \\ 0,5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0,625 \\ 0,375 \end{bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} 0 \\ -1,25j \\ 1,25j \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} I_a^{(12)} \\ I_b^{(12)} \\ I_c^{(12)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -1,25j \\ 1,25j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2,16506 \\ 2,16506 \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} I_{a0}^{(23)} \\ I_{a1}^{(23)} \\ I_{a2}^{(23)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Y_0^{(23)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(23)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(23)} \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} V_{a0}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(23)} \\ I_{a1}^{(23)} \\ I_{a2}^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2j & 0 & 0 \\ 0 & 5j & 0 \\ 0 & 0 & 5j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,625 \\ 0,375 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0,875 \\ 0,125 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1,25j \\ 1,25j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(23)} \\ I_b^{(23)} \\ I_c^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -1,25j \\ 1,25j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2,16506 \\ 2,16506 \end{bmatrix}$$

Falla Barraje 2

b) Corriente de Falla

$$I_0^{(2)} = 0$$

$$I_1^{(2)} = -I_2^{(2)} = \frac{V_0^{(2)}}{Z_{22}^{(1)} + Z_{22}^{(2)}} = \frac{1}{0,12j + 0,12j} = -4,16j$$

c) Voltajes Barrajes

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ V_1^{(1)} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(21)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(21)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(21)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(2)} \\ I_{a1}^{(2)} \\ I_{a2}^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,06j & 0 \\ 0 & 0 & 0,06j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -4,16j \\ 4,16j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,75004 \\ 0,24996 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(1)} \\ V_b^{(1)} \\ V_c^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,75004 \\ 0,24996 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ (0,661483 \angle -139,102) \\ (0,661483 \angle 139,102) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ V_1^{(2)} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(22)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(22)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(22)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(2)} \\ I_{a1}^{(2)} \\ I_{a2}^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,1765j & 0 & 0 \\ 0 & 0,12j & 0 \\ 0 & 0 & 0,12j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -4,16j \\ 4,16j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \\ 0,4999 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(2)} \\ V_b^{(2)} \\ V_c^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \\ 0,4999 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ (0,499 \angle -179,99) \\ (0,499 \angle 179,99) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ V_1^{(3)} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(23)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(23)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(23)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(2)} \\ I_{a1}^{(2)} \\ I_{a2}^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,0295j & 0 & 0 \\ 0 & 0,04j & 0 \\ 0 & 0 & 0,04j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -4,16j \\ 4,16j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,83336 \\ 0,1666 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(3)} \\ V_b^{(3)} \\ V_c^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,83336 \\ 0,1666 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ (0,76381 \angle -130,88) \\ (0,76381 \angle 130,88) \end{bmatrix}$$

d) Corrientes Barrajes

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(12)} \\ I_{a1}^{(12)} \\ I_{a2}^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0^{(12)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(12)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(12)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_{a0}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(12)} \\ I_{a1}^{(12)} \\ I_{a2}^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10j & 0 \\ 0 & 0 & 10j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,75004 \\ 0,24996 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \\ 0,4999 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2,5004j \\ -2,4994j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(12)} \\ I_b^{(12)} \\ I_c^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 2,5004j \\ -2,4994j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0001j \\ 4,329953 - 0,0005j \\ -4,329953 - 0,0005j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(23)} \\ I_{a1}^{(23)} \\ I_{a2}^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0^{(23)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(23)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(23)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_{a0}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(23)} \\ I_{a1}^{(23)} \\ I_{a2}^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2j & 0 & 0 \\ 0 & 5j & 0 \\ 0 & 0 & 5j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \\ 0,4999 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0,83336 \\ 0,1666 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1,6668j \\ 1,6669j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(23)} \\ I_b^{(23)} \\ I_c^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -1,6668j \\ 1,6669j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,00015j \\ -2,8871122 - 0,000075j \\ 2,8871122 - 0,000075j \end{bmatrix}$$

Falla Barraje 3

b) Corriente de Falla

$$I_0^{(3)} = 0$$

$$I_1^{(3)} = -I_2^{(3)} = \frac{V_0^{(3)}}{Z_{33}^{(1)} + Z_{33}^{(2)}} = \frac{1}{0,08j + 0,08j} = -6,25j$$

c) Voltajes Barrajes

$$\begin{bmatrix} V_{a0}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ V_1^{(1)} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(31)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(31)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(31)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(3)} \\ I_{a1}^{(3)} \\ I_{a2}^{(3)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{a0}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,02j & 0 \\ 0 & 0 & 0,02j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -6,25j \\ 6,25j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,875 \\ 0,125 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} V_a^{(1)} \\ V_b^{(1)} \\ V_c^{(1)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,75004 \\ 0,24996 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ (0.81968\angle -127,587) \\ (0.81968\angle 127,587) \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} V_{ao}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ V_1^{(2)} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(32)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(32)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(32)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(3)} \\ I_{a1}^{(3)} \\ I_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} V_{ao}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,0295j & 0 & 0 \\ 0 & 0,04j & 0 \\ 0 & 0 & 0,04j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -6,25j \\ 6,25j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,75 \\ 0,25 \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} V_a^{(2)} \\ V_b^{(2)} \\ V_c^{(2)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \\ 0,4999 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ (0.661438\angle -139,107) \\ (0.661438\angle 139,107) \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} V_{ao}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ V_1^{(3)} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(33)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(33)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(33)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(3)} \\ I_{a1}^{(3)} \\ I_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} V_{ao}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,0833j & 0 & 0 \\ 0 & 0,08j & 0 \\ 0 & 0 & 0,08j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ -6,25j \\ 6,25j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \\ 0,5 \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} V_a^{(3)} \\ V_b^{(3)} \\ V_c^{(3)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,83336 \\ 0,1666 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0,5 \\ -0,5 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

d) Corrientes Barrajes

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} I_{a0}^{(12)} \\ I_{a1}^{(12)} \\ I_{a2}^{(12)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Y_0^{(12)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(12)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(12)} \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} V_{a0}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} \right] \\
\begin{bmatrix} I_{a0}^{(12)} \\ I_{a1}^{(12)} \\ I_{a2}^{(12)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10j & 0 \\ 0 & 0 & 10j \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} 0 \\ 0,875 \\ 0,125 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0,75 \\ 0,25 \end{bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,25j \\ -1,25j \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} I_a^{(12)} \\ I_b^{(12)} \\ I_c^{(12)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 1,25j \\ -1,25j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2,1650635 \\ -2,1650635 \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} I_{a0}^{(23)} \\ I_{a1}^{(23)} \\ I_{a2}^{(23)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Y_0^{(23)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(23)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(23)} \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} V_{a0}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} \right] \\
\begin{bmatrix} I_{a0}^{(23)} \\ I_{a1}^{(23)} \\ I_{a2}^{(23)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2j & 0 & 0 \\ 0 & 5j & 0 \\ 0 & 0 & 5j \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} 0 \\ 0,75 \\ 0,25 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \\ 0,5 \end{bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,25j \\ -1,25j \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(23)} \\ I_b^{(23)} \\ I_c^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 1,25j \\ -1,25j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2,1650635 \\ -2,1650635 \end{bmatrix}$$

Falla Línea-Línea-Tierra

Falla Barraje 1

b) Corriente de Falla

$$I_f^{(1)} = I_{a1}^{(1)} = \frac{V_{prefalla}}{Z_{11Th}^{(1)} + \frac{Z_{11Th}^{(2)} Z_{11Th}^{(0)}}{Z_{11Th}^{(2)} + Z_{11Th}^{(0)}}} = \frac{1}{0,08j + \frac{0,08j * 0,1j}{0,08j + 0,1j}} = (8,0357 \angle -90)$$

$$I_{a0}^{(1)} = -I_{a1}^{(1)} * \frac{Z_{11Th}^{(2)}}{Z_{11Th}^{(2)} + Z_{11Th}^{(0)}} = -(8,0357 \angle -90) * \frac{0,08j}{0,1j + 0,08j} = (3,5714 \angle 90)$$

$$I_{a2}^{(1)} = -I_{a1}^{(1)} * \frac{Z_{11Th}^{(0)}}{Z_{11Th}^{(2)} + Z_{11Th}^{(0)}} = -(8,0357 \angle -90) * \frac{0,1j}{0,1j + 0,08j} = (4,4642 \angle 90)$$

c) Voltaje en barras

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(11)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(11)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(11)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(1)} \\ I_{a1}^{(1)} \\ I_{a2}^{(1)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,1j & 0 & 0 \\ 0 & 0,08j & 0 \\ 0 & 0 & 0,08j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} (3,5714 \angle 90) \\ (8,0357 \angle -90) \\ (4,4642 \angle 90) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,35714286 \\ 0,35714286 \\ 0,35714286 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(1)} \\ V_b^{(1)} \\ V_c^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0,35714286 \\ 0,35714286 \\ 0,35714286 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,0714286 \\ (4,123 * 10^{-14} \angle 75,96) \\ (4,123 * 10^{-14} \angle 75,96) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(21)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(21)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(21)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(1)} \\ I_{a1}^{(1)} \\ I_{a2}^{(1)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,06j & 0 \\ 0 & 0 & 0,06j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} (3,5714 \angle 90) \\ (8,0357 \angle -90) \\ (4,4642 \angle 90) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,517857 \\ 0,26857 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(2)} \\ V_b^{(2)} \\ V_c^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,517857 \\ 0,26857 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,7857 \\ (0,448556 \angle -151,14) \\ (0,448556 \angle 151,14) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(31)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(31)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(31)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(1)} \\ I_{a1}^{(1)} \\ I_{a2}^{(1)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.02j & 0 \\ 0 & 0 & 0.02j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} (3,5714\angle 90) \\ (8,0357\angle -90) \\ (4,4642\angle 90) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,839286 \\ 0,084286 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(3)} \\ V_b^{(3)} \\ V_c^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,839286 \\ 0,084286 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,922857143 \\ (0,798386\angle -125,55) \\ (0,798386\angle 125,55) \end{bmatrix}$$

d) Corrientes Barrajes

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(12)} \\ I_{a1}^{(12)} \\ I_{a2}^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0^{(12)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(12)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(12)} \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} V_{a0}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} \right]$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(12)} \\ I_{a1}^{(12)} \\ I_{a2}^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10j & 0 \\ 0 & 0 & 10j \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} 0,35714286 \\ 0,35714286 \\ 0,35714286 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0,517857 \\ 0,26857 \end{bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} 0 \\ (1,60714\angle 90) \\ (0,8928\angle -90) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(12)} \\ I_b^{(12)} \\ I_c^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ (1,60714\angle 90) \\ (0,8928\angle -90) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0,714239\angle 90) \\ (2,19432\angle -9,36699) \\ (2,19432\angle -170,633) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(23)} \\ I_{a1}^{(23)} \\ I_{a2}^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0^{(23)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(23)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(23)} \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} V_{a0}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} \right]$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(23)} \\ I_{a1}^{(23)} \\ I_{a2}^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2j & 0 & 0 \\ 0 & 5j & 0 \\ 0 & 0 & 5j \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} 0 \\ 0,517857 \\ 0,26857 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0,839286 \\ 0,084286 \end{bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} 0 \\ (1,60714\angle 90) \\ (0,8928\angle -90) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(23)} \\ I_b^{(23)} \\ I_c^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ (1,60714\angle 90) \\ (0,8928\angle -90) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0,714239\angle 90) \\ (2,19432\angle -9,36699) \\ (2,19432\angle -170,633) \end{bmatrix}$$

Falla Barraje 2

b) Corriente de Falla

$$I_f^{(2)} = I_{a1}^{(2)} = \frac{V_{prefalla}}{Z_{22Th}^{(1)} + \frac{Z_{22Th}^{(2)} Z_{22Th}^{(0)}}{Z_{22Th}^{(2)} + Z_{22Th}^{(0)}}} = \frac{1}{0,12j + \frac{0,12j * 0,1765j}{0,12j + 0,1765j}} = (5,2237491\angle -90)$$

$$I_{a0}^{(2)} = -I_{a1}^{(2)} * \frac{Z_{22Th}^{(2)}}{Z_{22Th}^{(2)} + Z_{22Th}^{(0)}} = -(5,2237491\angle -90) * \frac{0,12j}{0,1765j + 0,12j} = (2,1141649\angle 90)$$

$$I_{a2}^{(2)} = -I_{a1}^{(2)} * \frac{Z_{22Th}^{(0)}}{Z_{22Th}^{(2)} + Z_{22Th}^{(0)}} = -(5,2237491\angle -90) * \frac{0,1765j}{0,1765j + 0,12j} = (3,10958\angle 90)$$

c) Voltaje en barrajes

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(12)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(12)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(12)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(2)} \\ I_{a1}^{(2)} \\ I_{a2}^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,06j & 0 \\ 0 & 0 & 0,06j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} (2,1141649\angle 90) \\ (5,2237491\angle -90) \\ (3,10958\angle 90) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,686575 \\ 0,186575 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(1)} \\ V_b^{(1)} \\ V_c^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,686575 \\ 0,186575 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,87315011 \\ (0,61489656\angle -135,23) \\ (0,61489656\angle 135,23) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(22)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(22)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(22)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(2)} \\ I_{a1}^{(2)} \\ I_{a2}^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,17967j & 0 & 0 \\ 0 & 0,12j & 0 \\ 0 & 0 & 0,12j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} (2,1141649\angle 90) \\ (5,2237491\angle -90) \\ (3,10958\angle 90) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,37315 \\ 0,37315 \\ 0,37315 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(2)} \\ V_b^{(2)} \\ V_c^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0,37315 \\ 0,37315 \\ 0,37315 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,11945 \\ (1 * 10^{-14}\angle -90) \\ (1 * 10^{-14}\angle 90) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(32)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(32)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(32)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(2)} \\ I_{a1}^{(2)} \\ I_{a2}^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,0294j & 0 & 0 \\ 0 & 0,04j & 0 \\ 0 & 0 & 0,4 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} (2,1141649\angle 90) \\ (5,2237491\angle -90) \\ (3,10958\angle 90) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,062155645 \\ 0,79105004 \\ 0,12438337 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(3)} \\ V_b^{(3)} \\ V_c^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0,062155645 \\ 0,79105004 \\ 0,12438337 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,977589 \\ (0,699858\angle -124,416) \\ (0,699858\angle 124,416) \end{bmatrix}$$

d) Corrientes Barrajes

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(12)} \\ I_{a1}^{(12)} \\ I_{a2}^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0^{(12)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(12)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(12)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_{a0}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(12)} \\ I_{a1}^{(12)} \\ I_{a2}^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10j & 0 \\ 0 & 0 & 10j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,686575 \\ 0,186575 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,37315 \\ 0,37315 \\ 0,37315 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ (3,134249985\angle -90) \\ (1,86575\angle 90) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(12)} \\ I_b^{(12)} \\ I_c^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ (3,134249985\angle -90) \\ (1,86575\angle 90) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1,26849\angle -90) \\ (4,3763309\angle 171,66) \\ (4,3763309\angle 8,333) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(23)} \\ I_{a1}^{(23)} \\ I_{a2}^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0^{(23)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(23)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(23)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_{a0}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(23)} \\ I_{a1}^{(23)} \\ I_{a2}^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2j & 0 & 0 \\ 0 & -5j & 0 \\ 0 & 0 & -5j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0,37315 \\ 0,37315 \\ 0,37315 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,0621556451 \\ 0,79105004 \\ 0,12438337 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0,621986\angle -90) \\ (2,08949\angle 90) \\ (1,2438\angle -90) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(23)} \\ I_b^{(23)} \\ I_c^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} (0,621986\angle -90) \\ (2,08949\angle 90) \\ (1,2438\angle -90) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0,223678\angle 90) \\ (3,07001\angle -19,897032) \\ (3,07011\angle -160,10297) \end{bmatrix}$$

Falla Barraje 3

b) Corriente de Falla

$$I_f^{(3)} = I_{a1}^{(3)} = \frac{V_{prefalla}}{Z_{33Th}^{(1)} + \frac{Z_{33Th}^{(2)} Z_{33Th}^{(0)}}{Z_{33Th}^{(2)} + Z_{33Th}^{(0)}}} = \frac{1}{0,08j + \frac{0,08j * 0,0883j}{0,08j + 0,0883j}} = (8,1985581\angle -90)$$

$$I_{a0}^{(3)} = -I_{a1}^{(3)} * \frac{Z_{33Th}^{(2)}}{Z_{33Th}^{(2)} + Z_{33Th}^{(0)}} = -(8,1985581\angle -90) * \frac{0,08j}{0,0883j + 0,08j} = (3,893116\angle 90)$$

$$I_{a2}^{(3)} = -I_{a1}^{(3)} * \frac{Z_{33Th}^{(0)}}{Z_{33Th}^{(2)} + Z_{33Th}^{(0)}} = -(8,1985581\angle -90) * \frac{0,0883j}{0,0883j + 0,08j} = (4,3014419\angle 90)$$

c) Voltaje en barrajes

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(13)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(13)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(13)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(3)} \\ I_{a1}^{(3)} \\ I_{a2}^{(3)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.02j & 0 \\ 0 & 0 & 0.02j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} (3,893116\angle 90) \\ (8,1985581\angle -90) \\ (4,3014419\angle 90) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,83602884 \\ 0,08602884 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(1)} \\ V_b^{(1)} \\ V_c^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0,83602884 \\ 0,08602884 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9220576 \\ (0,79650649\angle -125,36715) \\ (0,79650649\angle 125,36715) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(23)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(23)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(23)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(3)} \\ I_{a1}^{(3)} \\ I_{a2}^{(3)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,0294j & 0 & 0 \\ 0 & 0.04j & 0 \\ 0 & 0 & 0,4 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} (3,893116\angle 90) \\ (8,1985581\angle -90) \\ (4,3014419\angle 90) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,11457 \\ 0,672057 \\ 0,172057 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(2)} \\ V_b^{(2)} \\ V_c^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0,11457 \\ 0,672057 \\ 0,172057 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,925869 \\ (0,531079\angle -125,37867) \\ (0,531079\angle 125,37867) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Ea \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0^{(33)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_1^{(33)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2^{(33)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0}^{(3)} \\ I_{a1}^{(3)} \\ I_{a2}^{(3)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ao}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,0883j & 0 & 0 \\ 0 & 0.08j & 0 \\ 0 & 0 & 0,08j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} (3,893116\angle 90) \\ (8,1985581\angle -90) \\ (4,3014419\angle 90) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,344115 \\ 0,344115 \\ 0,344115 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(3)} \\ V_b^{(3)} \\ V_c^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0,344115 \\ 0,344115 \\ 0,344115 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,0323461 \\ (2 * 10^{-14}\angle 90) \\ (2 * 10^{-14}\angle -90) \end{bmatrix}$$

d) Corrientes Barrajes

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(12)} \\ I_{a1}^{(12)} \\ I_{a2}^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0^{(12)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(12)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(12)} \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} V_{a0}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} \right]$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(12)} \\ I_{a1}^{(12)} \\ I_{a2}^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -10j & 0 \\ 0 & 0 & -10j \end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix} 0 \\ 0,83602884 \\ 0,08602884 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,11457 \\ 0,672057 \\ 0,172057 \end{bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} 0 \\ (1,6387\angle -90) \\ (0,860288\angle 90) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(12)} \\ I_b^{(12)} \\ I_c^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ (1,6387\angle -90) \\ (0,860288\angle 90) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0,7794\angle -90) \\ (2,1998\angle 169,796) \\ (2,1998\angle 10,204) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(23)} \\ I_{a1}^{(23)} \\ I_{a2}^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0^{(23)} & 0 & 0 \\ 0 & Y_1^{(23)} & 0 \\ 0 & 0 & Y_2^{(23)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_{a0}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{a0}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0}^{(23)} \\ I_{a1}^{(23)} \\ I_{a2}^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2j & 0 & 0 \\ 0 & -5j & 0 \\ 0 & 0 & -5j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0,11457 \\ 0,672057 \\ 0,172057 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,344115 \\ 0,344115 \\ 0,344115 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0,459 \angle 90) \\ (1,6397 \angle -90) \\ 0,8603 \angle 90 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(23)} \\ I_b^{(23)} \\ I_c^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} (0,459 \angle 90) \\ (1,6397 \angle -90) \\ 0,8603 \angle 90 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0,32034 \angle -90) \\ (2,324994 \angle 158,593) \\ (2,324994 \angle 21,407) \end{bmatrix}$$

4. La red bajo estudio de fallas por cortocircuito es la indicada con la figura IV.13. De la cual se conoce la siguiente información:

- Niveles nominales de tensión: Barras 1 y 3: 13.2kV, barra 2: 115kV
- Se determinó mediante un estudio de flujo de potencia que los voltajes de prefalla en las barras son:
 $V_1 = 1.05 \angle 15^\circ$ pu, $V_2 = 1.00 \angle 12.94^\circ$ pu, $V_3 = 1.00 \angle -87^\circ$ pu

Sobre la base de 100MVA, 13.2kV en la barra 1 se sabe que:

Maquina síncrona (Polo saliente): $X_d = 1.0$ pu, $X_q = 0.6$ pu, $X'_d = 0.4$ pu, $X''_d = 0.3$ pu, $X_0 = 0.4X_1$.

Maquina síncrona (Polo interior) $X_d = 2.0$ pu, $X_q = 1.6$ pu, $X'_d = 0.2$ pu, $X''_d = 0.14$ pu, $X_0 = 0.4X_1$.

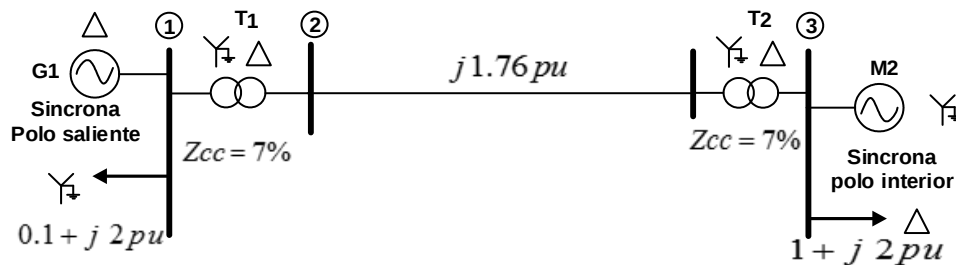


Figura IV.14. Diagrama unifilar ejemplo 2

Solución

Para estudios de fallas por cortocircuito se debe calcular la matriz de Zbus considerando las impedancias subtransitorias de las máquinas síncronas. Por simplicidad de la red se hallará la Zbus por el método indirecto, es decir, estimando inicialmente la matriz Ybus y posteriormente calculando la matriz inversa de la misma.

Del diagrama de impedancias de la figura IV.14 se calculan individualmente los valores de admitancia asociado a cada elemento, se consigna entre paréntesis para ser luego usado en el cálculo de los elementos de la Ybus de la siguiente manera:

Valores de Ybus:

$$Y_{11} = -j(3,3333 + 14,2857) = -j14,6190$$

$$Y_{12} = -j14,2857$$

$$Y_{13} = 0$$

$$Y_{21} = Y_{12}$$

$$Y_{22} = -j(14,2857 + 0,5464) = -j14,8321$$

$$Y_{23} = -j0,5464 \text{ pu}$$

$$Y_{33} = -j(7,1429 + 0,5464) = -j7,6893$$

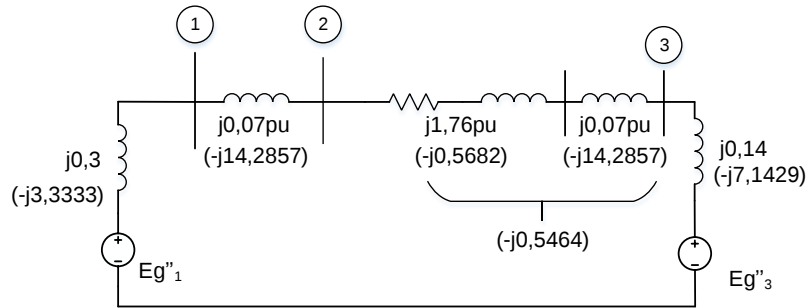


Figura IV.15. Diagrama de impedancias. Los valores de admitancias están entre paréntesis.

Escribiendo la Ybus y tomando la matriz inversa:

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -j17,6190 & j14,2857 & 0 \\ j14,2857 & -j14,8321 & j0,5464 \\ 0 & j0,5464 & -j7,6893 \end{bmatrix} \end{matrix} \rightarrow Z = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} j0,2615 & j0,2526 & j0,0179 \\ j0,2526 & j0,3115 & j0,0221 \\ j0,0179 & j0,0221 & j0,1316 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Para calcular los niveles de cortocircuito asimétricos se determina la matriz de Zbus⁽²⁾ o matriz de secuencia negativa usando el método indirecto, es decir, mediante el uso de la transformación matricial inversa. Para la matriz de Zbus⁽¹⁾ se usará como Zbus⁽¹⁾ la misma Zbus hallada para realizar un estudio y cálculo de cortocircuito simétrico.

En la figura IV.15, se tienen las impedancias de secuencia negativa.

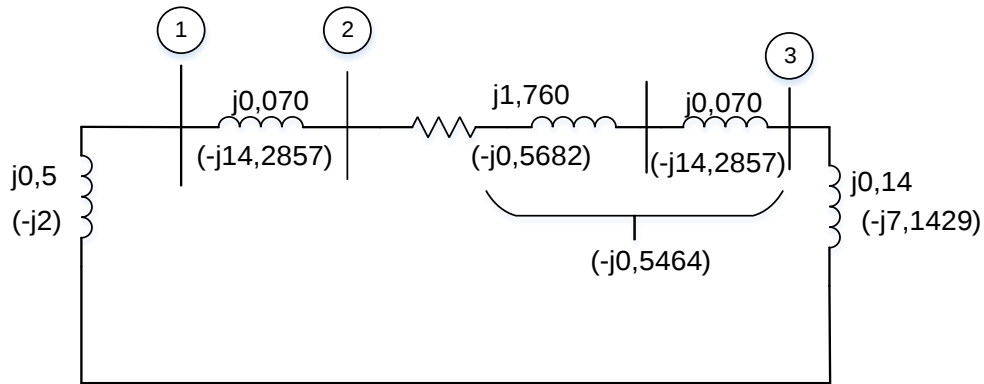


Figura IV.16. Impedancias de secuencia negativa. Los valores equivalentes de admitancias están entre paréntesis.

Valores de impedancia de secuencia negativa para el generador polo saliente.

$$Z_{g1}^{(2)} = j \frac{X'd + Xq}{2} = j \frac{0,4 + 0,6}{2} = j0,5$$

$$Z_{M3}^{(2)} = jX_L^{(2)} = jX''d = j0,14pu$$

Cálculo de $Y_{bus}^{(2)}$:

$$Y_{11} = -j(2+14,2857) = -j16,2847$$

$$Y_{12} = -j14,2857$$

$$Y_{13} = 0$$

$$Y_{22} = -j(14,2857+0,5464) = -j14,8321$$

$$Y_{23} = j0,5464 pu$$

$$Y_{33} = -j(7,1429+0,5464) = -j7,6893 pu$$

Escribiendo la $Y_{bus}^{(2)}$ y tomando la inversa para hallar $Z_{bus}^{(2)}$:

$$Y_{bus}^{(2)} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -j16,2857 & j14,2857 & 0 \\ j14,2857 & -j14,8321 & j0,5464 \\ 0 & j0,5464 & -j7,6893 \end{bmatrix} \end{matrix} \rightarrow Z_{bus}^{(2)} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} j0,4016 & j0,3878 & j0,0276 \\ j0,3878 & j0,4421 & j0,0314 \\ j0,0276 & j0,0314 & j0,1323 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Se completarán las redes de secuencia hallando $Z_{bus}^{(0)}$

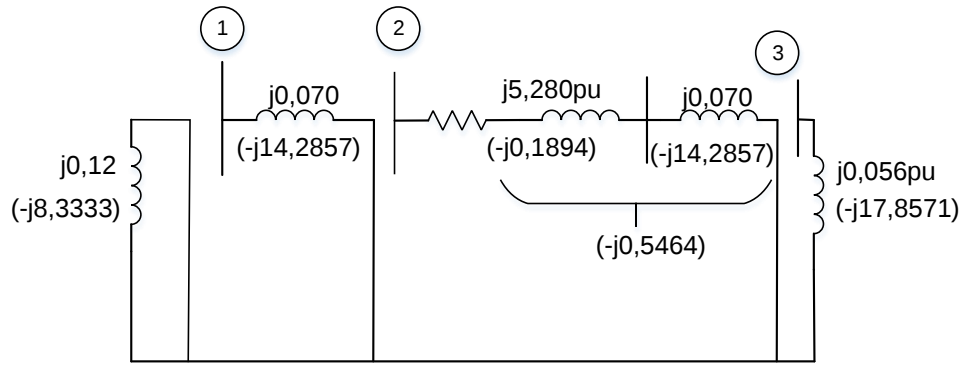


Figura IV.17. Impedancias de secuencia cero. Los valores equivalentes de admitancias están entre paréntesis.

En la figura IV.16, se calcularon e incluyeron los valores de impedancia de secuencia cero, dados en los datos preliminares:

$$Z_{g1}^{(0)} = 0,4Z^{(1)} = 0,4(j0,3) = j0,12pu$$

$$jX_L^{(0)} = 3jX_L^{(1)} = 3(j1,76) = j5,28pu$$

$$Z_{M3}^{(0)} = 0,4Z_{M3}^{(1)} = 0,4(j0,14) = j0,056pu$$

Matriz $Y_{bus}^{(0)}$:

$$Y_{11} = -j14,2857$$

$$Y_{12} = 0$$

$$Y_{13} = 0$$

$$Y_{21} = 0$$

$$Y_{22} = -j0,1894$$

$$Y_{23} = 0$$

$$Y_{33} = -j17,8571$$

Entonces del correspondiente diagrama y valores de impedancias se pueden hallar directamente los equivalentes Thévenin:

$$Z_{11}^{(0)} = j0,07 \quad Z_{22}^{(0)} = j5,35 \quad Z_{33}^{(0)} = j0,056$$

$$Z_{ij}^{(0)} = M \rightarrow +\infty \forall i \neq j$$

Parte I. Falla Simétrica

Para el caso de una falla trifásica en la barra 2 (falla trifásica a través de impedancia por fase de $Z_f = 0,01$) se elabora el correspondiente circuito equivalente de Thévenin en el correspondiente punto de la falla como se muestra con la figura 5 donde el voltaje que alimenta la falla es el voltaje de prefalla o el voltaje conocido previamente mediante un estudio de flujo de carga.

$$I_{sc_{fasea}} \frac{V_{pf_{B2}}}{Z_{th_{22}} + Z_f} = \frac{1,0 \angle 12,94^\circ}{j0,3115 + 0,01} = 3,2086 \angle -75,22^\circ pu$$

$$I_{base\ Barra2} = \frac{S_b}{\sqrt{3} V_b} = \frac{100}{\sqrt{3} \times 115} kA = 0,502 kA$$

$$I_{sc_{3\phi B2}} = I_{sc_{pu}} \times I_b = 1,6109 \angle -75,22^\circ kA$$

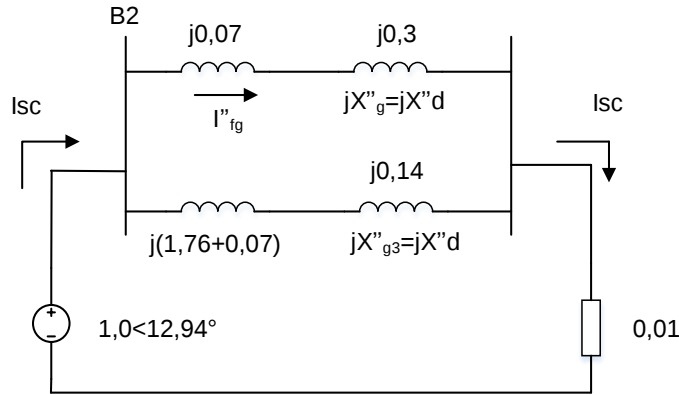


Figura IV.18. Circuito equivalente en el punto de la falla simétrica que para este caso es la barra B.

Conocida la corriente de cortocircuito simétrico y de acuerdo a un diagrama como el de la figura IV.17 se puede ahora determinar los aportes que las máquinas síncronas hacen a la falla simétrica en el punto B.

Por ejemplo, se calculará la contribución de la máquina G_1 de la Figura IV.13.

$$I''fg = \frac{Vpf_{B2} - I_{sc_{3\phi B2}} \times 0,01}{j0,07 + 0,3}$$

$$I''fg_{pu} = \frac{1,0 \angle 12,94^\circ - (3,2086 \angle -75,22^\circ) \times 0,01}{j0,37} = 2,7013 \angle -75,22^\circ pu$$

$$I''fg = I''fg_{pu} \times I_b = 1,3562 \angle -75,22^\circ kA$$

Parte II. Falla Asimétrica

Cálculo de la corriente de cortocircuito para una Falla Línea a tierra (F L-T) en la barra B1 a través de una impedancia $Z_f = 0,01 pu$ sobre la base de estudio dada.

Conectando en serie, las tres redes de secuencia, de las figuras IV.14, IV.15 y IV.14 por los terminales correspondientes a la barra 1 se pueden determinar las contribuciones de corriente a la falla. La corriente de cortocircuito se determina usando los equivalentes de Thévenin de las mismas redes como se muestra en la figura IV.18.

De la figura IV.18 la componente de secuencia positiva en el punto de la falla L-T es:

$$I_{a1} = \frac{Vpf_{B1}}{Z_{11}^{(1)} + Z_{11}^{(2)} + Z_{11}^{(0)} + 3Z_f} = \frac{1,05 \angle 15^\circ}{j0,2615 + j0,4016 + j0,07 + 0,03}$$

$$I_{a1pu} = \frac{1,05 \angle 15^\circ}{0,03 + j0,7331} = 1,4311 \angle -72,66^\circ pu$$

$$I_{b1} = \frac{S_b}{\sqrt{3} V_b} = \frac{100}{\sqrt{3} 13,2} kA = 4,3739 kA$$

$$I_{a1} = I_{a1pu} \times I_{b1} = (1,4311 \angle -72,66^\circ) \times 4,3739 = 6,2595 \angle -72,66^\circ kA$$

$$I_{sc} = 3I_{a1} = 3I_{a0} = 18,7785 \angle -72,66^\circ kA$$

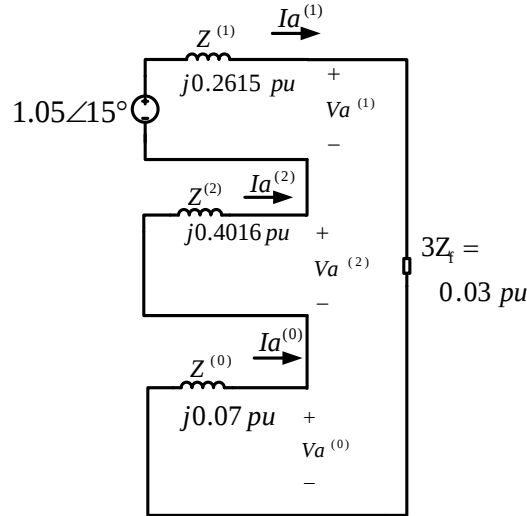


Figura IV.19. Conexión de las redes de secuencia para una F L-T en la barra 1 del sistema de la figura IV.13

Cálculo de la corriente de cortocircuito para una Falla Línea línea a tierra (F LL-T) en la barra B2 a través de una impedancia $Z_f = 0,01 pu$ sobre la base de estudio dada.

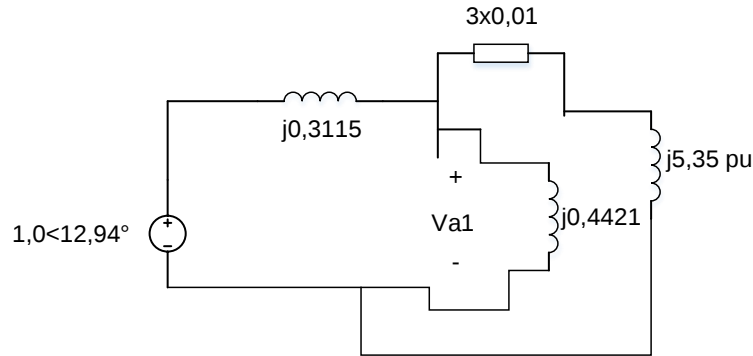


Figura IV.20. Conexión de las redes de secuencia para una F LL-T en la barra 2 del sistema de la figura IV.13 Conectando en paralelo las equivalentes redes de secuencia vistas desde la barra 2 para el sistema de potencia de la figura IV.13, se obtiene el diagrama equivalente Thévenin mostrado en la figura IV.19 donde están conectadas en paralelo las redes de secuencia positiva y negativa y éstas a su vez conectadas en paralelo con la red de secuencia cero, pero a través de 3 veces la impedancia de falla Z_f tal como se muestra con la figura IV.19.

De la figura IV.19 la impedancia equivalente vista por la fuente es:

$$Z_{eq} = Z_{paralelo} + z_{22}^{(1)} = 0,4084 \angle 89,9755^\circ + j0,3115 = 0,7199 \angle 89,986^\circ pu$$

Donde

$$Z_{paralelo} = (0,03 + j5,35) || (j0,4421) = 0,4084 \angle 89,9755^\circ pu$$

La corriente de secuencia positiva se calcula como:

$$I_{a1} = \frac{1,0 \angle 12,94}{Z_{eq}} = 1,3892 \angle -77,02^\circ \text{ pu}$$

Es decir, que la tensión a la que están sometidas las dos ramas en paralelo es la misma tensión de secuencia positiva que se puede calcular como sigue:

$$V_{a1} = V_{a2} = 1,0 \angle 12,94^\circ - I_{a1} \times z_{22}^{(1)} = 0,5673 \angle 12,93^\circ \text{ pu}$$

Luego se deducen las demás corrientes de secuencia

$$I_{a2} = \frac{-V_{a1}}{j0,4421} = \frac{-0,5673 \angle 12,93}{j0,4421} = 1,2831 \angle 102,93^\circ \text{ pu}$$

$$I_{a0} = -(I_{a1} + I_{a2}) = 0,1060 \angle 103,25^\circ \text{ pu}$$

$$I_{sc_{pu}} = 3I_{a0} = 0,3181 \angle 103,25^\circ \text{ pu}$$

$$I_{sc} = I_{sc_{pu}} \times I_b = 0,3181 \angle 103,25^\circ \times 0,502 = 0,1597 \angle 103,25^\circ \text{ kA}$$

Cálculo de la variación de tensión en la barra B1 del sistema durante la falla asimétrica Falla Línea a Línea (F L-L) en la barra B3 a través de una impedancia de falla $Z_f=0.01$ pu.

$$V_{a_{B1}} = V_{apf_{B1}} + \Delta V_{a_{B1}}$$

Donde

$V_{apf_{B1}}$ es el voltaje de prefalla en la barra 1

$\Delta V_{a_{B1}}$ es la variación de la tensión en la barra 1 debido a una falla Línea a Línea en la B3.

Como no existe corriente de secuencia cero en el punto de falla se cumple en la barra 1 que:

$$\Delta V_{a_{B1}} = \Delta V_{a_{B1}}^{(0)} + \Delta V_{a_{B1}}^{(1)} + \Delta V_{a_{B1}}^{(2)}$$

$$(I_{a0} = 0) \Rightarrow \Delta V_{a_{B1}}^{(0)} = 0$$

$$0,01 = Z_f$$

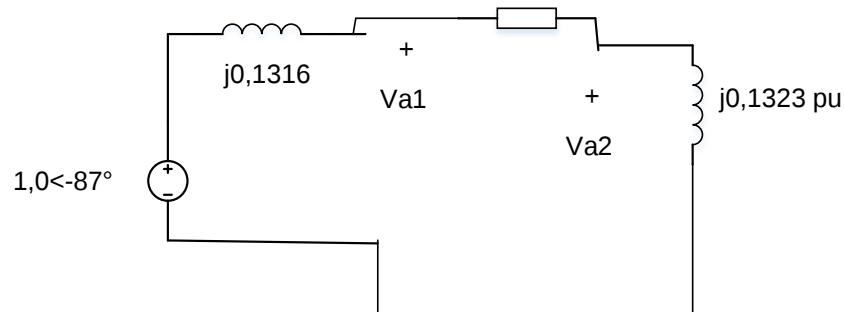


Figura IV.21. Conexión de las redes de secuencia para una F L-L en la barra 3 del sistema de la figura IV.20

Conectando adecuadamente las tres redes de secuencia, de las figuras IV.14, IV.15 por los terminales correspondientes a la barra 3, se pueden determinar las contribuciones de corriente a la falla. La corriente de cortocircuito se determina usando los equivalentes de Thévenin de las mismas redes como se muestra en la figura IV.20.

De la figura IV.20 la componente de secuencia positiva en el punto de la F L-L es:

$$I_{a1} = \frac{V_{pf_{B3}}}{Z_{11}^{(1)} + Z_{11}^{(2)} + Z_f} = \frac{1,0 \angle -87^\circ}{j0,1316 + j0,1323 + 0,01} = 3,7866 \angle -174,83^\circ \text{ pu}$$

$$I_{a2} = -I_{a1} = 3,7866 \angle 5,17^\circ \text{ pu}$$

$$\Delta V_{a_{B1}}^{(1)} = -Z_{31}^{(1)} \times I_{a1} = -j0,0179(3,7866 \angle -174,83^\circ) = 0,0678 \angle 95,17^\circ \text{ pu}$$

$$\Delta V_{a_{B1}}^{(2)} = -Z_{31}^{(2)} \times I_{a2} = -j0,0276(3,7866 \angle 5,17^\circ) = 0,1045 \angle -84,83^\circ \text{ pu}$$

En la barra 1 la variación total de tensión debido a la falla L-L en la barra 3 se obtiene sumando las contribuciones individuales de tensión para obtener:

$$\Delta V_{a_{B1}} = 0,0367 \angle -84,83^\circ \text{ pu}$$

Finalmente, la tensión en la barra 1 durante la falla Línea a Línea en la barra 3 es:

$$V_{a_{B1}pu} = 1,05 \angle 15^\circ + 0,0367 \angle -84,83^\circ = 1,0444 \angle 13,01^\circ \text{ pu}$$

$$V_{a_{B1}} = 13,7855 \angle 13,01^\circ \text{ kV}$$

Modelamiento de fallas usando MATLAB

Los códigos se encuentran en anexo 2- capítulo 4 fueron realizados y probados en MATLAB, en ellos el usuario puede ingresar los valores de impedancias y de nodos que desee, en color verde y seguido del signo % se mostrará el significado de cada línea de código.

V. Capítulo 5: Estabilidad en Sistemas de Potencia

5.1. Introducción

La estabilidad en un sistema de potencia o también llamado estabilidad síncrona de un sistema de potencia, es la capacidad que posee dicho sistema para volver al estado normal de equilibrio o al estado inicial después de haber sufrido alguna alteración debido a la conexión o desconexión de algún elemento propio de la estructura de dicho sistema. El sistema eléctrico es un sistema no lineal que opera en un entorno de constantemente cambio, el cual es susceptible a la topología que exista actualmente en la red, dicha topología puede presentar cambios debido a las nuevas entradas generadoras que sean agregadas al sistema, las nuevas cargas conectadas o a las fallas eventuales que se presenten.

La estabilidad se considera una parte esencial en la planeación a largo plazo de los sistemas de potencia debido al continuo crecimiento de la demanda requerida por el país, solicitando así que la red se vuelva más robusta y con mayor capacidad de ampliación.

Los problemas de estabilidad en un sistema de potencia se clasifican en tres tipos:

- Estado estacionario

La estabilidad de un sistema de potencia en estado estacionario es la determinación del límite superior de carga que posee la máquina antes de perder el sincronismo, teniendo en cuenta que la carga debe incrementarse de manera gradual

- Estado dinámico

La inestabilidad ocurre cuando se presentan pequeñas perturbaciones en cortos espacios de tiempo, causando posibles oscilaciones en el sistema, pero sin generar alteraciones en la velocidad de la turbina ocasionando posibles afectaciones considerables al sistema debido a la pérdida de sincronismo. Se dice que el sistema es estable si las oscilaciones presentes no superan cierta amplitud y se despejan en un periodo corto de tiempo (de 5 a 10 segundos), conllevando a un sistema de potencia amortiguado, la estabilidad dinámica puede mejorarse mediante el uso de estabilizadores. (Meier, 2006)

- Estado transitorio

Se presenta cuando existen perturbaciones repentinas en las velocidades del rotor (aproximadamente 1 segundo), llevando a una diferencia de ángulos dentro del mismo que puede ocasionar que las máquinas salgan de su paso y a una transferencia de potencia que depende de la gravedad que tenga dicha perturbación. Estas perturbaciones implican daños principalmente en los generadores cercanos al lugar de ocurrencia.

En todo estudio de estabilidad se debe incluir un estudio del efecto de los cortocircuitos (fallas), ya que estas son el tipo más grave de perturbación al que está sometido un sistema de potencia, durante una falla, la potencia eléctrica de los generadores cercanos a esta se ve reducida de forma drástica mientras que la potencia eléctrica de los generadores lejanos apenas se ve afectada, en algunos casos un sistema puede ser estable aún con una falla sostenida, mientras en otros casos, el sistema solo puede ser estable si la falla se ve despejada con suficiente rapidez. Que un sistema sea estable depende de muchos factores tales como, la localización de la falla, la rapidez con que se despeja la falla, los métodos a través de los cuales se despeja la misma. El límite de estabilidad transitoria casi siempre es más bajo que el límite de estado estacionario, pero a diferencia de este último, puede exhibir valores diferentes según la naturaleza, ubicación y magnitud de la perturbación. (Olga Lucia Paz Olaya, 1987)

5.2. Principio de funcionamiento de una máquina síncrona:

La energía cinética del rotor de una máquina síncrona, se puede observar con la ecuación (5.1):

$$KE = \frac{1}{2} J * \omega_{sm}^2 \times 10^{-6} MJ \quad (5.1)$$

Donde:

- J= Momento de inercia del rotor en kg-m²
- ω_{sm} = Velocidad de sincronismo en radianes

ω_{sm} también puede ser expresada como se ilustra en la ecuación (5.2):

$$\omega_s = \frac{P}{2} \omega_{sm} = \text{velocidad del rotor en rad (elect/s)} \quad (5.2)$$

Dónde: P: Número de polos en la máquina

De lo anterior se obtiene la ecuación que se observa a continuación (5.3):

$$KE = \frac{1}{2} \left(J_p^2 * \omega_s \times 10^{-6} \right) = \frac{1}{2} M * \omega_s \quad (5.3)$$

Donde M= Momento de inercia dado en MJ-s/radianes

Teniendo definido la constante de inercia se procede al cálculo de la clasificación de la máquina trifásica y la constante de inercia, como se ilustra en la ecuación (5.4)

$$GH = KE = \frac{1}{2} M \omega_s (MJ) \quad (5.4)$$

Dónde:

- G= clasificación de la máquina trifásica (base) en MVA
- H= Constante de inercia en MJ/MVA

Con estas definiciones, se puede establecer la constante de inercia (M) en términos de G y H, obteniendo la ecuación (5.5):

$$M = \frac{2GH}{\omega_s} = \frac{GH}{\pi * f} = \frac{GH}{180 * f} \text{ MJ-s/ grado seleccionado} \quad (5.5)$$

Tomando G como base, se calcula la constante de inercia en términos de pu con la siguiente ecuación (5.6):

$$M(pu) = \frac{H}{\pi * f} \text{ s}^2 / \text{ grado seleccionado} \quad (5.6)$$

La constante de inercia (H) tiene un rango de valores característicos para cada clase de máquinas, en la (Tabla V.1) se observan los valores de constante de inercia más comunes:

Tabla V.1. Valores de constante de inercias más comunes

Tipo de máquina		Constante de inercia H Energía almacenada en MW Seg por cada MVA
Generador de turbina		
Con condensación	1800 rpm	9-6
	3000 rpm	7-4
Sin condensación	3000 rpm	4-3
Generador de torno de agua		
Lento (<200 rpm)		2-3
Rápido (>200 rpm)		2-4
Con Condensador Síncrono		
Grande		1.25
Pequeño		1

5.3. Ecuación de Oscilación

Bajo condiciones de funcionamiento normales, la posición relativa del eje del rotor y el eje del campo magnético resultante es fija. El ángulo entre los dos se conoce como ángulo de potencia o ángulo de par. Durante cualquier perturbación, el rotor se desacelerará o acelerará con respecto al entrehierro de rotación sincrónica fmm y comenzará el movimiento relativo. La ecuación que describe este movimiento relativo se conoce como la ecuación de oscilación. Si, después de este periodo oscilatorio, el rotor se bloquea de nuevo en velocidad

síncrona, el generador mantendrá su estabilidad. Si la perturbación no implica ningún cambio neto de potencia, el rotor vuelve a su posición original. Si la perturbación se crea por un cambio en generación, carga o en condiciones de la red, el rotor llega a un nuevo ángulo de potencia de funcionamiento con respecto al campo giratorio síncrono.

Para entender la significación del ángulo de potencia se hace referencia al diagrama combinado fasor/vector de un generador de rotor cilíndrico bipolar ilustrado en la figura V.1. A partir de esta figura observamos que el ángulo de potencia δ_r es el ángulo entre el rotor F_r y el entrehierro resultante F_{sr} , ambos girando a velocidad síncrona. Es también el ángulo entre la FEM y E generada sin carga y la tensión resultante del estator E_{sr} . Si se desprecia la resistencia de armadura del generador y el flujo de fugas, se considera el ángulo entre E y la tensión terminal V , indicada por δ , como el ángulo de potencia.

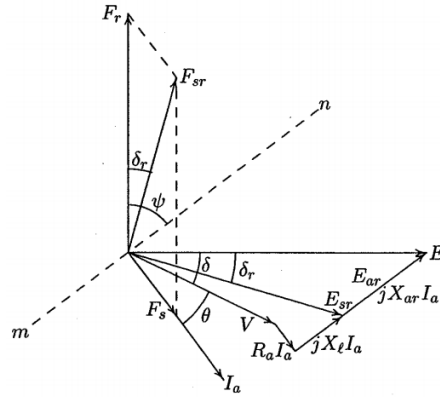


Figura V.1. Diagrama fasor/vector de un generador de rotor cilíndrico bipolar

Considerando un generador síncrono con un torque electromagnético T_e y funcionando a velocidad de sincronismo ω_{sm} , si el torque mecánico aplicado en estado estacionario es T_m y se desprecian todas las pérdidas obtenemos la ecuacion (5.7):

$$T_m = T_e \quad (5.7)$$

Teniendo como punto de partida el estado estacionario, una perturbación resultara en aceleración ($T_m > T_e$) o desaceleración ($T_m < T_e$) del torque T_a en el rotor, obtendremos la ecuacion (5.8)

$$T_a = T_m - T_e \quad (5.8)$$

Si J es el momento de inercia combinado del motor primario y el generador, despreciando los pares de fricción y amortiguamiento, por la ley de rotación tenemos la ecuacion (5.9):

$$J \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} = T_a = T_m - T_e \quad (5.9)$$

Donde θ_m es el desplazamiento angular del rotor respecto el eje estacionario de referencia en el estator. Sin embargo, nosotros estamos interesados en la velocidad relativa del rotor respecto a la velocidad de sincronismo, la referencia angular se elige en relación con un marco de referencia de giro síncrono que se mueve con una velocidad angular constante ω_{sm} , como se ilustra en la ecuacion (5.10):

$$\theta_m = \omega_{sm} * t + \delta_m \quad (5.10)$$

Donde δ_m es la posición del rotor después de la perturbación en $t = 0$, medida a partir del marco de referencia de rotación síncrona. Derivando la expresión anterior que es la velocidad angular del rotor, se obtiene la ecuación (5.11):

$$\omega_m = \frac{d\theta_m}{dt} = \omega_{sm} + \frac{d\delta_m}{dt} \quad (5.11)$$

La aceleración angular, se puede expresar con la ecuación (5.12):

$$\frac{d^2\theta_m}{dt^2} = \frac{d^2\delta_m}{dt^2} \quad (5.12)$$

Sustituyendo en la ecuación de ley de rotación y multiplicando por ω_m , se obtiene la ecuación (5.13):

$$J\omega_m \frac{d^2\delta_m}{dt^2} = \omega_m T_m - \omega_m T_e \quad (5.13)$$

En términos de potencia, se obtiene la ecuación (5.14):

$$J\omega_m \frac{d^2\delta_m}{dt^2} = P_m - P_e \quad (5.14)$$

La cantidad $J\omega_m$ es llamada constante de inercia y se denota como M , esta está relacionada con la energía cinética de las masas de rotación, W_k , como se ilustra en las ecuaciones (5.15) y (5.16)

$$W_k = \frac{1}{2}J\omega_m^2 = \frac{1}{2}M\omega_m \quad (5.15)$$

$$M = \frac{2W_k}{\omega_m} \quad (5.16)$$

Aunque M se denomina constante de inercia, no es realmente constante cuando la velocidad del rotor se desvía de la velocidad síncrona. Sin embargo, puesto que ω_m no cambia en gran medida antes de que se pierda estabilidad, M se evalúa a la velocidad síncrona y se considera que permanece constante, observándola en la ecuación (5.17)

$$M = \frac{2W_k}{\omega_{sm}} \quad (5.17)$$

La ecuación de oscilación en términos de la constante de inercia, se expresa como (5.18):

$$M \frac{d^2\delta_m}{dt^2} = P_m - P_e \quad (5.18)$$

Es más conveniente escribir la ecuación de oscilación en términos del ángulo de potencia eléctrica δ . Si p es el número de polos del generador síncrono, el ángulo de potencia eléctrica es relacionado con el ángulo de potencia mecánica por, la ecuación (5.19)

$$\delta = \frac{p}{2} \delta_m \quad (5.19)$$

La ecuación de oscilación en términos del ángulo de potencia eléctrica, se expresa como (5.20):

$$\frac{2}{p} M \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_e \quad (5.20)$$

Sin embargo, los sistemas de potencia son dados en sistemas por unidad, la ecuación de oscilación es dada generalmente en por unidad. Dividiendo la ecuación anterior por la potencia base S_B y sustituyendo M evaluada en ω_{sm} obtenemos la ecuacion (5.21):

$$\frac{2}{p} \frac{2W_K}{\omega_{sm} S_B} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{P_m}{S_B} - \frac{P_e}{S_B} \quad (5.21)$$

Ahora definiremos la constante H que es la constante de inercia en por unidad, observada con la siguiente ecuacion (5.22).

$$H = \frac{\text{Energía Cinética en MJ a velocidad nominal}}{\text{Potencia nominal de la máquina en MVA}} = \frac{W_K}{S_B} \quad (5.22)$$

Las unidades de H son segundos y está entre 1 y 10 segundos dependiendo del tamaño y tipo de la máquina. Sustituyendo, obtenemos la ecuacion (5.23):

$$\frac{2}{p} \frac{2H}{\omega_{sm}} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_{m(pu)} - P_{e(pu)} \quad (5.23)$$

La velocidad angular eléctrica es relacionada con la velocidad angular mecánica por medio de las ecuaciones (5.24) y (5.25):

$$\omega_{sm} = \frac{2}{p} \omega_s \quad (5.24)$$

$$\frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_{m(pu)} - P_{e(pu)} \quad (5.25)$$

En términos de frecuencia, se obtiene la ecuacion (5.26):

$$\frac{H}{\pi f_0} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_{m(pu)} - P_{e(pu)} \quad (5.26)$$

Donde δ esta expresado en radianes eléctricos, si δ es expresado en grados eléctricos, la ecuación de oscilación (5.27):

$$\frac{H}{180 f_0} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_{m(pu)} - P_{e(pu)} \quad (5.27)$$

5.4. Modelo de maquina síncrona para estudio de estabilidad

La máquina de rotor cilíndrico fue modelada con una fuente de voltaje constante detrás de reactancias apropiadas, que pueden ser X_d'' , X_d' o X_d . El modelo más simple para el análisis de estabilidad es el modelo clásico, donde la saliencia es ignorada, y la máquina es representada por un voltaje constante E' detrás de la reactancia transitoria X_d' del eje directo. Considere un generador conectado a una subestación principal de un sistema muy grande a través de una línea de transmisión como se observa en la figura V.2.

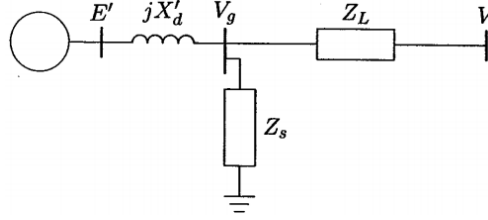


Figura V.2. Modelo máquina de rotor cilíndrico

La tensión y la frecuencia del bus de la subestación permanecen constantes. Esto se representa como un bus infinito, ya que sus características no cambian independientemente de la potencia suministrada o consumida por cualquier dispositivo conectado a él. El generador está representado por un voltaje constante detrás de la reactancia transitoria de eje directo X'_d . El nodo que representa la tensión de terminal del generador V_g se puede eliminar mediante la conversión $\Delta - Y$ equivalente en admitancias:

$$y_{10} = \frac{Z_L}{jX'_d Z_s + jX'_d Z_L + Z_L Z_s} \quad (5.28)$$

$$y_{20} = \frac{jX'_d}{jX'_d Z_s + jX'_d Z_L + Z_L Z_s} \quad (5.29)$$

$$y_{12} = \frac{Z_s}{jX'_d Z_s + jX'_d Z_L + Z_L Z_s} \quad (5.30)$$

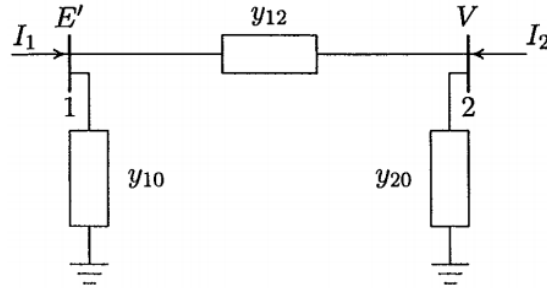


Figura V.3. equivalente conversión Δ -Y del modelo de la máquina

El circuito equivalente con voltaje interno representado por el nodo 1 y el bus infinito por el nodo 2 se muestra en la figura V.3. Escribiendo las ecuaciones nodales (5.31) y (5.32), tenemos:

$$I_1 = (y_{10} + y_{12})E' - y_{12}V \quad (5.31)$$

$$I_2 = -y_{12}E' + (y_{20} + y_{12})V \quad (5.32)$$

Las ecuaciones anteriores escritas en términos de la matriz Y_{bus} , se pueden expresar con la ecuacion (5.33):

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E' \\ V \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

Los elementos de la diagonal de la matriz Y_{bus} son $Y_{11} = y_{10} + y_{12}$ y $Y_{22} = y_{20} + y_{12}$. El resto de elementos son $Y_{12} = Y_{21} = -y_{12}$. Expresando los voltajes y las admitancias en forma polar, la potencia real en el nodo 1 se obtienen las ecuaciones (5.34), (5.35) y (5.36):

$$P_e = \Re[E'I_1^*] \quad (5.34)$$

$$P_e = \Re[(|E'|\angle\delta) * (|Y_{11}|\angle -\theta_{11} * |E'|\angle -\delta + |Y_{12}|\angle -\theta_{12} * |V|\angle 0)] \quad (5.35)$$

$$P_e = |E'|^2|Y_{11}| \cos \theta_{11} + |E'V||Y_{12}| \cos(\delta - \theta_{12}) \quad P_e = \Re[E'I_1^*] \quad (5.36)$$

Si se aplica la ecuación de flujo de potencia a un sistema de dos nodos dará como resultado la expresión anterior. En la mayoría de sistemas, Z_L y Z_s son principalmente inductivas, si todas las resistencias son omitidas, $\theta_{11} = \theta_{12} = 90^\circ$, $Y_{12} = B_{12} = 1/X_{12}$, se puede obtener una expresión simplificada para la potencia (5.37) y (5.38):

$$P_e = |E'V||B_{12}| \cos(\delta - 90^\circ) \quad (5.37)$$

$$P_e = \frac{|E'V|}{X_{12}} \sin \delta \quad (5.38)$$

Esta es la forma más simple de la ecuación del flujo de potencia y es fundamental para comprender todos los problemas de estabilidad. La relación muestra que la potencia transmitida depende de la reactancia de transferencia y el ángulo entre las dos tensiones. La curva P_e frente a δ se conoce como la curva del ángulo de potencia que se muestra en la figura V.4.

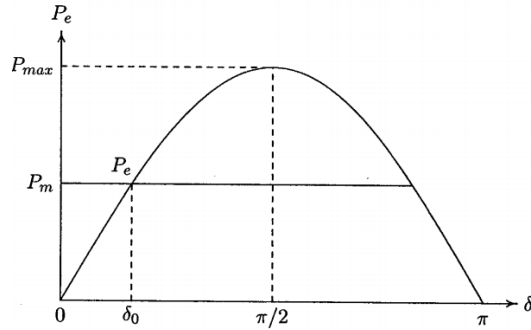


Figura V.4. Curva del ángulo de potencia

El aumento gradual de la potencia de salida del generador es posible hasta que se transfiera la energía eléctrica máxima. Esta potencia máxima se denomina límite de estabilidad en estado estacionario, y se produce con un desplazamiento angular de 90° , como se observa en la ecuación (5.39).

$$P_{max} = \frac{|E'V|}{X_{12}} \quad (5.39)$$

Si se intentó avanzar δ adicionalmente incrementando la entrada del eje, la salida de potencia eléctrica disminuirá desde el punto P_{max} . La máquina se acelerará, causando pérdidas de sincronismo con la barra de bus infinito, observado en la ecuación (5.40).

$$P_e = P_{max} \sin \delta \quad (5.40)$$

Cuando un generador se pone en cortocircuito de repente, la corriente durante el período transitorio está limitada por su reactancia transitoria X'_d . Por lo tanto, para problemas de estabilidad transitorios, con la saliencia omitida, la máquina está representada por la tensión E' detrás de la reactancia X'_d . Si V_g es la tensión del terminal del generador y I_a es la corriente del generador de estado estacionario de pre-falla, E' se calcula a partir de la ecuación (5.41):

$$E' = V_g + jX'_d I_a \quad (5.41)$$

Dado que el bobinado de campo tiene una resistencia pequeña, los enlaces de flujo de campo tenderán a permanecer constantes durante la perturbación inicial, y por lo tanto se supone que la tensión E' es constante. La curva de ángulo de potencia transitorio tiene la misma forma general que la curva de estado estacionario; Sin embargo, alcanza un pico más grande comparado con el valor pico de estado estacionario.

5.5. Estabilidad Transitoria

Los estudios de estabilidad transitoria implican la determinación de si el sincronismo se mantiene o no después de que la máquina haya sido sometida a perturbación grave. Esto puede ser una aplicación repentina de carga, pérdida de generación, pérdida de carga grande o una falla en el sistema. En la mayoría de las perturbaciones, las oscilaciones son de tal magnitud que la linealización no es permisible y la ecuación de oscilación no lineal debe ser resuelta.

Un método conocido como el criterio de área igual puede ser usado para una predicción rápida de la estabilidad. Este método se basa en la interpretación gráfica de la energía almacenada en la masa giratoria como una ayuda para determinar si la máquina mantiene su estabilidad después de la perturbación. El método sólo es aplicable a un sistema de una máquina conectado a un bus infinito o a un sistema de dos máquinas. Debido a que proporciona una visión física del comportamiento dinámico de la máquina, aquí se considera la aplicación del método al análisis de una sola máquina conectada a un sistema grande. Considere la ecuación (5.42) de oscilación sin amortiguamiento

$$\frac{H}{\pi f_0} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_e = P_a \quad (5.42)$$

Donde P_a es la potencia acelerante, despejando la derivada y luego multiplicando por $2 d\delta/dt$ obtenemos la ecuación (5.43)

$$\begin{aligned} 2 \frac{d\delta}{dt} \frac{d^2 \delta}{dt^2} &= \frac{2\pi f_0}{H} (P_m - P_e) \frac{d\delta}{dt} \\ \frac{d}{dt} \left[\left(\frac{d\delta}{dt} \right)^2 \right] &= \frac{2\pi f_0}{H} (P_m - P_e) \frac{d\delta}{dt} \\ d \left[\left(\frac{d\delta}{dt} \right)^2 \right] &= \frac{2\pi f_0}{H} (P_m - P_e) d\delta \end{aligned} \quad (5.43)$$

Integrando

$$\left(\frac{d\delta}{dt} \right)^2 = \frac{2\pi f_0}{H} \int_{\delta_0}^{\delta} (P_m - P_e) d\delta$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \sqrt{\frac{2\pi f_0}{H} \int_{\delta_0}^{\delta} (P_m - P_e) d\delta} \quad (5.44)$$

La ecuación anterior da la velocidad relativa de la máquina con respecto al marco de referencia sincrónicamente giratorio. Para estabilidad, esta velocidad debe ser cero en algún momento después de la perturbación. Por lo tanto, a partir de anterior, tenemos para el criterio de estabilidad, la siguiente ecuación (5.45):

$$\int_{\delta_0}^{\delta} (P_m - P_e) d\delta = 0 \quad (5.45)$$

Considere la máquina que funciona en el punto de equilibrio δ_0 , correspondiente a la entrada del punto de potencia mecánica $P_{m0} = P_{e0}$ como se muestra en la figura V.5. Considere un aumento repentino de la potencia de entrada representada por la línea horizontal P_{m1} . Puesto que $P_{m1} > P_{e0}$, la potencia de aceleración en el rotor es positiva y el ángulo de potencia δ aumenta. El exceso de energía almacenada en el rotor durante la aceleración inicial, se puede observar en la ecuación (5.46)

$$\int_{\delta_0}^{\delta_1} (P_{m1} - P_e) d\delta = \text{area } abc = A_1 \quad (5.46)$$

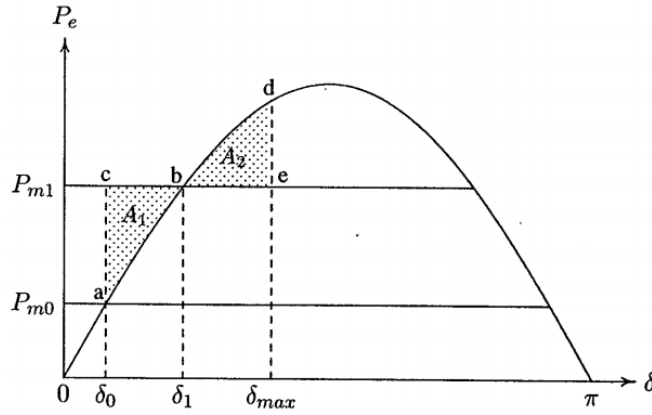


Figura V.5. Cambio en la energía en la curva de ángulo de potencia

Con aumento en δ , la potencia eléctrica aumenta, y cuando $\delta = \delta_1$, la potencia eléctrica coincide con la nueva potencia de entrada P_{m1} . Aunque la potencia de aceleración es cero en este punto, el rotor está funcionando por encima de la velocidad síncrona; Por lo tanto, δ y la energía eléctrica P_e seguirá aumentando. Ahora $P_m < P_e$, haciendo que el rotor se desacelere hacia la velocidad síncrona hasta que $\delta = \delta_{max}$. De acuerdo con las ecuaciones anteriores, el rotor debe pasar el punto b hasta que una cantidad igual de energía es dada por las masas giratorias. La energía dada por el rotor a medida que desacelera de vuelta a la velocidad síncrona es

$$\int_{\delta_1}^{\delta_{max}} (P_{m1} - P_e) d\delta = \text{area } bde = A_2 \quad (5.47)$$

El resultado es que el rotor oscila al punto b y el ángulo δ_{max} en cuyo punto

$$A_1 = A_2 \quad (5.48)$$

Esto se conoce como el criterio de área igual. El ángulo del rotor oscilaría entonces de ida y vuelta entre δ_0 y δ_{max} en su frecuencia natural. El amortiguamiento presente en la máquina provocará que estas oscilaciones disminuyan y la nueva operación en estado estacionario se establecería en el punto b.

5.5.1. Aplicación a un aumento repentino en la entrada de potencia

El criterio de área igual se utiliza para determinar la potencia adicional máxima P_m que se puede aplicar para mantener la estabilidad. Con un cambio repentino en la entrada de potencia, la estabilidad sólo se mantiene si el área A_2 al menos igual a A_1 se puede situar por encima de P_m . Si el área A_2 es menor que el área A_1 , el momento de aceleración nunca podrá ser superada. El límite de estabilidad se produce cuando δ_{max} está en la intersección de la línea P_m y la curva de ángulo de potencia para $90^\circ < \delta < 180^\circ$, como se muestra en la figura V.6.

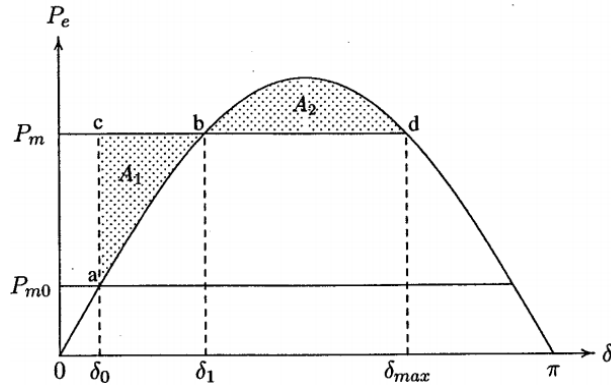


Figura V.6. Curva de ángulo de potencia con límite de estabilidad

$$P_m(\delta_1 - \delta_0) - \int_{\delta_0}^{\delta_1} P_{max} \sin \delta d\delta = \int_{\delta_1}^{\delta_{max}} P_{max} \sin \delta d\delta - P_m(\delta_{max} - \delta_1) \quad (5.49)$$

$$P_m = P_{max} \sin \delta_{max} \quad (5.50)$$

$$(\delta_{max} - \delta_0) \sin \delta_{max} + \cos \delta_{max} = \cos \delta_0 \quad (5.51)$$

5.6. Aplicación a Falla Trifásica

5.6.1. Cortocircuito en el extremo de la línea

Considere la figura 7 donde un generador está conectado a una barra de bus infinita a través de dos líneas paralelas. Supongamos que la potencia de entrada P_m es constante y la máquina está funcionando de manera constante, suministrando potencia al sistema con un ángulo de potencia δ_0 como se muestra en la figura 8, se produce una falla trifásica temporal en el extremo de envío de uno de los Línea en el bus 1.

Considere la figura V.7 donde un generador se conecta a un barraje infinito a través de dos líneas paralelas. Asuma que la potencia de entrada P_m es constante y la maquina está operando de forma

continua, entregando potencia al sistema con un ángulo de potencia δ_0 como se muestra en la figura V.10. Una falla trifásica temporal ocurre al final de una de las líneas paralelas del bus 1 en el punto F, cuando sucede se deja de transmitir potencia eléctrica al barraje infinito $P_e = 0$, teniendo en cuenta que las resistencias se desprecian, por lo que la curva potencia-ángulo corresponde al eje horizontal, provocando incremento en la velocidad de la máquina, almacenamiento de más energía cinética e incremento del ángulo δ .

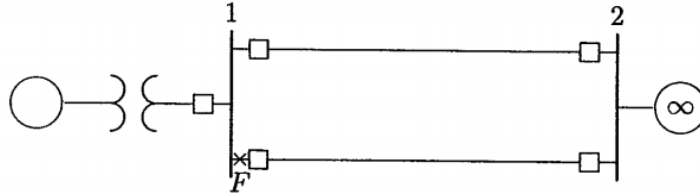


Figura V.7. Generador conectado a un barraje infinito por medio de líneas paralelas

Cuando la falla se despeja, se asume que ambas líneas se encuentran intactas. La falla se despeja en δ_1 , cuando cambia la operación de la curva original potencia-ángulo en el punto e. La potencia de la red es ahora desacelerada, y la energía cinética almacenada previamente se reduce a cero en el punto f donde el área sombreada (defg), mostrada por A_2 , igual al área sombreada (abcd), mostrada por A_1 . Desde que P_e sea más grande que P_m , el rotor se sigue desacelerando y el camino se retrae a lo largo de la curva potencia-ángulo pasando a través de los puntos e y a. El ángulo retórico debería volver a su estado original y progresivamente sobre δ_0 a su frecuencia nominal.

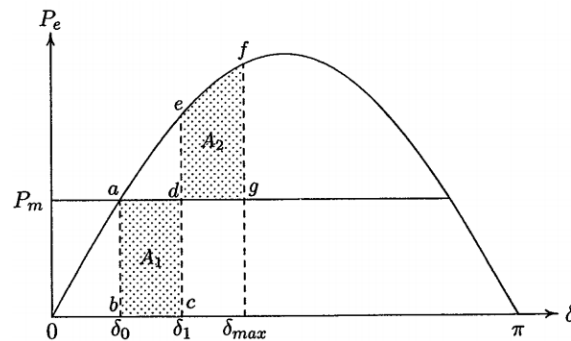


Figura V.8. Áreas dependiendo cambio de ángulos en la curva de ángulo de potencia

El ángulo crítico de despeje de falla se alcanza cuando cualquier adelanto se incrementa en δ_1 originando el área A_2 , representando energía desacelerante para convertirse menos que el área representada por la energía acelerante. Esto ocurre cuando δ_{max} , o el punto f, se interseca con la línea de P_m y la curva P_e , como se muestra en la figura V.9 y aplicando el criterio de áreas iguales se tiene:

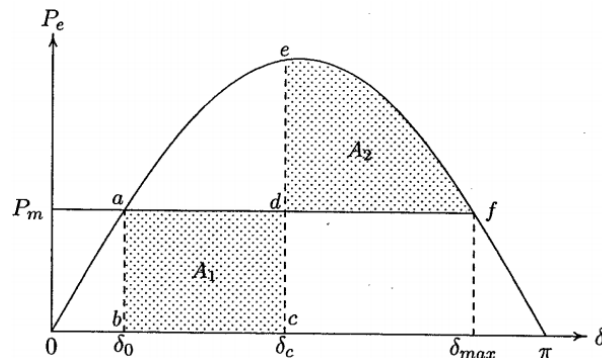


Figura V.9. Criterio áreas iguales aplicado a curva de ángulo de potencia

$$\int_{\delta_o}^{\delta_c} P_m d\delta = \int_{\delta_c}^{\delta_{max}} (P_{max} \sin \delta - P_m) d\delta \quad (5.52)$$

Integrando se obtienen las ecuaciones (5.53) y (5.54)

$$P_m(\delta_c - \delta_o) = P_{max}(\cos \delta_c - \cos \delta_{max}) - P_m(\delta_{max} - \delta_c) \quad (5.53)$$

$$\cos \delta_c = \frac{P_m}{P_{max}} (\delta_{max} - \delta_o) + \cos \delta_{max} \quad (5.54)$$

La aplicación del criterio de áreas iguales se hace posible para encontrar el ángulo critico de despeje para la maquina permanecer estable. Para encontrar el tiempo critico de despeje de falla, se necesita resolver la ecuación no lineal de oscilación. Para este caso particular donde la potencia eléctrica P_e durante la falla es cero, una solución analítica se puede hacer para obtener este tiempo. La ecuación de oscilación se convierte:

$$\begin{aligned} \frac{H}{\pi f_0} \frac{d^2 \delta}{dt^2} &= P_m \quad \therefore \quad \frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{\pi f_0}{H} P_m \\ \frac{d\delta}{dt} &= \frac{\pi f_0}{H} P_m \int_0^t dt = \frac{\pi f_0}{H} P_m t \quad \therefore \quad \delta = \frac{\pi f_0}{2H} P_m t^2 + \delta_o \\ t_c &= \sqrt{\frac{2H(\delta_c - \delta_o)}{\pi f_0 P_m}} \end{aligned} \quad (5.55)$$

Ahora se considera una falla alejada del bus 1 como se muestra en la figura V.10:

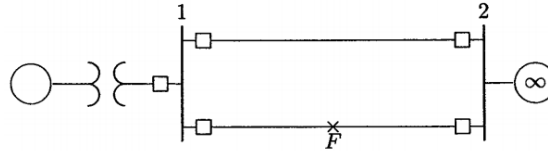


Figura V.10. Falla en la línea para el ejemplo

En la figura V.11 se muestran las diferentes curvas de potencia para antes, durante y después de la falla. La curva A representa las condiciones de pre falla.

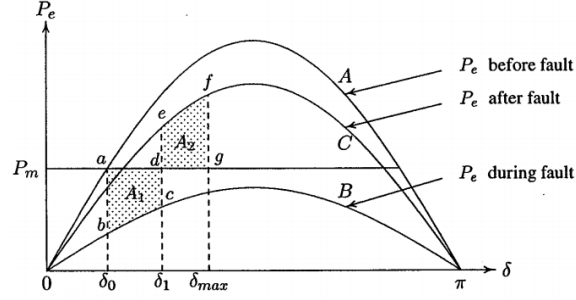


Figura V.11. Curvas de potencia para antes, durante y después de falla

Durante la falla la reactancia de transferencia entre la máquina y el bus infinito aumenta por lo que la capacidad de entregar potencia disminuye, esto se muestra en la curva B de la figura V.12, finalmente la curva C representa la curva después de la falla asumiendo que la línea fallada fue removida. El ángulo de despeje crítico se da cuando δ_1 causa el área 2 que representa la energía de desaceleración y se pueda convertir en menos que el área de energía de aceleración, esto se da en el punto f en δ_{max} que es la intersección con la línea P_m .

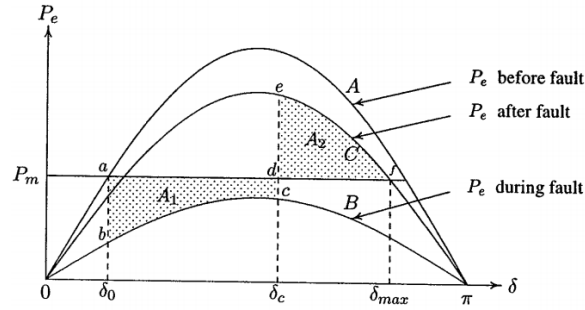


Figura V.12. Ángulo inicial, crítico y máximo para las curvas de potencia

Aplicando el criterio de áreas iguales en la figura V.9, se tiene:

$$P_m(\delta_c - \delta_0) - \int_{\delta_0}^{\delta_c} P_{2max} \sin \delta d\delta = \int_{\delta_c}^{\delta_{max}} P_{3max} \sin \delta d\delta - P_m(\delta_{max} - \delta_c)$$

Integrando y resolviendo para δ_c

$$\cos \delta_c = \frac{P_m(\delta_{max} - \delta_0) + P_{3max} \cos \delta_{max} - P_{2max} \cos \delta_0}{P_{3max} - P_{2max}} \quad (5.56)$$

5.7. Construcción de la curva de oscilación

La curva de oscilación de un sistema de potencia para varios tiempos de falla da la posibilidad de que se conozca el rango permisible de tiempos de fallo antes que se produzca una complicación grave en el sistema. La velocidad de actuación de los interruptores frente a una eventualidad está definida por los tiempos de interrupción y los relevos asociados a estos, normalmente son ciclos de 2, 3, 5 u 8. Antes que se genere la falla. Si la duración de los intervalos es pequeña, se obtiene mayor exactitud.

Para la obtención de esta curva se establecerá una serie de suposiciones debido a que si se quisiera realizar de manera exacta se debe de usar software especializado que permita la solución de estas ecuaciones de segundo grado:

Hipótesis (Se advierte que ninguna de las siguientes aproximaciones es real debido a que el ángulo presenta continuos cambios y P_a y ω están sujetos a dicha variación)

1. La velocidad angular es constante durante el intervalo e igual al valor calculado en la mitad de este
2. La potencia acelerante (P_a) calculada al inicio del intervalo es constante desde la mitad del intervalo calculado previamente hasta el calculado durante este intervalo.

Tomando en consideración las anteriores Hipótesis se procede a calcular los parámetros necesarios para la obtención de la curva de oscilación de manera manual.

- Velocidad angular: será el exceso de la velocidad angular ω sobre la velocidad angular de sincronismo ω_s . Dicho cambio de velocidad es ocasionado por la potencia acelerante que presenta el sistema (Constante en nuestro caso). Lo anterior se describe en la siguiente ecuación.

$$\omega = \frac{d^2\delta}{d^2t} \Delta t = \frac{P_{a(n-1)}}{M} \Delta t \quad (5.57)$$

- Variación en el ángulo con respecto al tiempo: la variación presente en el ángulo δ para cualquier intervalo es igual al producto entre el ω en el intervalo por el tiempo t .

$$\Delta\delta(n-1) = \delta(n-1) - \delta(n-2) \quad (5.58)$$

- Variación en el ángulo: Organizando las anteriores fórmulas, se despeja el $\Delta\delta$ que proporcionará el ángulo generado en este intervalo bajo las nuevas condiciones

$$\Delta\delta n = \Delta\delta(n-1) + \frac{P_{a(n-1)}}{M} (\Delta t)^2 \quad (5.59)$$

El ejemplo Número 4 de esta sección muestra el procedimiento mencionado anteriormente para la obtención de la curva de oscilación en un sistema de potencia (Nagrath, 2003)

5.8. Sistemas de potencia con presencia de múltiples máquinas

En los sistemas eléctricos de potencia reales se presentan varias máquinas conectadas a la misma red debido a la robustez que exige el mismo y que ostentan los mismos problemas de estabilidad transitoria que tiene una sola máquina conectada a un bus infinito. Para una simplificación correcta del problema se establecen las siguientes condiciones considerando que se presenta gran semejanza entre una red con múltiples máquinas y una máquina conectada a un bus infinito.

1. El ángulo del rotor de cada máquina conectada coincide con el ángulo de la tensión detrás de la reactancia de la máquina
2. Cada máquina síncrona está representada por una fuente de voltaje detrás de la reactancia transitoria en secuencia directa
3. Las acciones del gobernador se desprecian y se supone que la potencia de entrada durante todo el análisis

4. Se realiza un balance a las máquinas que pertenecen a la misma subestación, representándose en una máquina equivalente.
5. Utilizando los voltajes de bus predeterminados, todas las cargas del sistema se convierten en admitancias equivalentes a tierra y son constantes durante todo el análisis.
6. Las potencias asíncronas o de amortiguación no son tomadas en cuenta

El primer paso en un análisis de estabilidad transitoria es resolver el flujo de carga inicial que nos ayudará a determinar los ángulos de fase y las magnitudes de voltaje en cada bus de la red. Las corrientes antes de fallo están dada por:

$$I_i = \frac{S_i^*}{V_i^*} = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (5.60)$$

Donde:

- m es la cantidad de generadores
- V_i es el voltaje del terminal del n -ésimo generador
- P_i y Q_i son las potencias del generador real y reactiva.

$$E_i^1 = V_i + jX_d * I_i$$

Tomando el punto 5 de las hipótesis presentadas anteriormente, todas las cargas presentes en el sistema serán convertidas a un equivalente de admitancias por medio de la siguiente relación:

$$y_{io} = \frac{S_i^*}{|V_i|^2} = \frac{P_i - jQ_i}{|V_i|^2} \quad (5.61)$$

Aplicando la Ley de Ohm en el sistema se tiene que la corriente en cada nodo del sistema estará dada por:

$$I_{nodo} = Y_{nodo} * V_{nodo}$$

Donde:

- I_{nodo} es el vector de las corrientes de nodo inyectadas
- V_{nodo} es el vector de voltajes de nodo medidos desde nodo de referencia

Los elementos que se encuentran dentro de la diagonal de la matriz de admitancia de cada nodo son iguales a la suma de admitancias conectadas a ella, y fuera de la diagonal, serán la suma de elementos de las admitancias presentes entre los nodos. De lo anterior se tiene:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ I_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{nn} & y_{nm} \\ y_{tnm} & y_{mm} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_n \\ E_m \end{bmatrix} \quad (5.62)$$

Desarrollando la matriz anterior y en busca del valor de V_n ,

$$0 = Y_{nn} * V_n + Y_{nm} * E_m$$

$$I_m = Y_{nm}^t * V_n + Y_{mm} * E_m$$

Se obtiene por sustitución:

$$V_n = -Y_{nn}^{-1} Y_{nm} E_m \quad (5.63)$$

A partir de esta se sustituye el valor de V_n en I_m para hallar la ecuación:

$$I_m = (Y_{mm} - Y_{nm}^t * -Y_{nn}^{-1} * Y_{nm}) E_m \quad (5.64)$$

Teniendo el voltaje y la corriente de la matriz se establece la potencia de salida generada por cada máquina expresada en términos de voltaje interno de cada máquina:

$$S_{ei}^* = E_i^1 I_i^* \quad (5.65)$$

La potencia activa será modelada por:

$$P_{ei} = \Re[E_i^1 I_i^*] \quad (5.66)$$

Dónde:

$$I_i = \sum_{j=i}^m E_j' * Y_{ij}$$

Tomando los voltajes y las admitancias en forma polar y sustituyendo el valor de I_i dentro de la ecuación de potencia activa P_{ei} , se llega a la siguiente fórmula:

$$P_{ei} = \sum_{j=i}^m |E_i| |E_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (5.67)$$

A manera de ilustración se presenta el ejercicio 4.1

5.9. Voltaje de estabilidad

La inestabilidad en el Voltaje implica una disminución incontrolada del voltaje de forma monótona, desencadenada por una perturbación, que conduce al colapso de la tensión y es causada principalmente por las características y la dinámica de la carga conectada.

5.9.1. Curvas PV

Considere una carga conectada desde el bus infinito a través de la reactancia de transferencia X , como se muestra en la Figura V.13. La carga de potencia activa (Mw) aumenta en pequeños pasos mientras se mantiene el factor de potencia constante en la carga, La pendiente dv/dp se controla en cada paso y se verifica para ver si es negativa y tiene un valor por debajo del límite especificado. El punto de inflexión donde dv / dp es infinito da lugar a la carga crítica y cualquier carga que se conecte más allá de este límite genera inestabilidad de voltaje conllevando a que la carga y el voltaje disminuyen como se muestra en la figura 9.

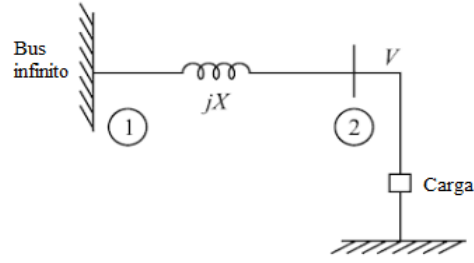


Figura V.13. Sistema de dos buses conectados

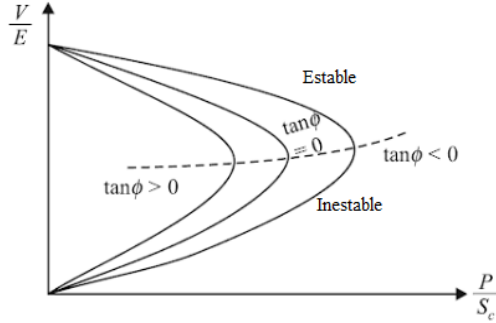


Figura V.14. Curva normalizada de P_v para diferentes

$$S_{12} = P_{12} + Q_{12} \quad (5.68)$$

$$P_{12} = |V_1|^2 G - |V_1||V_2|G \cos(\theta_1 - \theta_2) + |V_1||V_2|B \sin(\theta_1 - \theta_2) \quad (5.69)$$

$$Q_{12} = |V_1|^2 B - |V_1||V_2|G \cos(\theta_1 - \theta_2) - |V_1||V_2|G \sin(\theta_1 - \theta_2) \quad (5.70)$$

Tomando $G=0$, tenemos:

$$P_{12} = |V_1||V_2|B \sin(\theta_1 - \theta_2) \quad (5.71)$$

$$Q_{12} = |V_1|^2 B - |V_1||V_2|B \cos(\theta_1 - \theta_2) \quad (5.72)$$

De esto podemos obtener:

$$S_D = P_D + jQ_D = -(P_{21} + jQ_{21}) \quad (5.73)$$

$$P_D = -P_{21} = -|V_1||V_2|B \sin(\theta_2 - \theta_1) = |V_1||V_2|B \sin(\theta_1 - \theta_2) \quad (5.74)$$

$$Q_D = -Q_{21} = -|V_2|^2 B - |V_1||V_2|B \cos(\theta_1 - \theta_2) \quad (5.75)$$

Definiendo a $\theta_{12} = (\theta_1 - \theta_2)$

$$\begin{aligned} P_{12} &= |V_1||V_2|B \sin(\theta_{12}) \\ Q_D &= -|V_2|^2 B - |V_1||V_2|B \cos(\theta_{12}) \end{aligned}$$

De la figura 14 se puede expresar que:

$$S_D = |V_2||I|e^{j\theta} \quad (5.76)$$

$$S_D = |V_2||I|(\cos\phi + j\text{Sen}\phi) \quad (5.77)$$

Tomando $\beta = \tan \phi$

$$S_D = P_D(1 + j\beta)$$

Igualando las expresiones de $P_D = Q_D$, Tenemos:

$$(|V_2|^2)^2 + \left[\frac{2P_D\beta}{B} - |V_2|^2 + \frac{P_D}{B^2}(1 + \beta^2) \right] = 0 \quad (5.78)$$

Para esta ecuación cuadrática de $|V_2|^2$, podemos eliminar θ_{12} y resolviendo la ecuación de segundo orden, nos queda:

$$|V_2|^2 = \frac{1 - \beta P_b \pm \sqrt{1 - P_D(P_D + 2\beta)}}{2} \quad (5.79)$$

Como se ve en la ecuación, la tensión en el punto de carga está influenciada por la potencia entregada a la carga, la reactancia de la línea y el factor de potencia de la carga. El voltaje tiene dos soluciones; el valor positivo es la solución estable.

5.10. Ejemplos

1. Ejercicio de estabilidad transitoria presente en varias máquinas conectadas a la red: Se considera el siguiente esquema de conexión que consta de seis nodos en los cuales están presentes tres máquinas conectadas a los nodos 1, 2 y 3 como lo muestra la siguiente figura, para este sistema realice por medio de Matlab las curvas de oscilación del sistema y concluya si el sistema es o no estable para:

Tabla V.2. Datos ejemplo 1

No	Falla en barraje	Línea removida debido a la falla	Tiempo de despeje (seg)
1	5	1-5	0.2
2	5	1-5	0.5
3	4	1-4	0.2
4	4	1-4	0.5

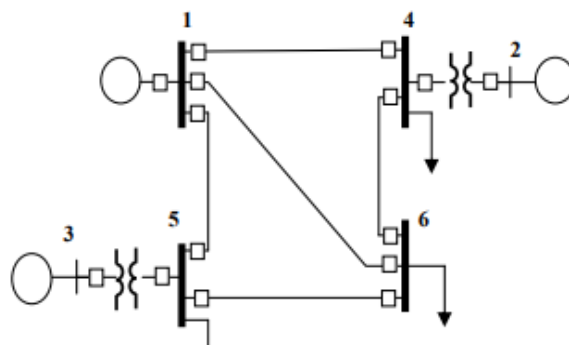


Figura V.15. Diagrama unifilar ejemplo 1

El sistema tiene un flujo de potencias como lo muestra la siguiente tabla:

Tabla V.3. Flujo de potencias sistema ejemplo 1

Barraje	Potencia activa (MW)	Potencia reactiva (Mvar)
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	100	70
5	90	30
6	160	110

El estudio de estabilidad transitoria para este caso se basa en la aplicación de una falla trifásica en la línea que une el barraje 1 con el baraje 3. Una falla sólida trifásica en el bus k en la red da como resultado $V_k = 0$. Cuando se despeja la falla, que puede implicar la eliminación de la línea defectuosa, la matriz de admitancia del bus se vuelve a calcular para reflejar el cambio en las redes. A continuación, se muestra la matriz de admitancias de barraje reducida después de la falla

Tabla V.4. Matriz de admitancias ejemplo 1 reducida después de la falla

Del barraje	Al barraje	R (p.u.)	X (p.u.)	$B/2$ (p.u.)
1	4	0.035	0.225	0.0065
1	5	0.025	0.105	0.0045
1	6	0.400	0.215	0.0055
2	4	0.000	0.035	0.0000
3	5	0.000	0.042	0.0000
4	6	0.028	0.125	0.0035
5	6	0.026	0.175	0.0300

Para el desarrollo de este ejercicio Se evaluarán la matriz de admitancias y la potencia eléctrica posterior a la falla del i -ésimo generador que se determina fácilmente a partir de la ecuación de Potencia activa P_{ei} . Utilizando la potencia posterior a la falla se continúa la simulación para determinar la estabilidad del sistema, este procedimiento se realiza hasta que las gráficas revelen una tendencia definida de estabilidad o inestabilidad. Por lo general, el generador de holgura se selecciona cuando se escoge la máquina de referencia. La solución se lleva a cabo para dos oscilaciones para mostrar que la segunda oscilación no es mayor que la primera. Si las diferencias de ángulo no aumentan, el sistema es estable. Si se presenta una diferencia, el sistema es inestable.

Con base en el procedimiento descrito anteriormente, se desarrolla un programa MATLAB para el análisis de estabilidad transitoria del sistema bajo prueba. El programa permite el análisis de la estabilidad transitoria del

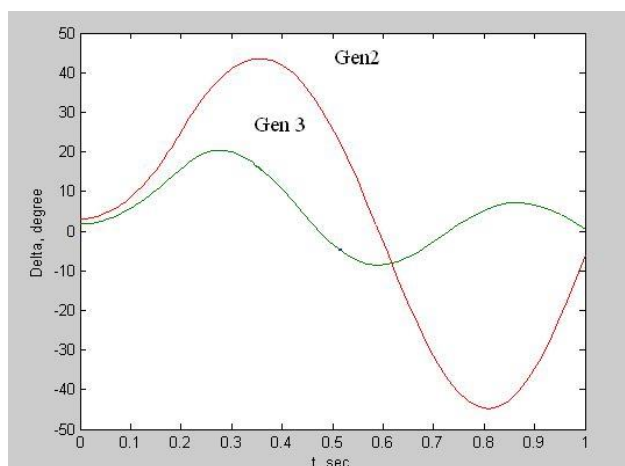
sistema multi-máquina sometido a una falla trifásica. De esto obtienen las curvas de ángulo de fase y oscilación de la máquina.

Tabla V.5. Datos fallo en barrajes para ejemplo 1

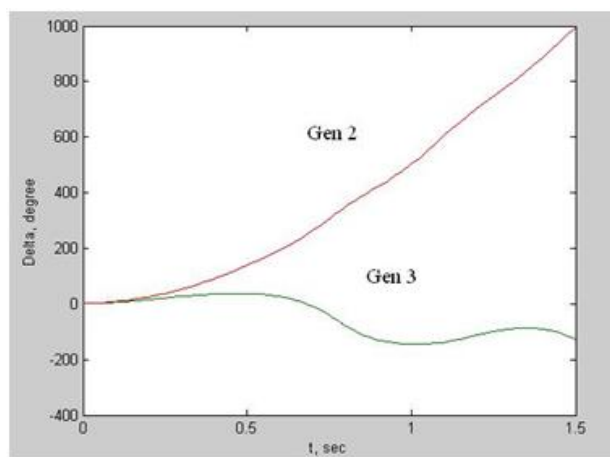
No	Falla en barraje	Línea removida debido a la falla	Tiempo de despeje	Análisis de estabilidad
1	5	1-5	0.2	Estable
2	5	1-5	0.5	Inestable
3	4	1-4	0.2	Estable
4	4	1-4	0.5	Inestable

Las gráficas generadas en MATLAB para cada uno de los casos son las siguientes:

1. Falla en barraje 5 con línea 1-5 removida y tiempo de despeje de 0,2 segundos



2. Falla en barraje 5 con línea 1-5 removida y tiempo de despeje de 0,5 segundos



3. Falla en barraje 4 con línea 1-4 removida y tiempo de despeje de 0,2 segundos

Solución:

- **Antes de falla**

$$P_{1e} = P_{1max} * \sin \delta_0$$

$$P_{1max} = \frac{V_1 V_2}{X_{12}}$$

Para determinar X_{12} se calcula la reactancia equivalente entre el nodo 1 y 2 del circuito mostrado anteriormente, por lo que se tiene:

$$X_{12} = 0,3 + 0,05 + \left(\frac{0,3 * 0,3}{0,3 + 0,3} \right) = 0,5$$

Conociendo X_{12} se puede hallar:

$$P_{1max} = \frac{(1,05) * (1)}{0,5} = 2,1$$

Como:

$$P_{1e} = \frac{90 \text{ MW}}{100 \text{ MVA}} = 0,9 \text{ pu}$$

Entonces:

$$0,9 = 2,1 * \sin \delta_0$$

$$\sin \delta_0 = 0,42857$$

$$\delta_0 = 25,3769^\circ \approx 0,44291 \text{ rad}$$

Teniendo en cuenta:

$$P_a = P_m - P_{1e}$$

$$P_a = 0,9 - 0,9$$

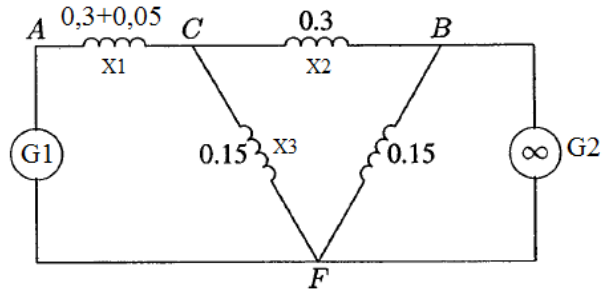
$$P_a = 0$$

- **Durante falla**

$$P_{2e} = P_{2max} * \sin \delta_0$$

$$P_{2max} = \frac{V_1 V_2}{X_{12}}$$

Para determinar X_{12} primero se debe convertir el circuito en estrella visto en AFB a un delta equivalente, como se muestra a continuación:



$$X_a = \frac{(R_1 * R_2) + (R_2 * R_3) + (R_1 * R_3)}{R_1}$$

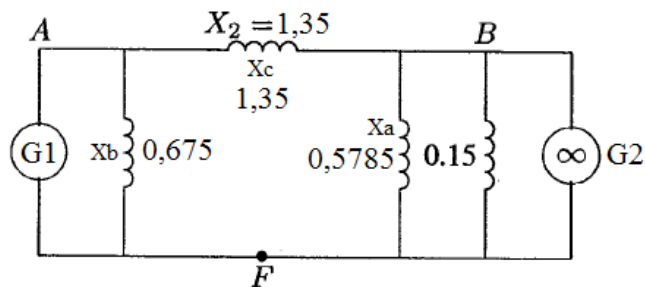
$$X_a = \frac{(0,35 * 0,3) + (0,3 * 0,15) + (0,35 * 0,15)}{0,35} = 0,5785$$

$$X_b = \frac{(R_1 * R_2) + (R_2 * R_3) + (R_1 * R_3)}{R_2}$$

$$X_b = \frac{(0,35 * 0,3) + (0,3 * 0,15) + (0,35 * 0,15)}{0,3} = 0,675$$

$$X_c = \frac{(R_1 * R_2) + (R_2 * R_3) + (R_1 * R_3)}{R_3}$$

$$X_c = \frac{(0,35 * 0,3) + (0,3 * 0,15) + (0,35 * 0,15)}{0,15} = 1,35$$



Al realizar el equivalente anterior, se determina que la reactancia entre el nodo 1 y 2 del circuito es:

$$X_{12} = 1,35$$

Conociendo X_{12} se puede hallar:

$$P_{2max} = \frac{(1,05) * (1)}{1,35} = 0,7777$$

Como:

$$P_{2e} = P_{2max} * \sin \delta_0$$

Entonces:

$$P_{2e} = 0,7777 * \sin 25,3769^\circ$$

$$P_{2e} = 0,3333$$

Teniendo en cuenta:

$$P_a = P_m - P_{1e}$$

$$P_a = 0,9 - 0,3333$$

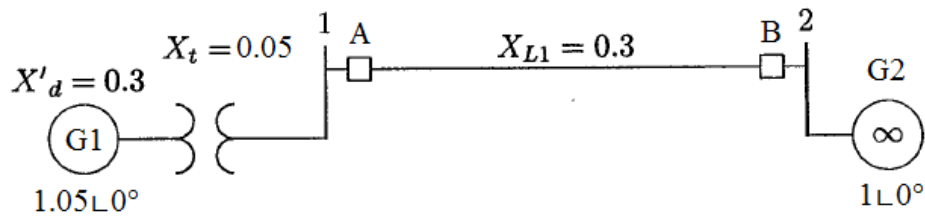
$$P_a = 0,5666$$

- Después de falla

$$P_{3e} = P_{3max} * \sin \delta$$

$$P_{3max} = \frac{V_1 V_2}{X_{12}}$$

Para determinar X_{12} se debe tener en cuenta que los interruptores C y D están abiertos. Por lo que X_{12} se calcula hallando la reactancia equivalente entre el nodo 1 y 2 del siguiente circuito:



$$X_{12} = 0,3 + 0,05 + 0,3 = 0,65$$

Conociendo X_{12} se puede hallar:

$$P_{3max} = \frac{(1,05) * (1)}{0,65} = 1,6153$$

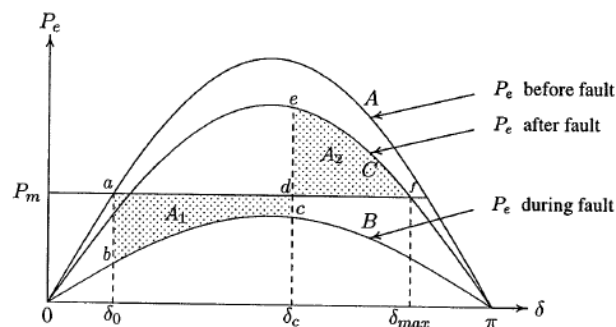
Entonces:

$$0,9 = 1,6153 * \sin \delta$$

$$\sin \delta = 0,5571$$

$$\delta = 33,858^\circ \approx 0,5909 \text{ rad}$$

- Tiempo crítico t_c y ángulo crítico δ_c



$$\delta_{max} = 180^\circ - 33,858^\circ = 146,142^\circ \approx 2,55065 \text{ rad}$$

Teniendo en cuenta la figura anterior:

$$\cos \delta_c = \frac{P_m * (\delta_{max} - \delta_0) + P_{3max} * \cos \delta_{max} - P_{2max} * \cos \delta_0}{P_{3max} - P_{2max}}$$

$$\cos \delta_c = \frac{0,9 * (2,55065 - 0,44291) + (1,6153 * \cos 146,142^\circ) - (0,7777 * \cos 25,3769^\circ)}{1,6153 - 0,7777}$$

$$\cos \delta_c = -0,17558$$

$$\delta_c = 100,113^\circ \approx 1,7473 \text{ rad}$$

Conociendo δ_c se puede hallar:

$$t_c = \sqrt{\frac{2 * H * (\delta_c - \delta_0)}{\pi * f * P_m}}$$

$$t_c = \sqrt{\frac{2 * 5 * (1,7473 - 0,44291)}{\pi * 60 * 0,9}} = 0,2772 \text{ s}$$

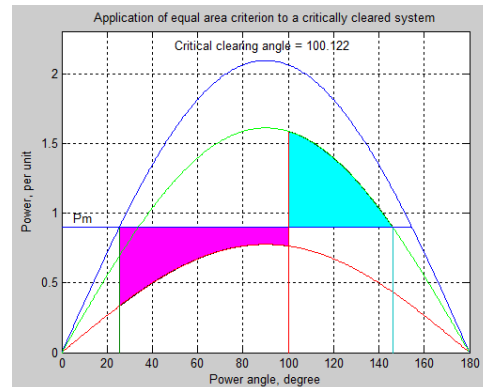
Con algunos de los resultados obtenidos anteriormente y con ayuda del entorno matemático Matlab, se logró obtener la curva de P_m vs δ .

Para el desarrollo de las gráficas se utilizó Matlab incluyendo el código y obteniendo la respectiva grafica de resultado relacionado a continuación:

1. Análisis antes de falla

```
Generator output power in p.u. Pm = 0.9
Generator e.m.f. in p.u. E = 1.05
Infinite bus-bar voltage in p.u. V = 1
Reactance before Fault in p.u. X1 = 0.5
Reactance during Fault in p.u. X2 = 1.35
Reactance after Fault in p.u. X3 = 0.65

Initial power angle      = 25.377
Maximum angle swing      = 146.142
Critical clearing angle = 100.122
```



La curva de color azul representa el comportamiento antes de la falla, la de color rojo representa el comportamiento durante la falla y la de color verde representa el comportamiento después de la falla. Con esto se puede observar que la potencia antes de la falla es mayor que la potencia después de la falla, y ésta a su vez es mayor que la potencia durante la falla.

Además, con la gráfica anterior se puede verificar que los ángulos hallados corresponden a:

$$\delta_0 = 25.377^\circ$$

$$\delta_{max} = 146.142^\circ$$

$$\delta_c = 100.122^\circ$$

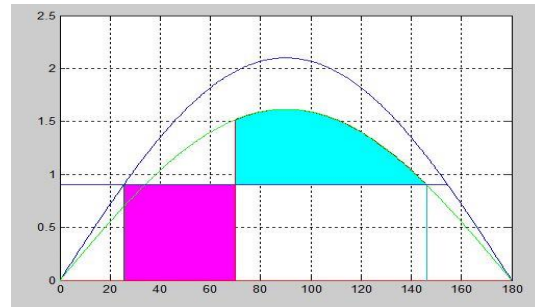
2. Durante Falla

```
>> eacfault
Generator output power in p.u. Pm = 0.9
Generator e.m.f. in p.u. E = 1.05
Infinite bus-bar voltage in p.u. V = 1
Reactance before Fault in p.u. X1 = 0.5
Reactance during Fault in p.u. X2 = inf
Reactance after Fault in p.u. X3 = 0.65

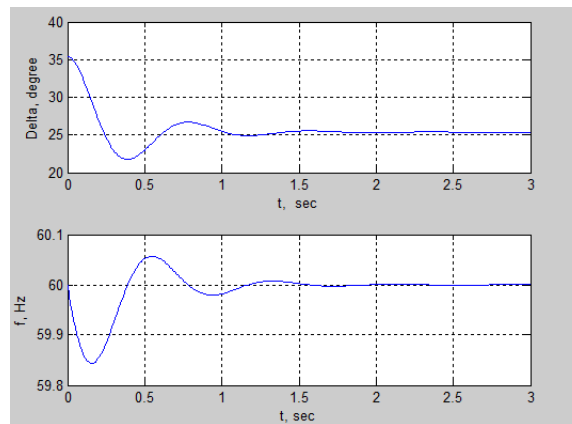
For this case tc can be found from analytical formula.
To find tc enter Inertia Constant H, (or 0 to skip) H = 5

Initial power angle      = 25.377
Maximum angle swing      = 146.142
Critical clearing angle   = 69.886

Critical clearing time    = 0.214 sec.
```

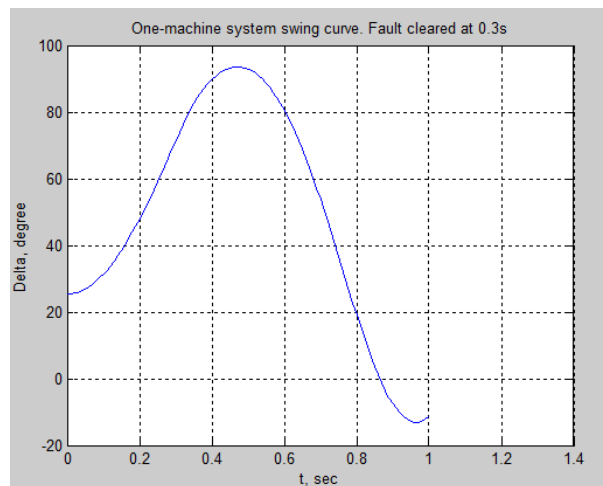


Adicionalmente se puede tener graficar la respuesta del ángulo y la frecuencia en función del tiempo.



La anterior respuesta muestra que una pequeña perturbación será seguida por una oscilación amortiguada relativamente lenta, antes de que se reanude el funcionamiento en estado estacionario.

Curva de oscilación: Para el sistema cuando el interruptor C se abre en 0.3 segundos.



3. Una falla trifasica ocurre en la línea 1-5 cerca al bus 5 y es despejada por la apertura simultanea de los disyuntores en ambos extremos de la línea. Use MATLAB para realizar un analisis de estabilidad transitoria. Y determine la estabilidad del sistema para:
- cuando la falla es despejada en 0.2 s
 - cuando la falla es despejada en 0.4 s
 - repita la simulacion para determinar el tiempo critico de despeje

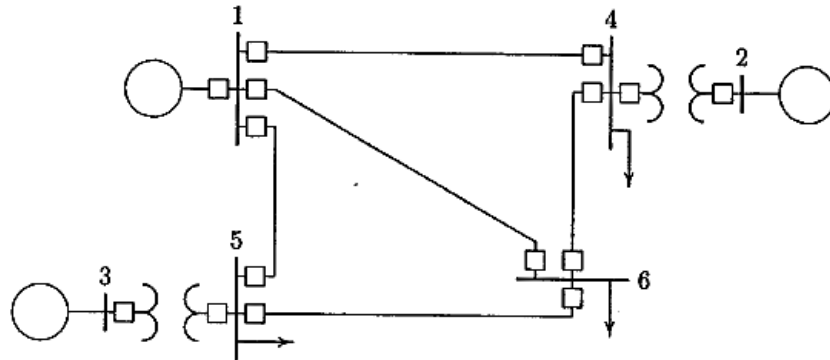


Figura V.17. Diagrama unifilar ejemplo 3

Solución

Power Flow Solution by Newton-Raphson Method
Maximum Power Mismatch = 1.80187e-07
No. of Iterations = 4

Bus No.	Voltage Mag.	Angle Degree	-----Load-----		---Generation---		Injected Mvar
			MW	Mvar	MW	Mvar	
1	1.060	0.000	0.000	0.000	105.287	107.335	0.000
2	1.040	1.470	0.000	0.000	150.000	99.771	0.000
3	1.030	0.800	0.000	0.000	100.000	35.670	0.000
4	1.008	-1.401	100.000	70.000	0.000	0.000	0.000
5	1.016	-1.499	90.000	30.000	0.000	0.000	0.000
6	0.941	-5.607	160.000	110.000	0.000	0.000	0.000
Total			350.000	210.000	355.287	242.776	0.000

Prefault reduced bus admittance matrix

Ybf =

```

0.3517 - 2.8875i    0.2542 + 1.1491i    0.1925 + 0.9856i
0.2542 + 1.1491i    0.5435 - 2.8639i    0.1847 + 0.6904i
0.1925 + 0.9856i    0.1847 + 0.6904i    0.2617 - 2.2835i

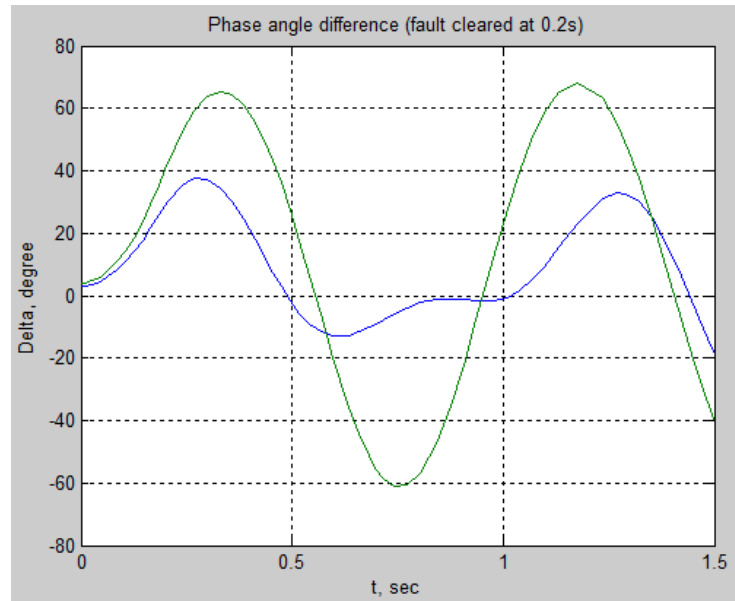
```

```

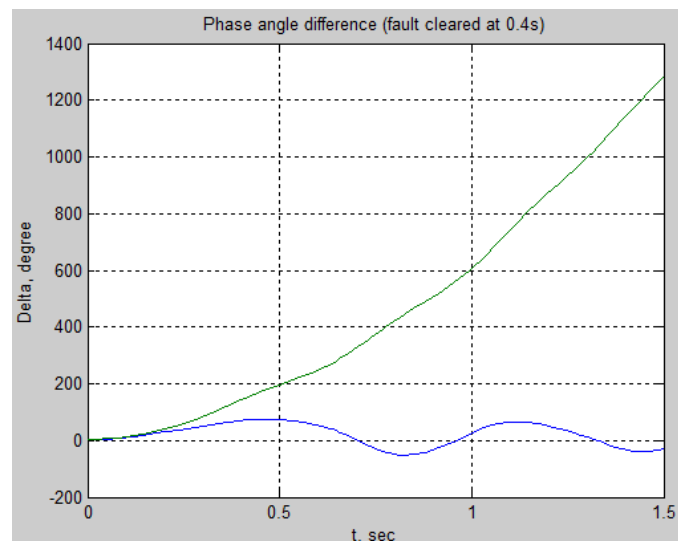
G(i)    E'(i)    d0(i)    Pm(i)
1       1.2781    8.9421    1.0529
2       1.2035    11.8260   1.5000
3       1.1427    13.0644   1.0000

```

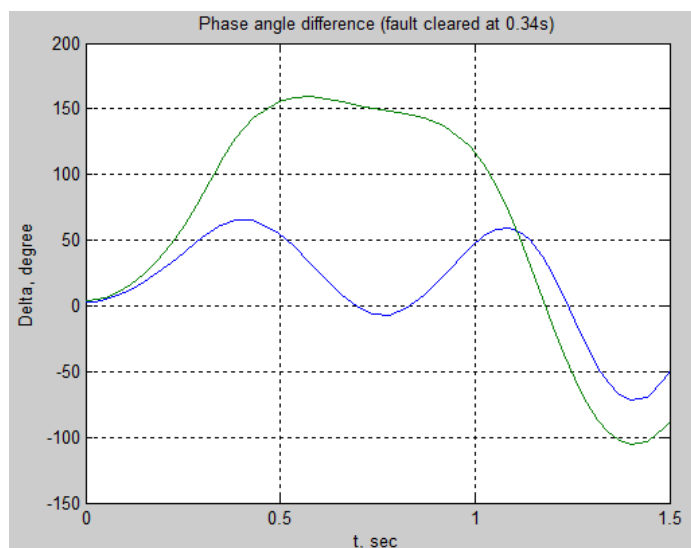
a) cuando la falla es despejada en 0.2 s



b) cuando la falla es despejada en 0.4 s



c) cuando la falla es despejada en el tiempo critico de despeje 0.34 s



4. Un motor síncrono toma 30% de la potencia máxima de estado estable, de un bus infinito. Si la carga del motor aumenta bruscamente en 100% ¿se perdería el sincronismo? Si no ¿cuál es la máxima excursión del Angulo del par respecto a la nueva posición del rotor en estado estable?

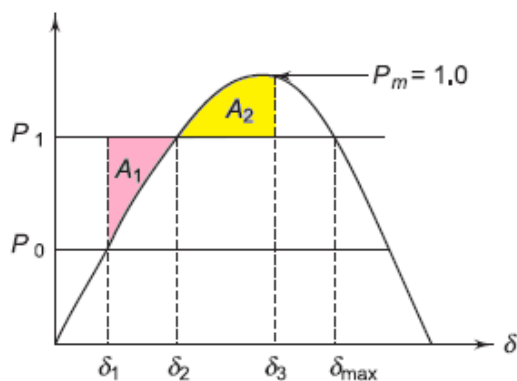


Figura V.18. Gráfica P-δ ejemplo 4

$$P_0 = 0.3 \quad P_0 = \text{sen} \delta_1$$

$$\delta_1 = 17,5^\circ$$

$$P_1 = 0.6 = 100\% \text{ de } 0.3 \text{ mas } 0.3$$

$$P_1 = \text{sen} \delta_2 = 0.6 \quad \delta_2 = 36,9^\circ$$

$$A_1 = 0.6 * (\delta_2 - \delta_1) - \int_{\delta_1}^{\delta_2} \text{sen } \delta \, d\delta = 0,049$$

$$A_2 = \int_{\delta_2}^{\delta_3} \text{sen } \delta \, d\delta - 0,6(\delta_3 - \delta_2)$$

$$A_2 - A_1 = \int_{\delta_2}^{\delta_3} \text{sen } \delta \, d\delta - 0,6(\delta_3 - \delta_2) - 0,049 = 0$$

$$A_2 - A_1 = \cos\delta_3 + 0,6\delta_3 = 1,1371$$

$$\delta_3 = 58^\circ$$

$$\delta_{max} = 180 - \delta_2 = 143,1^\circ$$

$$A_{2max} = \int_{\delta_2}^{\delta_{max}} \text{sen } \delta \, d\delta - 0,6(\delta_{max} - \delta_2) = 0,487$$

$$A_{2max} > A_1 \text{ sistema es estable}$$

Máxima excursión de Angulo = $\delta_2 - \delta_2 = 21,1^\circ$

5. Un generador representado por una fuente de voltaje de 1.05 pu en serie con una reactancia transitoria de 0,15j pu y constante de inercia H=4 s se conecta a un sistema de inercia infinita por una línea de transmisión. La reactancia en serie de la línea es 0,3j pu mientras que el sistema de inercia infinito se representa por una fuente de voltaje de 1 pu en serie con una reactancia transitoria de j0,2 pu. El generador transmite una potencia activa de 1 pu cuando la falla trifásica se presenta en sus terminales, si la falla se desconecta en 100 milisegundos determine si el sistema permanecerá estable calcular la curva de oscilación.

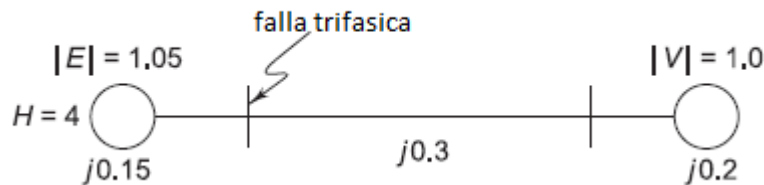


Figura V.19. Diagrama unifilar ejemplo 5.

Pre falla $X = 0,15 + 0,3 + 0,2 = 0,65$

$$P_{e1} = \frac{1 * 1,05}{0,65} \text{sen } \delta = 1,615 \text{sen } \delta = 1$$

$$\delta = 38,3^\circ$$

Durante la falla
después de la falla

$$P_{e2} = 0$$

$$P_{e3} = P_{e1} = 1,615 \text{sen } \delta$$

$$M = \frac{GH}{180f} = \frac{1 * 4}{180 * 50} = 4,44 * 10^{-4} \frac{\text{seg}^2}{\text{grados electricos}}$$

Se utilizará un $\Delta t = 0,05$ para realizar el método de Runge-Kutta

$$\frac{\Delta t^2}{M} = \frac{0,05^2}{4,44 * 10^{-4}} = 1,41$$

$$\delta_m = \pi - \text{sen}^{-1}\left(\frac{1}{1,615}\right) = 141,7^\circ$$

Tabla V.6. Resultados ejemplo 5

t	Pmax	Pe	Pa	1,41*Pa	$\Delta\delta$	δ
0	1,615	1	0	0	0	38,3
0	0	0	1	1,41		38,3
0			0,5	0,705	0,705	38,3
0,025	0	0	1	1,41	2,115	39,005
0,05	0	0	1	1,41	3,525	41,12
0,075	0	0	1	1,41	4,935	44,645
0,1	0	0	1	1,41		49,58
0,1	1,615	1,23	-0,23			49,58
0,1			0,385	0,54285	5,47785	49,58
0,125	1,615	1,32386516	-0,32387	-0,45664988	5,02120012	55,05785
0,15	1,615	1,39974379	-0,39974	-0,56363875	4,45756137	60,0790501
0,175	1,615	1,45811921	-0,45812	-0,64594809	3,81161329	64,5366115
0,2	1,615	1,50105117	-0,50105	-0,70648216	3,10513113	68,3482248
0,225	1,615	1,53112502	-0,53113	-0,74888627	2,35624486	71,4533559
0,25	1,615	1,55094978	-0,55095	-0,77683919	1,57940567	73,8096008
0,275	1,615	1,56277217	-0,56277	-0,79350876	0,78589691	75,3890064
0,3	1,615	1,56821297	-0,56821	-0,80118029	- 0,01528339	76,1749033
0,325	1,615	1,56810997	-0,56811	-0,80103506	- 0,81631845	76,15962
0,35	1,615	1,5624467	-0,56245	-0,79304984	- 1,60936829	75,3433015
0,375	1,615	1,55035373	-0,55035	-0,77599875	- 2,38536705	73,7339332

Los resultados de la tabla anterior, se grafican encontrando que el sistema es estable para las condiciones dadas.

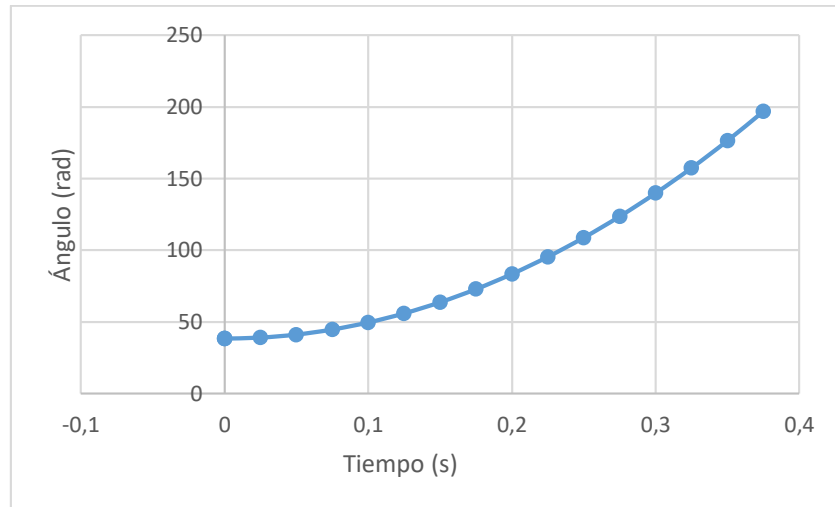


Figura V.20. Curva δ -t para el ejemplo 4.

6. Para el sistema mostrado en la figura 1, hacer análisis de flujo de carga, estudio de cortocircuito y análisis de estabilidad transitoria, para una falla al 50% de la línea 2 con:

- Falla trifásica.
- Falla línea a tierra.
- Falla línea a línea.
- Falla línea a línea – tierra.

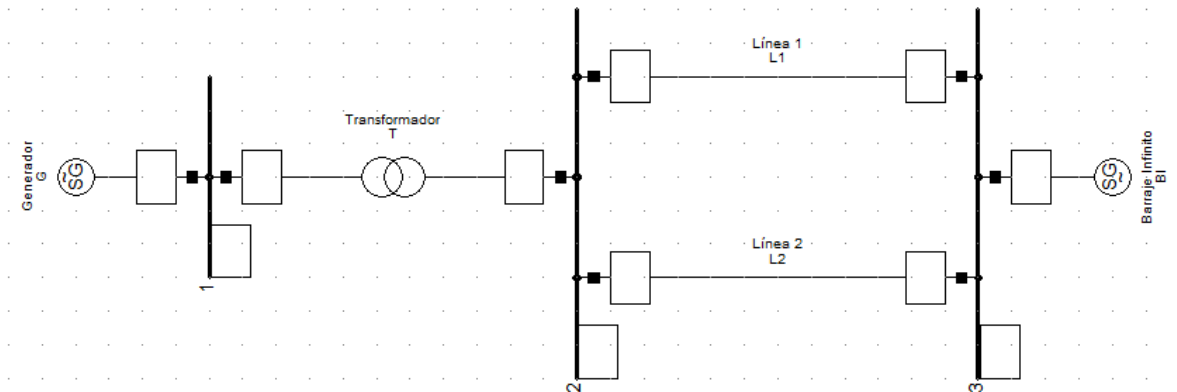


Figura V.21. Sistema de potencia de estudio. [Digsilent]

El generador está inyectando $S_1 = 80 \text{ MW} + j60 \text{ MVAR}$ al barraje 1 y la magnitud del voltaje en el barraje 2 es $|V_2| = 116,27 \text{ kV}$. Los valores nominales de los elementos del sistema son:

Generador:

$$\begin{aligned}
 S_g &= 100 \text{ MVA} \\
 V_g &= 13 \text{ kV} \\
 H &= 5 \text{ seg} \\
 X_{g1} &= X_{g2} = 0,3 \text{ p.u.} \\
 X_{g0} &= 0,15 \text{ p.u.}
 \end{aligned}$$

Transformador:

$$\begin{aligned}
 S_t &= 100 \text{ MVA} \\
 V_t &= 13/110 \text{ kV} \\
 \Delta Y_{\text{aterrizado}}
 \end{aligned}$$

$$X_{t1} = X_{t2} = X_{t3} = 0,1 \text{ p.u.}$$

Líneas 1 y 2:

$$\begin{aligned}
 S_l &= 100 \text{ MVA} \\
 V_l &= 110 \text{ kV}
 \end{aligned}$$

$$X_{l1} = X_{l2} = 0,25 \text{ p.u.}$$

$$X_{l0} = 0,60 \text{ p.u.}$$

Barraje infinito:

$$\begin{aligned}
 V_b &= 110 \angle 0 \text{ kV} \\
 H &= \infty \\
 X_{b1} &= X_{b2} = X_{b0} = 0,1 \text{ p.u.}
 \end{aligned}$$

Nota: Para poder simular el barraje infinito en Digsilent, se debe conectar una máquina síncrona en la que se ha configurado una constante de inercia muy grande. Sin embargo, el programa requiere incorporar los valores de las reactancias de la máquina de forma obligatoria, porque de lo contrario arroja error, por consiguiente, será necesario incluirla en los cálculos de cortocircuito y estabilidad.

FLUJO DE CARGA

El flujo de carga previo a la ocurrencia de la falla, será el mismo en todos los casos sin importar el tipo de falla y permitirá conocer el punto de operación del sistema en condiciones normales.

La S_{base} es de 100 MVA y las tensiones base del sistema son $V_{base1} = 13 \text{ kV}$ para la zona del generador y $V_{base2} = 110 \text{ kV}$ para el resto de la red. Por lo tanto, el voltaje en el barraje 2 en por unidad es:

$$|V_2| \text{ (p.u.)} = \frac{116,27 \text{ kV}}{110 \text{ kV}} = 1,057 \text{ p.u.}$$

La potencia S_1 en por unidad:

$$S_1 \text{ (p.u.)} = \frac{80 \text{ MW} + j60 \text{ MVAR}}{100 \text{ MVA}} = 0,8 \text{ p.u.} + j0,6 \text{ p.u.}$$

El voltaje del barraje infinito:

$$V_1 \text{ (p.u.)} = \frac{110 \text{ kV}}{110 \text{ kV}} = 1 \angle 0^\circ \text{ p.u.}$$

El diagrama de reactancias de la red para hacer el flujo de carga, es el que se muestra en la figura 22.

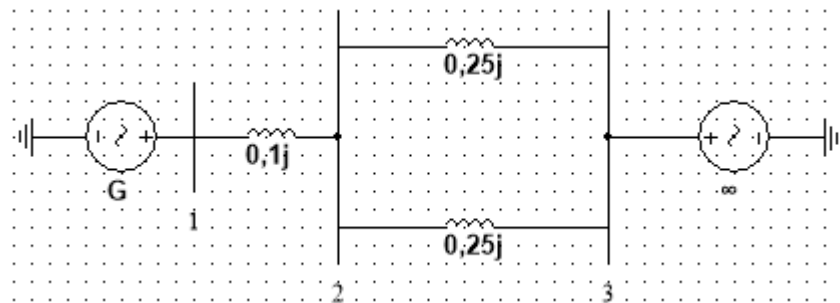


Figura V.22. Diagrama de reactancias. [Multisim]

La Ybus del sistema es la que sigue:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} -10j & 10j & 0 \\ 10j & -18j & 8j \\ 0 & 8j & -8j \end{bmatrix}$$

Los nodos del sistema se han clasificado de acuerdo a la información suministrada como se puede observar en la tabla 1:

Tabla 1. Nodos del sistema.

Nodo	Tipo	P (p.u.)	Q (p.u.)	V (p.u.)	δ
1	PQ	+0,8	+0,6	-	-
2	PV	0	-	1,057	-
3	Slack	-	-	1,0	0°

Se procederá a aplicar el método de NR con las siguientes condiciones iniciales: $V1^{(0)} = 1 \angle 0^\circ$, $V2^{(0)} = 1,057 \angle 0^\circ$, $V3 = 1 \angle 0^\circ$ y $E \leq 0,00001$.

Ecuaciones de potencia:

$$P1 = |V1|^2 G11 + |V1||V2||Y12|\cos(\theta12 + \delta2 - \delta1) + |V1||V3||Y13|\cos(\theta13 + \delta3 - \delta1)$$

$$Q1 = -|V1|^2 B11 - |V1||V2||Y12|\sin(\theta12 + \delta2 - \delta1) - |V1||V3||Y13|\sin(\theta13 + \delta3 - \delta1)$$

$$P2 = |V2||V1||Y21|\cos(\theta21 + \delta1 - \delta2) + |V2|^2 G22 + |V2||V3||Y23|\cos(\theta23 + \delta3 - \delta2)$$

El jacobiano es:

$$\text{Jacobiano} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P1}{\partial \delta1} & \frac{\partial P1}{\partial \delta2} & \frac{\partial P1}{\partial |V1|} \\ \frac{\partial P2}{\partial \delta1} & \frac{\partial P2}{\partial \delta2} & \frac{\partial P2}{\partial |V1|} \\ \frac{\partial Q1}{\partial \delta1} & \frac{\partial Q1}{\partial \delta2} & \frac{\partial Q1}{\partial |V1|} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial P1}{\partial \delta1} = |V1||V2||Y12|\sin(\theta12 + \delta2 - \delta1) + |V1||V3||Y13|\sin(\theta13 + \delta3 - \delta1)$$

$$\frac{\partial P1}{\partial \delta2} = -|V1||V2||Y12|\sin(\theta12 + \delta2 - \delta1)$$

$$\frac{\partial P1}{\partial |V1|} = 2|V1|G11 + |V2||Y12|\cos(\theta12 + \delta2 - \delta1) + |V3||Y13|\cos(\theta13 + \delta3 - \delta1)$$

$$\frac{\partial P2}{\partial \delta1} = -|V2||V1||Y21|\sin(\theta21 + \delta1 - \delta2)$$

$$\frac{\partial P2}{\partial \delta2} = |V2||V1||Y21|\sin(\theta21 + \delta1 - \delta2) + |V2||V3||Y23|\sin(\theta23 + \delta3 - \delta2)$$

$$\frac{\partial P2}{\partial |V1|} = |V2||Y21|\cos(\theta21 + \delta1 - \delta2)$$

$$\frac{\partial Q1}{\partial \delta1} = |V1||V2||Y12|\cos(\theta12 + \delta2 - \delta1) + |V1||V3||Y13|\cos(\theta13 + \delta3 - \delta1)$$

$$\frac{\partial Q1}{\partial \delta2} = -|V1||V2||Y12|\cos(\theta12 + \delta2 - \delta1)$$

$$\frac{\partial Q1}{\partial |V1|} = 2|V1|B11 - |V2||Y12|\text{sen}(\theta12 + \delta2 - \delta1) - |V3||Y13|\text{sen}(\theta13 + \delta3 - \delta1)$$

Se determina el error entre la potencia programada y la potencia calculada con las condiciones iniciales.

$$\begin{bmatrix} P1 \\ P2 \\ Q1 \end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0,57 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P1 \\ \Delta P2 \\ \Delta Q1 \end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0,8 \\ 0 \\ 1,17 \end{bmatrix}$$

Se procede a iterar.

$$J^{(1)} = \begin{bmatrix} 10,57 & -10,57 & 0 \\ -10,57 & 19,02 & 0 \\ 0 & 0 & 9,43 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta1 \\ \Delta \delta2 \\ \Delta |V1| \end{bmatrix}^{(1)} = J^{(1)-1} \begin{bmatrix} \Delta P1 \\ \Delta P2 \\ \Delta Q1 \end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0,170 \\ 0,094 \\ 0,124 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \delta1 \\ \delta2 \\ |V1| \end{bmatrix}^{(1)} = \begin{bmatrix} \delta1 \\ \delta2 \\ |V1| \end{bmatrix}^{(0)} + \begin{bmatrix} \Delta \delta1 \\ \Delta \delta2 \\ \Delta |V1| \end{bmatrix}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0,170 \\ 0,094 \\ 1,127 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V1 \\ V2 \\ V3 \end{bmatrix}^{(1)} = \begin{bmatrix} 1,127 \angle 9,757^\circ \\ 1,057 \angle 5,420^\circ \\ 1 \angle 0^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} P1 \\ P2 \\ Q1 \end{bmatrix}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0,898 \\ -0,099 \\ 0,788 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P1 \\ \Delta P2 \\ \Delta Q1 \end{bmatrix}^{(1)} = \begin{bmatrix} -0,098 \\ 0,099 \\ -0,188 \end{bmatrix} > \epsilon$$

Para la segunda iteración.

$$J^{(2)} = \begin{bmatrix} 11,84 & -11,84 & 0,79 \\ -11,84 & 20,26 & -0,79 \\ 0,89 & -0,89 & 11,94 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta1 \\ \Delta \delta2 \\ \Delta |V1| \end{bmatrix}^{(2)} = J^{(2)-1} \begin{bmatrix} \Delta P1 \\ \Delta P2 \\ \Delta Q1 \end{bmatrix}^{(1)} = \begin{bmatrix} -0,007 \\ -0,0001 \\ -0,015 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \delta1 \\ \delta2 \\ |V1| \end{bmatrix}^{(2)} = \begin{bmatrix} \delta1 \\ \delta2 \\ |V1| \end{bmatrix}^{(1)} + \begin{bmatrix} \Delta \delta1 \\ \Delta \delta2 \\ \Delta |V1| \end{bmatrix}^{(2)} = \begin{bmatrix} 0,163 \\ 0,094 \\ 1,108 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V1 \\ V2 \\ V3 \end{bmatrix}^{(2)} = \begin{bmatrix} 1,108 \angle 9,348^\circ \\ 1,057 \angle 5,428^\circ \\ 1 \angle 0^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} P1 \\ P2 \\ Q1 \end{bmatrix}^{(2)} = \begin{bmatrix} 0,801 \\ -0,001 \\ 0,602 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P1 \\ \Delta P2 \\ \Delta Q1 \end{bmatrix}^{(2)} = \begin{bmatrix} -0,0011 \\ 0,0011 \\ -0,0027 \end{bmatrix} > \epsilon$$

Para la tercera iteración.

$$J^{(3)} = \begin{bmatrix} 11,69 & -11,60 & 0,72 \\ -11,69 & 20,11 & -0,72 \\ 0,80 & -0,80 & 11,63 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta 1 \\ \Delta \delta 2 \\ \Delta |V1| \end{bmatrix}^{(3)} = J^{(3)-1} \begin{bmatrix} \Delta P1 \\ \Delta P2 \\ \Delta Q1 \end{bmatrix}^{(2)} = \begin{bmatrix} -8,373 * 10^{-5} \\ 9,532 * 10^{-10} \\ -0,0002 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \delta 1 \\ \delta 2 \\ |V1| \end{bmatrix}^{(3)} = \begin{bmatrix} \delta 1 \\ \delta 2 \\ |V1| \end{bmatrix}^{(2)} + \begin{bmatrix} \Delta \delta 1 \\ \Delta \delta 2 \\ \Delta |V1| \end{bmatrix}^{(3)} = \begin{bmatrix} 0,163 \\ 0,094 \\ 1,087 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V1 \\ V2 \\ V3 \end{bmatrix}^{(3)} = \begin{bmatrix} 1,087 \angle 9,343^\circ \\ 1,057 \angle 5,428^\circ \\ 1 \angle 0^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} P1 \\ P2 \\ Q1 \end{bmatrix}^{(3)} = \begin{bmatrix} 0,800 \\ -1,975 * 10^{-7} \\ 0,600 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P1 \\ \Delta P2 \\ \Delta Q1 \end{bmatrix}^{(3)} = \begin{bmatrix} -1,975 * 10^{-7} \\ 1,975 * 10^{-7} \\ -5,693 * 10^{-7} \end{bmatrix} < \epsilon$$

Entonces los valores de tensión en las barras son:

$$V1 = 1,087 \angle 9,343^\circ, \quad V2 = 1,057 \angle 5,428^\circ, \quad V3 = 1 \angle 0^\circ$$

Las potencias complejas en las barras son:

$$S1 = V1(V1Y11 + V2Y12 + V3Y13)^* = 0,800 + 0,600j = 80MW + j60MVAR$$

$$S2 = V2(V1Y21 + V2Y22 + V3Y23)^* = 0 + 0j = 0MW + 0MVAR$$

$$S3 = V3(V1Y31 + V2Y33 + V3Y33)^* = -0,800 - 0,418j = -80W - j41,8MVAR$$

Flujos a través de las líneas:

$$S12 = V1(V1 - V2)*y12^* = 0,800 + 0,600j = 80MW + j60MVAR$$

$$S21 = V2(V2 - V1)*y21^* = -0,800 - 0,518j = -80MW - j51,8MVAR$$

$$S23 = V2(V2 - V3)*y23^* = 0,800 + 0,519j = 80MW + j51,9MVAR$$

$$S32 = V3(V3 - V2)*y32^* = -0,800 - 0,418j = -80MW - j41,8MVAR$$

Pérdidas en las líneas:

$$SL12 = S12 + S21 = 0,081j = j8,1MVAR$$

$$SL23 = S23 + S32 = 0,101j = j10,1\text{MVAR}$$

$$\text{Pérdidas totales del sistema} = SL12 + SL23 = 0,182 = j18,2\text{MVAR}$$

Simulación en Digsilent

En la Figura 23, se puede observar el flujo de carga en el software Digsilent, donde se muestran los resultados de la siguiente forma:

-La flecha al final de cada línea, representa la dirección del flujo de potencia activa.

-Para las líneas, las cajas conectadas a los interruptores (al comienzo y final de la línea), muestran el flujo de potencia entre líneas. El primer valor corresponde a la potencia activa y el segundo a la reactiva.

-Para las barras, la caja conectada al interruptor donde va la carga o el generador, muestra como primer valor la potencia activa y como segundo valor la potencia reactiva. El valor de tensión y ángulo (en grados) en la barra, se puede observar en la caja adherida a la barra.

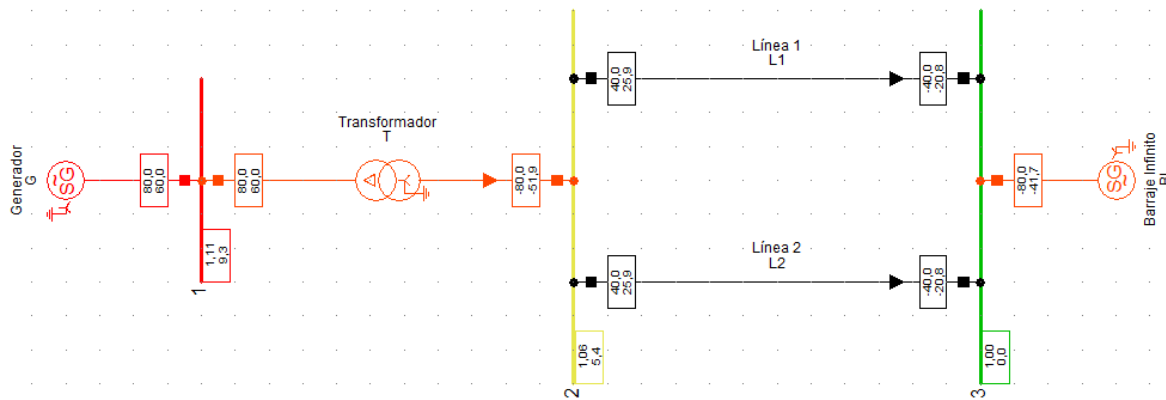


Figura V.23. Flujo de carga en Digsilent.

El reporte arrojado por la simulación es el que sigue:

Los voltajes en magnitud y ángulo son:

	rtd.V	Bus - voltage			Voltage - Deviation [%]				
	[kV]	[p.u.]	[kV]	[deg]	-10	-5	0	+5	+10
1	13,00	1,109	14,41	9,35					
2	110,00	1,057	116,25	5,43					
3	110,00	1,000	110,00	0,00					

Los flujos de potencia a través del sistema son:

Grid: Falla trifásica System Stage: Falla trifásica Study Case: Study C									
	rated	Bus-voltage			Active	Reactive	Power		
	Voltage				Power	Power	Factor	Current	Loading
	[kV]	[p.u.]	[kV]	[deg]	[MW]	[Mvar]	[-]	[kA]	[%]
1									
	13,00	1,11	14,41	9,35					
	Cub_2 /Sym	Generador			80,00	60,00	0,80	4,01	100,00
	Cub_1 /Tr2	Transformador			80,00	60,00	0,80	4,01	90,21
2									
	110,00	1,06	116,25	5,43					
	Cub_1 /Lne	Línea 1			40,00	25,93	0,84	0,24	45,09
	Cub_2 /Lne	Línea 2			40,00	25,93	0,84	0,24	45,09
	Cub_3 /Tr2	Transformador			-80,00	-51,86	-0,84	0,47	90,21
3									
	110,00	1,00	110,00	0,00					
	Cub_3 /Sym	Barraje Infinito			-80,00	-41,69	-0,89	0,47	90,21
	Cub_1 /Lne	Línea 1			-40,00	-20,85	-0,89	0,24	45,09
	Cub_2 /Lne	Línea 2			-40,00	-20,85	-0,89	0,24	45,09

La potencia total generada y las pérdidas son las que siguen:

Volt. Level	Generation [MW]/[Mvar]	Motor Load [MW]/[Mvar]	Load [MW]/[Mvar]	Compensation [MW]/[Mvar]	External Infeed [MW]/[Mvar]	Interchange to	Power Interchange [MW]/[Mvar]	Total Losses [MW]/[Mvar]
13,00	80,00	0,00	0,00	0,00	0,00			0,00
	60,00	0,00	0,00	0,00	0,00			0,00
						110,00 kV	80,00	0,00
							60,00	8,14
110,00	-80,00	0,00	0,00	0,00	0,00			0,00
	-41,69	0,00	0,00	0,00	0,00			10,17
						13,00 kV	-80,00	0,00
							-51,86	8,14
Total:	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00
	18,31	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	18,31

Las tablas 2 y 3, muestran una comparación entre los datos suministrados por el simulador y los calculados previamente.

Tabla 2. Comparación Voltajes.

	Cálculos		Simulación	
	V	δ°	V	δ°
1	1,087	9,343	1,109	9,35
2	1,057	5,428	1,057	5,43
3	1	0	1	0

Tabla 3. Comparación Flujos de potencia.

	Cálculos		Simulación	
	P1 (MW)	Q1 (MVAR)	P1 (MW)	Q1 (MVAR)
S1	80	60	80	60
S2	0	0	--	--
S3	-80	-41,8	-80	-41,69
S12	80	60	80	60
S21	-80	-51,8	-80	-51,86
S23L1	80	51,9	40	25,93
S23L2			40	25,93
S32L1	-80	-41,8	-40	-20,85
S32L1			-40	-20,85
Pérdidas totales	0	18,2	0	18,31

Como en el nodo 2 no existe ningún elemento externo a la red que esté demandando o suministrando potencia al sistema, en la simulación no puede apreciarse que la potencia neta inyectada a la red a través de esa barra es 0.

Los flujos de 2 a 3 y 3 a 2 calculados, se han hecho para la línea equivalente, pero en la simulación pueden apreciarse por medio de ambas líneas que finalmente suman el total de la línea equivalente.

ESTUDIO DE CORTOCIRCUITO

Para los estudios de cortocircuito se ignorará la corriente que circula previa a la falla. El voltaje pre-falla en el punto F (50% de la línea) se ha hallado a través de la simulación en Digsilent, agregando el nodo intermedio, como se muestra en la figura 24. Para el cálculo de fallas en Digsilent, se optó por escoger el método ANSI.

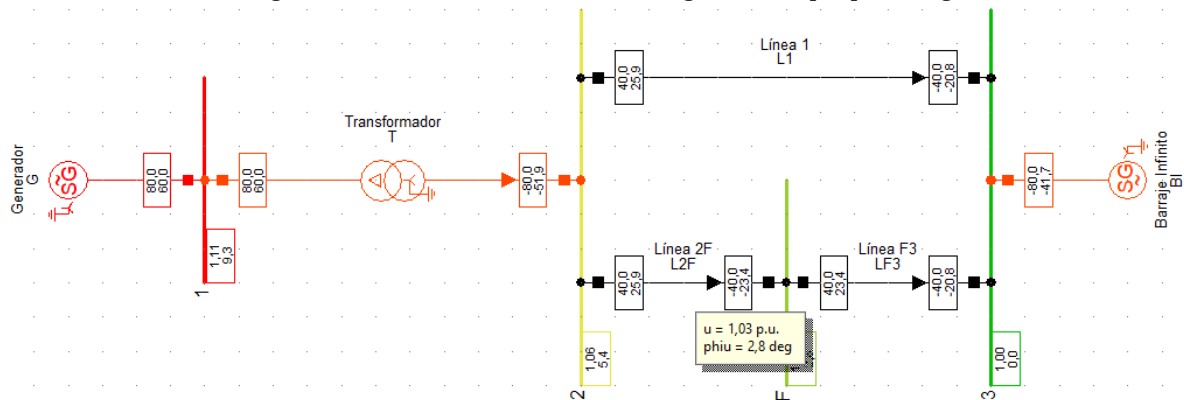


Figura V.24. Flujo para hallar el voltaje prefalla. [Digsilent]

$$V_{pf} = 1,027 \angle 2,79^\circ$$

Redes de secuencia

Red de Sec (+)

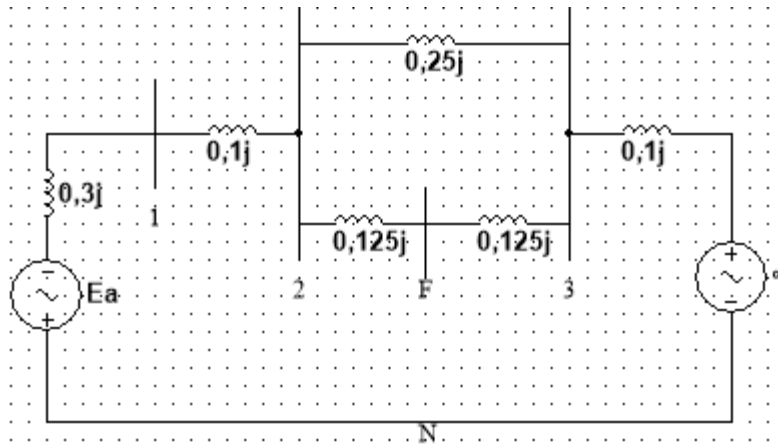


Figura V.25. Red de secuencia positiva. [Multisim]

Las matrices de admitancia e impedancia de secuencia (+) son,

$$Y_{bus}^{(+)} = \begin{bmatrix} -13,33j & 10j & 0 & 0 \\ 10j & -22j & 4j & 8j \\ 0 & 4j & -22j & 8j \\ 0 & 8j & 8j & -16j \end{bmatrix}$$

$$Z_{bus}^{(+)} = \begin{bmatrix} 0,156j & 0,108j & 0,048j & 0,078j \\ 0,108j & 0,144j & 0,064j & 0,104j \\ 0,048j & 0,064j & 0,084j & 0,074j \\ 0,078j & 0,104j & 0,074j & 0,151j \end{bmatrix}$$

Red de Sec (-)

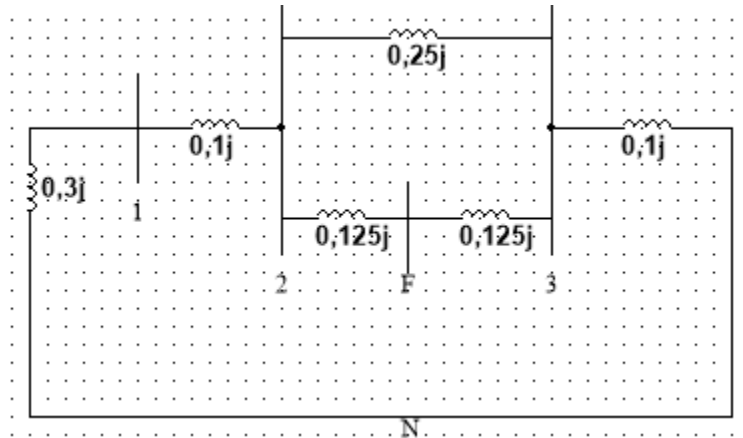


Figura V.26. Red de secuencia negativa. [Multisim]

Las matrices de admitancia e impedancia de secuencia (+) son,

$$Y_{bus}^{(-)} = \begin{bmatrix} -13,33j & 10j & 0 & 0 \\ 10j & -22j & 4j & 8j \\ 0 & 4j & -22j & 8j \\ 0 & 8j & 8j & -16j \end{bmatrix}$$

$$Z_{bus}^{(-)} = \begin{bmatrix} 0,156j & 0,108j & 0,048j & 0,078j \\ 0,108j & 0,144j & 0,064j & 0,104j \\ 0,048j & 0,064j & 0,084j & 0,074j \\ 0,078j & 0,104j & 0,074j & 0,1515j \end{bmatrix}$$

Red de Sec (0)

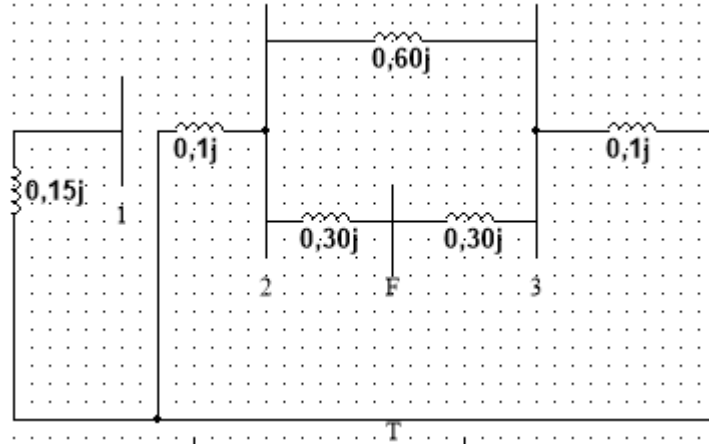


Figura V.27. Red de secuencia cero. [Multisim]

$$Y_{bus}^{(0)} = \begin{bmatrix} -6,66j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -15j & 1,666j & 3,333j \\ 0 & 1,666j & -15j & 3,333j \\ 0 & 3,333j & 3,333j & -6,666j \end{bmatrix}$$

$$Z_{bus}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0,15j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,08j & 0,02j & 0,05j \\ 0 & 0,02j & 0,08j & 0,05j \\ 0 & 0,05j & 0,05j & 0,2j \end{bmatrix}$$

a) Para una falla trifásica en el punto F.

$$I_f^{(F)} = I_a^{(F)} = I_{a1}^{(F)} = \frac{V_{pf}}{Z_{44Th}^{(1)}} = \frac{1,027 \angle 2,79^\circ}{0,1515j} = 6,778 \angle -87,21^\circ$$

$$I_{a0}^{(F)} = I_{a2}^{(F)} = 0$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I_a^{(F)} \\ I_b^{(F)} \\ I_c^{(F)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 \angle 240^\circ & 1 \angle 120^\circ \\ 1 & 1 \angle 120^\circ & 1 \angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 6,778 \angle -87,21^\circ \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6,778 \angle -87,21^\circ \\ 6,778 \angle 152,79^\circ \\ 6,778 \angle 32,79^\circ \end{bmatrix} p. u. \left(\frac{100 MVA}{\sqrt{3} 110 kV} \right) \\ &= \begin{bmatrix} 3,557 \angle -87,21^\circ \\ 3,557 \angle 152,79^\circ \\ 3,557 \angle 32,79^\circ \end{bmatrix} kA \end{aligned}$$

Tensiones en las barras.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_{a0}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1,027 \angle 2,79^\circ \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,078j & 0 \\ 0 & 0 & 0,078j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ I_{a1}^{(F)} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,498 \angle 2,79^\circ \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} V_a^{(1)} \\ V_b^{(1)} \\ V_c^{(1)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 \angle 240^\circ & 1 \angle 120^\circ \\ 1 & 1 \angle 120^\circ & 1 \angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0,498 \angle 2,79^\circ \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,498 \angle 2,79^\circ \\ 0,498 \angle -117,21^\circ \\ 0,498 \angle 122,79^\circ \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} Va0^{(2)} \\ Va1^{(2)} \\ Va2^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,027\angle 2,79^\circ \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,05 & 0 & 0 \\ 0 & 0,104j & 0 \\ 0 & 0 & 0,104j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ Ia1^{(F)} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,321\angle 2,79^\circ \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Va^{(2)} \\ Vb^{(2)} \\ Vc^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1\angle 240^\circ & 1\angle 120^\circ \\ 1 & 1\angle 120^\circ & 1\angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0,321\angle 2,79^\circ \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,321\angle 2,79^\circ \\ 0,321\angle -117,21^\circ \\ 0,321\angle 122,79^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Va0^{(3)} \\ Va1^{(3)} \\ Va2^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,027\angle 2,79^\circ \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,05j & 0 & 0 \\ 0 & 0,074j & 0 \\ 0 & 0 & 0,074j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ Ia1^{(F)} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,525\angle 2,79^\circ \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Va^{(3)} \\ Vb^{(3)} \\ Vc^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1\angle 240^\circ & 1\angle 120^\circ \\ 1 & 1\angle 120^\circ & 1\angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0,525\angle 2,79^\circ \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,525\angle 2,79^\circ \\ 0,525\angle -117,21^\circ \\ 0,525\angle 122,79^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Va0^{(F)} \\ Va1^{(F)} \\ Va2^{(F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,027\angle 2,79^\circ \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,2j & 0 & 0 \\ 0 & 0,1515j & 0 \\ 0 & 0 & 0,1515j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ Ia1^{(F)} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Va^{(F)} \\ Vb^{(F)} \\ Vc^{(F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1\angle 240^\circ & 1\angle 120^\circ \\ 1 & 1\angle 120^\circ & 1\angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Contribuciones de Corriente

$$\begin{bmatrix} Ia0^{(12)} \\ Ia1^{(12)} \\ Ia2^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10j & 0 \\ 0 & 0 & 10j \end{bmatrix} [Va012^{(1)} - Va012^{(2)}] = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,762\angle 92,79^\circ \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ia^{(12)} \\ Ib^{(12)} \\ Ic^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1\angle 240^\circ & 1\angle 120^\circ \\ 1 & 1\angle 120^\circ & 1\angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1,762\angle 92,79^\circ \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,762\angle 92,79^\circ \\ 1,762\angle -27,21^\circ \\ 1,762\angle -147,21^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ia0^{(23)} \\ Ia1^{(23)} \\ Ia2^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,666j & 0 & 0 \\ 0 & 4j & 0 \\ 0 & 0 & 4j \end{bmatrix} [Va012^{(2)} - Va012^{(3)}] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,813\angle -87,21^\circ \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ia^{(23)} \\ Ib^{(23)} \\ Ic^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1\angle 240^\circ & 1\angle 120^\circ \\ 1 & 1\angle 120^\circ & 1\angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0,813\angle -87,21^\circ \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,813\angle -87,21^\circ \\ 0,813\angle 152,79^\circ \\ 0,813\angle 32,79^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ia0^{(2F)} \\ Ia1^{(2F)} \\ Ia2^{(2F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,333j & 0 & 0 \\ 0 & 8j & 0 \\ 0 & 0 & 8j \end{bmatrix} [Va012^{(2)} - Va012^{(F)}] = \begin{bmatrix} 0 \\ 2,575\angle 92,79^\circ \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ia^{(2F)} \\ Ib^{(2F)} \\ Ic^{(2F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1\angle 240^\circ & 1\angle 120^\circ \\ 1 & 1\angle 120^\circ & 1\angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2,575\angle 92,79^\circ \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,575\angle 92,79^\circ \\ 2,575\angle -27,21^\circ \\ 2,575\angle -147,21^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ia0^{(3F)} \\ Ia1^{(3F)} \\ Ia2^{(3F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,333j & 0 & 0 \\ 0 & 8j & 0 \\ 0 & 0 & 8j \end{bmatrix} [Va012^{(3)} - Va012^{(F)}] = \begin{bmatrix} 0 \\ 4,202\angle 92,79^\circ \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ia^{(3F)} \\ Ib^{(3F)} \\ Ic^{(3F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1\angle 240^\circ & 1\angle 120^\circ \\ 1 & 1\angle 120^\circ & 1\angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 4,202\angle 92,79^\circ \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,202\angle 92,79^\circ \\ 4,202\angle -27,21^\circ \\ 4,202\angle -147,21^\circ \end{bmatrix}$$

Simulación en Digsilent

En la figura 28 puede observarse que la corriente de falla subtransitoria, tiene un valor de 3,558 kA, que es prácticamente igual a los 3,557 kA calculados.

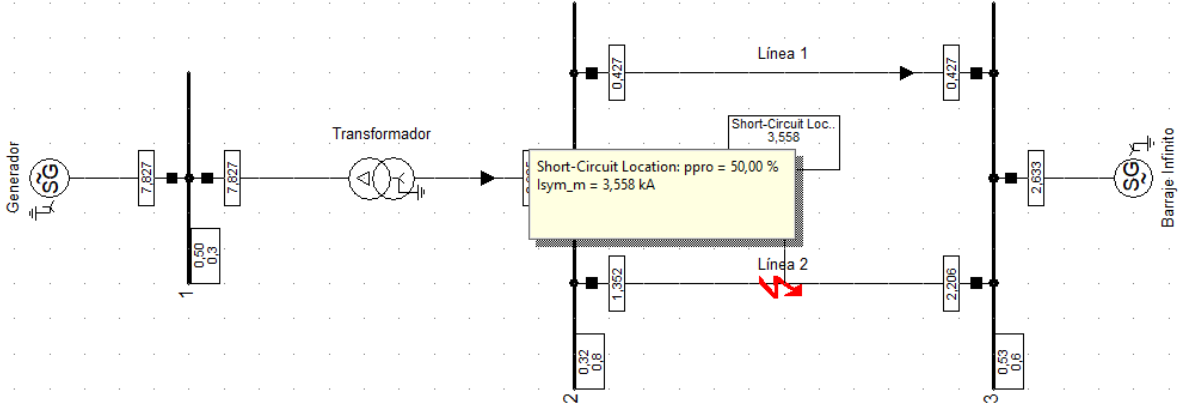


Figura V.28. Corriente de cortocircuito falla trifásica. [Digsilent]

b) Para una falla LT en el punto F.

$$I_f^{(F)} = I_a^{(F)} = 3I_{a0}^{(F)} = 3I_{a1}^{(F)} = 3I_{a2}^{(F)} = \frac{3V_{pf}}{Z_{44Th}^{(0)} + Z_{44Th}^{(1)} + Z_{44Th}^{(2)}} \\ = \frac{3 * (1,027 \angle 2,79^\circ)}{0,2j + 0,1515j + 0,1515j} = 6,125 \angle -87,21^\circ$$

$$I_{a0}^{(F)} = I_{a1}^{(F)} = I_{a2}^{(F)} = \frac{I_f^{(F)}}{3} = \frac{I_a^{(F)}}{3} = \frac{6,125 \angle -87,21^\circ}{3} = 2,041 \angle -87,21^\circ$$

$$\begin{bmatrix} I_a^{(F)} \\ I_b^{(F)} \\ I_c^{(F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 \angle 240^\circ & 1 \angle 120^\circ \\ 1 & 1 \angle 120^\circ & 1 \angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2,041 \angle -87,21^\circ \\ 2,041 \angle -87,21^\circ \\ 2,041 \angle -87,21^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6,125 \angle -87,21^\circ \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} p.u. \left(\frac{100 MVA}{\sqrt{3} 110 kV} \right) \\ = \begin{bmatrix} 3,214 \angle -87,21^\circ \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} kA$$

Tensiones en las barras.

$$\begin{bmatrix} V_{a0}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,027 \angle 2,79^\circ \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,078j & 0 \\ 0 & 0 & 0,078j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0}^{(F)} \\ I_{a0}^{(F)} \\ I_{a0}^{(F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,867 \angle 2,79^\circ \\ 0,159 \angle -177,21^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(1)} \\ V_b^{(1)} \\ V_c^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 \angle 240^\circ & 1 \angle 120^\circ \\ 1 & 1 \angle 120^\circ & 1 \angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0,867 \angle 2,79^\circ \\ 0,159 \angle -177,21^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,708 \angle 2,79^\circ \\ 0,957 \angle -108,92^\circ \\ 0,957 \angle 114,50^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{a0}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,027 \angle 2,79^\circ \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,05 & 0 & 0 \\ 0 & 0,104j & 0 \\ 0 & 0 & 0,104j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0}^{(F)} \\ I_{a0}^{(F)} \\ I_{a0}^{(F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,102 \angle 92,79^\circ \\ 0,814 \angle 2,79^\circ \\ 0,212 \angle -177,21^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a^{(2)} \\ V_b^{(2)} \\ V_c^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 \angle 240^\circ & 1 \angle 120^\circ \\ 1 & 1 \angle 120^\circ & 1 \angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,102 \angle 92,79^\circ \\ 0,814 \angle 2,79^\circ \\ 0,212 \angle -177,21^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,610 \angle 12,40^\circ \\ 0,842 \angle -108,14^\circ \\ 1,036 \angle 109,68^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Va0^{(3)} \\ Va1^{(3)} \\ Va2^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,027\angle 2,79^\circ \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,05j & 0 & 0 \\ 0 & 0,074j & 0 \\ 0 & 0 & 0,074j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Ia0^{(F)} \\ Ia0^{(F)} \\ Ia0^{(F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,102\angle -177,21^\circ \\ 0,875\angle 2,79^\circ \\ 0,151\angle -177,21^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Va^{(3)} \\ Vb^{(3)} \\ Vc^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1\angle 240^\circ & 1\angle 120^\circ \\ 1 & 1\angle 120^\circ & 1\angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,102\angle -177,21^\circ \\ 0,875\angle 2,79^\circ \\ 0,151\angle -177,21^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,622\angle 2,79^\circ \\ 1,003\angle -114,78^\circ \\ 1,003\angle 120,36^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Va0^{(F)} \\ Va1^{(F)} \\ Va2^{(F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,027\angle 2,79^\circ \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,2j & 0 & 0 \\ 0 & 0,1515j & 0 \\ 0 & 0 & 0,1515j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Ia0^{(F)} \\ Ia0^{(F)} \\ Ia0^{(F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,408\angle -177,21^\circ \\ 0,717\angle 2,79^\circ \\ 0,309\angle -177,21^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Va^{(F)} \\ Vb^{(F)} \\ Vc^{(F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1\angle 240^\circ & 1\angle 120^\circ \\ 1 & 1\angle 120^\circ & 1\angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,408\angle -177,21^\circ \\ 0,717\angle 2,79^\circ \\ 0,309\angle -177,21^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,079\angle -121,76^\circ \\ 1,079\angle 127,34^\circ \end{bmatrix}$$

Contribuciones de Corriente

$$\begin{bmatrix} Ia0^{(12)} \\ Ia1^{(12)} \\ Ia2^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10j & 0 \\ 0 & 0 & 10j \end{bmatrix} [Va012^{(1)} - Va012^{(2)}] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,530\angle 92,79^\circ \\ 0,530\angle 92,79^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ia^{(12)} \\ Ib^{(12)} \\ Ic^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1\angle 240^\circ & 1\angle 120^\circ \\ 1 & 1\angle 120^\circ & 1\angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0,530\angle 92,79^\circ \\ 0,530\angle 92,79^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,061\angle 92,79^\circ \\ 1,530\angle -87,21^\circ \\ 1,530\angle -87,21^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ia0^{(23)} \\ Ia1^{(23)} \\ Ia2^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,666j & 0 & 0 \\ 0 & 4j & 0 \\ 0 & 0 & 4j \end{bmatrix} [Va012^{(2)} - Va012^{(3)}] = \begin{bmatrix} 0,240\angle 137,79^\circ \\ 0,245\angle -87,21^\circ \\ 0,245\angle -87,21^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ia^{(23)} \\ Ib^{(23)} \\ Ic^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1\angle 240^\circ & 1\angle 120^\circ \\ 1 & 1\angle 120^\circ & 1\angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,240\angle 137,79^\circ \\ 0,245\angle -87,21^\circ \\ 0,245\angle -87,21^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,362\angle -115,20^\circ \\ 0,448\angle 115,07^\circ \\ 0,448\angle 115,07^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ia0^{(2F)} \\ Ia1^{(2F)} \\ Ia2^{(2F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,333j & 0 & 0 \\ 0 & 8j & 0 \\ 0 & 0 & 8j \end{bmatrix} [Va012^{(2)} - Va012^{(F)}] = \begin{bmatrix} 1,402\angle 106,82^\circ \\ 0,775\angle 92,79^\circ \\ 0,775\angle 92,79^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ia^{(2F)} \\ Ib^{(2F)} \\ Ic^{(2F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1\angle 240^\circ & 1\angle 120^\circ \\ 1 & 1\angle 120^\circ & 1\angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1,402\angle 106,82^\circ \\ 0,775\angle 92,79^\circ \\ 0,775\angle 92,79^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,932\angle 99,45^\circ \\ 0,676\angle 122,96^\circ \\ 0,676\angle 122,96^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ia0^{(3F)} \\ Ia1^{(3F)} \\ Ia2^{(3F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,333j & 0 & 0 \\ 0 & 8j & 0 \\ 0 & 0 & 8j \end{bmatrix} [Va012^{(3)} - Va012^{(F)}] = \begin{bmatrix} 1,020\angle 92,79^\circ \\ 1,265\angle 92,79^\circ \\ 1,265\angle 92,79^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ia^{(3F)} \\ Ib^{(3F)} \\ Ic^{(3F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1\angle 240^\circ & 1\angle 120^\circ \\ 1 & 1\angle 120^\circ & 1\angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1,020\angle 92,79^\circ \\ 1,265\angle 92,79^\circ \\ 1,265\angle 92,79^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,552\angle 92,79^\circ \\ 0,245\angle -87,21^\circ \\ 0,245\angle -87,21^\circ \end{bmatrix}$$

Simulación en Digsilent

En la figura 8 puede observarse que la corriente de falla subtransitoria, tiene un valor de 3,215 kA, que es prácticamente igual a los 3,214 kA calculados.

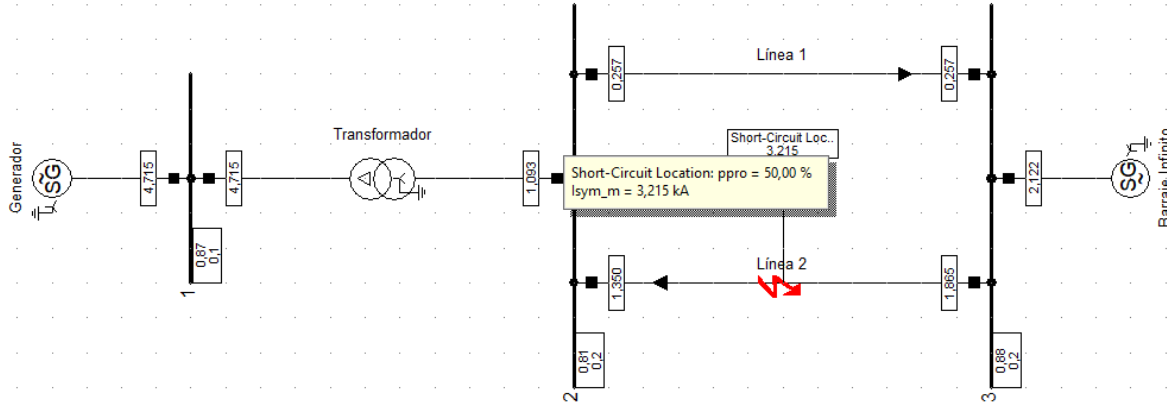


Figura V.29. Corriente de cortocircuito falla LT. [Digsilent]

c) Para una falla LL en el punto F.

$$I_{a1}^{(F)} = -I_{a2}^{(F)} = \frac{V_{pf}}{Z_{44Th^{(1)}} + Z_{44Th^{(2)}}} = \frac{(1,027 \angle 2,79^\circ)}{0,1515j + 0,1515} = 3,389 \angle -87,21^\circ$$

$$I_{a0}^{(F)} = 0$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I_{a1}^{(F)} \\ I_{b1}^{(F)} \\ I_{c1}^{(F)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 \angle 240^\circ & 1 \angle 120^\circ \\ 1 & 1 \angle 120^\circ & 1 \angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 3,389 \angle -87,21^\circ \\ 3,389 \angle 92,79^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5,870 \angle -177,21^\circ \\ 5,870 \angle 2,79^\circ \end{bmatrix} p.u. \left(\frac{100 MVA}{\sqrt{3} 110 kV} \right) \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ 3,081 \angle -177,21^\circ \\ 3,081 \angle 2,79^\circ \end{bmatrix} kA \end{aligned}$$

Tensiones en las barras.

$$\begin{bmatrix} V_{a0}^{(1)} \\ V_{a1}^{(1)} \\ V_{a2}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,027 \angle 2,79^\circ \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,078j & 0 \\ 0 & 0 & 0,078j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ I_{a1}^{(F)} \\ -I_{a1}^{(F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,762 \angle 2,79^\circ \\ 0,264 \angle 2,79^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{a1}^{(1)} \\ V_{b1}^{(1)} \\ V_{c1}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 \angle 240^\circ & 1 \angle 120^\circ \\ 1 & 1 \angle 120^\circ & 1 \angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0,762 \angle 2,79^\circ \\ 0,264 \angle 2,79^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,027 \angle 2,79^\circ \\ 0,670 \angle -137,17^\circ \\ 0,670 \angle 142,75^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{a0}^{(2)} \\ V_{a1}^{(2)} \\ V_{a2}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,027 \angle 2,79^\circ \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,05 & 0 & 0 \\ 0 & 0,104j & 0 \\ 0 & 0 & 0,104j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ I_{a1}^{(F)} \\ -I_{a1}^{(F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,674 \angle 2,79^\circ \\ 0,352 \angle 2,79^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{a1}^{(2)} \\ V_{b1}^{(2)} \\ V_{c1}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 \angle 240^\circ & 1 \angle 120^\circ \\ 1 & 1 \angle 120^\circ & 1 \angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0,674 \angle 2,79^\circ \\ 0,352 \angle 2,79^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,027 \angle 2,79^\circ \\ 0,584 \angle -148,70^\circ \\ 0,584 \angle 154,28^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{a0}^{(3)} \\ V_{a1}^{(3)} \\ V_{a2}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,027 \angle 2,79^\circ \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,05j & 0 & 0 \\ 0 & 0,074j & 0 \\ 0 & 0 & 0,074j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ I_{a1}^{(F)} \\ -I_{a1}^{(F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,776 \angle 2,79^\circ \\ 0,250 \angle 2,79^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{a1}^{(3)} \\ V_{b1}^{(3)} \\ V_{c1}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 \angle 240^\circ & 1 \angle 120^\circ \\ 1 & 1 \angle 120^\circ & 1 \angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0,776 \angle 2,79^\circ \\ 0,250 \angle 2,79^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,027 \angle 2,79^\circ \\ 0,686 \angle -135,66^\circ \\ 0,686 \angle 141,24^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Va0^{(F)} \\ Va1^{(F)} \\ Va2^{(F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,027\angle 2,79^\circ \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,2j & 0 & 0 \\ 0 & 0,1515j & 0 \\ 0 & 0 & 0,1515j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ Ia1^{(F)} \\ -Ia1^{(F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,513\angle 2,79^\circ \\ 0,513\angle 2,79^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Va^{(F)} \\ Vb^{(F)} \\ Vc^{(F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1\angle 240^\circ & 1\angle 120^\circ \\ 1 & 1\angle 120^\circ & 1\angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0,513\angle 2,79^\circ \\ 0,513\angle 2,79^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,027\angle 2,79^\circ \\ 0,513\angle -177,21^\circ \\ 0,513\angle -177,21^\circ \end{bmatrix}$$

Contribuciones de Corriente

$$\begin{bmatrix} Ia0^{(12)} \\ Ia1^{(12)} \\ Ia2^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10j & 0 \\ 0 & 0 & 10j \end{bmatrix} [Va012^{(1)} - Va012^{(2)}] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,881\angle 92,79^\circ \\ 0,881\angle -87,21^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ia^{(12)} \\ Ib^{(12)} \\ Ic^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1\angle 240^\circ & 1\angle 120^\circ \\ 1 & 1\angle 120^\circ & 1\angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0,881\angle 92,79^\circ \\ 0,881\angle -87,21^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,526\angle 2,79^\circ \\ 1,526\angle -177,21^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ia0^{(23)} \\ Ia1^{(23)} \\ Ia2^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,666j & 0 & 0 \\ 0 & 4j & 0 \\ 0 & 0 & 4j \end{bmatrix} [Va012^{(2)} - Va012^{(3)}] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,406\angle -87,21^\circ \\ 0,406\angle 92,79^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ia^{(23)} \\ Ib^{(23)} \\ Ic^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1\angle 240^\circ & 1\angle 120^\circ \\ 1 & 1\angle 120^\circ & 1\angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0,406\angle -87,21^\circ \\ 0,406\angle 92,79^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,704\angle -177,21^\circ \\ 0,704\angle 2,79^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ia0^{(2F)} \\ Ia1^{(2F)} \\ Ia2^{(2F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,333j & 0 & 0 \\ 0 & 8j & 0 \\ 0 & 0 & 8j \end{bmatrix} [Va012^{(2)} - Va012^{(F)}] = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,287\angle 92,79^\circ \\ 1,287\angle -87,21^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ia^{(2F)} \\ Ib^{(2F)} \\ Ic^{(2F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1\angle 240^\circ & 1\angle 120^\circ \\ 1 & 1\angle 120^\circ & 1\angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1,287\angle 92,79^\circ \\ 1,287\angle -87,21^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2,230\angle 2,79^\circ \\ 2,230\angle -177,21^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ia0^{(3F)} \\ Ia1^{(3F)} \\ Ia2^{(3F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,333j & 0 & 0 \\ 0 & 8j & 0 \\ 0 & 0 & 8j \end{bmatrix} [Va012^{(3)} - Va012^{(F)}] = \begin{bmatrix} 0 \\ 2,101\angle 92,79^\circ \\ 2,101\angle -87,21^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ia^{(3F)} \\ Ib^{(3F)} \\ Ic^{(3F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1\angle 240^\circ & 1\angle 120^\circ \\ 1 & 1\angle 120^\circ & 1\angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2,101\angle 92,79^\circ \\ 2,101\angle -87,21^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3,639\angle 2,79^\circ \\ 3,639\angle -177,21^\circ \end{bmatrix}$$

Simulación en Digsilent

En la figura 30 puede observarse que la corriente de falla subtransitoria, tiene un valor de 3,081 kA, que es exactamente igual a los 3,081 kA calculados.

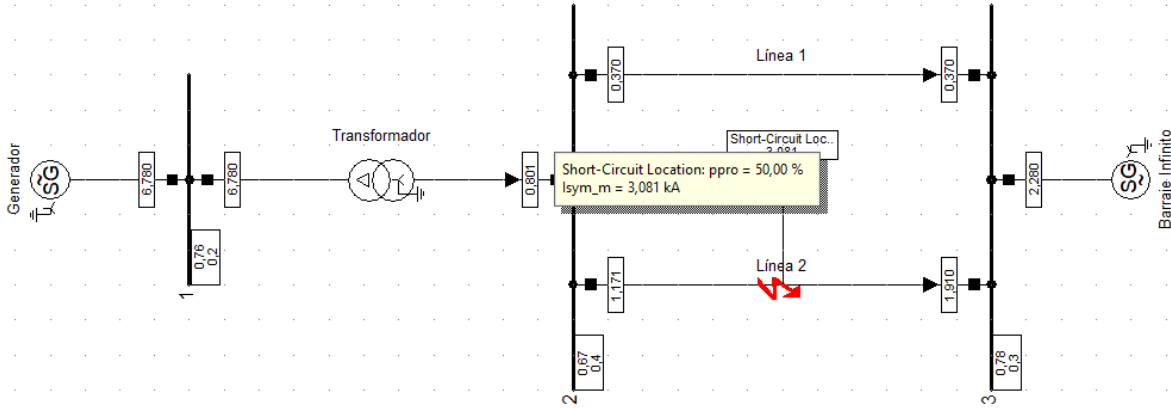


Figura V.30. Corriente de cortocircuito falla LL. [Digsilent]

d) Para una falla LL-T en el punto F.

$$Ia1^{(F)} = \frac{V_{pf}}{Z_{44}Th^{(1)} + \frac{(Z_{44}Th^{(2)})(Z_{44}Th^{(0)})}{(Z_{44}Th^{(2)} + Z_{44}Th^{(0)})}} = \frac{1,027 \angle 2,79^\circ}{0,1515j + \frac{(0,1515j)(0,2j)}{0,1515j + 0,2jj}} = 4,320 \angle -87,21^\circ$$

$$Ia2^{(F)} = \frac{-Ia1^{(F)}(Z_{44}Th^{(0)})}{Z_{44}Th^{(2)} + Z_{44}Th^{(0)}} = \frac{-(4,320 \angle -87,21^\circ)(0,2j)}{0,1515j + 0,2j} = 2,458 \angle 92,79^\circ$$

$$Ia0^{(F)} = -Ia1^{(F)} - Ia2^{(F)} = -(4,320 \angle -87,21^\circ) - (2,458 \angle 92,79^\circ) = 1,862 \angle 92,79^\circ$$

$$\begin{bmatrix} Ia^{(F)} \\ Ib^{(F)} \\ Ic^{(F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 \angle 240^\circ & 1 \angle 120^\circ \\ 1 & 1 \angle 120^\circ & 1 \angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1,862 \angle 92,79^\circ \\ 4,320 \angle -87,21^\circ \\ 2,458 \angle 92,79^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 6,501 \angle 157,34^\circ \\ 6,501 \angle 28,23^\circ \end{bmatrix} p.u. \left(\frac{100 \text{ MVA}}{\sqrt{3} \cdot 110 \text{ kV}} \right)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 3,412 \angle 157,34^\circ \\ 3,412 \angle 28,23^\circ \end{bmatrix} \text{ kA}$$

Tensiones en las barras.

$$\begin{bmatrix} Va0^{(1)} \\ Va1^{(1)} \\ Va2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,027 \angle 2,79^\circ \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,078j & 0 \\ 0 & 0 & 0,078j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Ia0^{(F)} \\ Ia1^{(F)} \\ Ia2^{(F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,689 \angle 2,79^\circ \\ 0,191 \angle 2,79^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Va^{(1)} \\ Vb^{(1)} \\ Vc^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 \angle 240^\circ & 1 \angle 120^\circ \\ 1 & 1 \angle 120^\circ & 1 \angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0,689 \angle 2,79^\circ \\ 0,191 \angle 2,79^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,881 \angle 2,79^\circ \\ 0,616 \angle -132,82^\circ \\ 0,616 \angle 138,40^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Va0^{(2)} \\ Va1^{(2)} \\ Va2^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,027 \angle 2,79^\circ \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,05 & 0 & 0 \\ 0 & 0,104j & 0 \\ 0 & 0 & 0,104j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Ia0^{(F)} \\ Ia1^{(F)} \\ Ia2^{(F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,093 \angle -87,21^\circ \\ 0,577 \angle 2,79^\circ \\ 0,255 \angle 2,79^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Va^{(2)} \\ Vb^{(2)} \\ Vc^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 \angle 240^\circ & 1 \angle 120^\circ \\ 1 & 1 \angle 120^\circ & 1 \angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,093 \angle -87,21^\circ \\ 0,577 \angle 2,79^\circ \\ 0,255 \angle 2,79^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,838 \angle -3,58^\circ \\ 0,558 \angle -135,45^\circ \\ 0,456 \angle 158,76^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Va0^{(3)} \\ Va1^{(3)} \\ Va2^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,027 \angle 2,79^\circ \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,05j & 0 & 0 \\ 0 & 0,074j & 0 \\ 0 & 0 & 0,074j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Ia0^{(F)} \\ Ia1^{(F)} \\ Ia2^{(F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,093 \angle 2,79^\circ \\ 0,707 \angle 2,79^\circ \\ 0,181 \angle 2,79^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Va^{(3)} \\ Vb^{(3)} \\ Vc^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1\angle 240^\circ & 1\angle 120^\circ \\ 1 & 1\angle 120^\circ & 1\angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,093\angle 2,79^\circ \\ 0,707\angle 2,79^\circ \\ 0,181\angle 2,79^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,982\angle 2,79^\circ \\ 0,574\angle -124,89^\circ \\ 0,574\angle 130,47^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Va0^{(F)} \\ Va1^{(F)} \\ Va2^{(F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,027\angle 2,79^\circ \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,2j & 0 & 0 \\ 0 & 0,1515j & 0 \\ 0 & 0 & 0,1515j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Ia0^{(F)} \\ Ia1^{(F)} \\ Ia2^{(F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,372\angle 2,79^\circ \\ 0,372\angle 2,79^\circ \\ 0,372\angle 2,79^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Va^{(F)} \\ Vb^{(F)} \\ Vc^{(F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1\angle 240^\circ & 1\angle 120^\circ \\ 1 & 1\angle 120^\circ & 1\angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,372\angle 2,79^\circ \\ 0,372\angle 2,79^\circ \\ 0,372\angle 2,79^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,117\angle 2,79^\circ \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Contribuciones de Corriente

$$\begin{bmatrix} Ia0^{(12)} \\ Ia1^{(12)} \\ Ia2^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10j & 0 \\ 0 & 0 & 10j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1,123\angle 92,79^\circ \\ 0,639\angle -87,21^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ia^{(12)} \\ Ib^{(12)} \\ Ic^{(12)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1\angle 240^\circ & 1\angle 120^\circ \\ 1 & 1\angle 120^\circ & 1\angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1,123\angle 92,79^\circ \\ 0,639\angle -87,21^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,484\angle 92,79^\circ \\ 1,545\angle -6,22^\circ \\ 1,545\angle -168,19^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ia0^{(23)} \\ Ia1^{(23)} \\ Ia2^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,666j & 0 & 0 \\ 0 & 4j & 0 \\ 0 & 0 & 4j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0,518\angle -87,21^\circ \\ 0,295\angle 92,79^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ia^{(23)} \\ Ib^{(23)} \\ Ic^{(23)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1\angle 240^\circ & 1\angle 120^\circ \\ 1 & 1\angle 120^\circ & 1\angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,219\angle -42,21^\circ \\ 0,518\angle -87,21^\circ \\ 0,295\angle 92,79^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,409\angle -64,92^\circ \\ 0,551\angle -172,69^\circ \\ 0,860\angle -0,09^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ia0^{(2F)} \\ Ia1^{(2F)} \\ Ia2^{(2F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,333j & 0 & 0 \\ 0 & 8j & 0 \\ 0 & 0 & 8j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1,641\angle 92,79^\circ \\ 0,934\angle -87,21^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ia^{(2F)} \\ Ib^{(2F)} \\ Ic^{(2F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1\angle 240^\circ & 1\angle 120^\circ \\ 1 & 1\angle 120^\circ & 1\angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1,279\angle -73,17^\circ \\ 1,641\angle 92,79^\circ \\ 0,934\angle -87,21^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,617\angle -57,03^\circ \\ 3,000\angle -29,32^\circ \\ 2,496\angle -137,49^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ia0^{(3F)} \\ Ia1^{(3F)} \\ Ia2^{(3F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,333j & 0 & 0 \\ 0 & 8j & 0 \\ 0 & 0 & 8j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2,678\angle 92,79^\circ \\ 1,524\angle -87,21^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ia^{(3F)} \\ Ib^{(3F)} \\ Ic^{(3F)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1\angle 240^\circ & 1\angle 120^\circ \\ 1 & 1\angle 120^\circ & 1\angle 240^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,931\angle -87,21^\circ \\ 2,678\angle 92,79^\circ \\ 1,524\angle -87,21^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,223\angle 92,79^\circ \\ 3,939\angle -19,71^\circ \\ 3,939\angle -154,70^\circ \end{bmatrix}$$

Simulación en Digsilent

En la figura 31 puede observarse que la corriente de falla subtransitoria, tiene un valor de 3,415 kA, que es prácticamente igual a los 3,412 kA calculados.

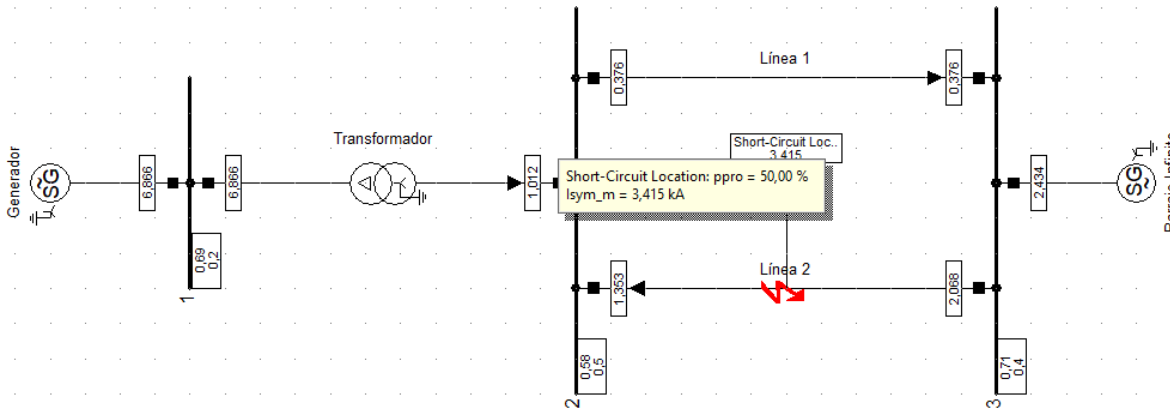


Figura V.31. Corriente de cortocircuito falla LL-T. [Digsilent]

ANÁLISIS DE ESTABILIDAD TRANSITORIA

Antes de falla

Para los cuatro tipos de falla, el análisis prefalla es el mismo.

En el estudio de flujos de carga, se determinó que el valor del voltaje en terminales del generador antes de la ocurrencia de la falla, era igual a:

$$V1 = Vt = 1,087 \angle 9,343^\circ,$$

La potencia inyectada por el generador al barraje uno fue:

$$S1 = 0,8 + j0,6$$

Por ltanto, la corriente que sale del generador es:

$$I = \frac{S1^*}{V1^*} = \frac{0,8 - j0,6}{1,087 \angle -9,343^\circ} = 0,919 \angle -27,52^\circ$$

Entonces la tensión inducida en el generador será:

$$Ea = Xg * I + Vt = 0,3j * (0,919 \angle -27,52^\circ) + 1,087 \angle 9,343^\circ = 1,271 \angle 19,33^\circ$$

De la figura 4 (Red de secuencia +), puede calcularse la potencia eléctrica antes de la falla, como sigue:

$$Xebj = Xgj + Xtj + \frac{Xlj}{2} + Xbj = 0,3j + 0,1j + \frac{0,25j}{2} + 0,1j = 0,625j$$

$$Pe1_{\text{máx}} = \frac{|Ea||Vb|}{|Xeb|} = \frac{1,271 * 1}{0,625} = 2,033 \text{ p.u.}$$

$$Pe1 = Pm = 0,8 = Pe1_{\text{máx}} * \text{Sen} \delta 0 = 2,033 \text{ Sen} \delta 0$$

$$\delta 0 = \text{Sen}^{-1} \left(\frac{0,8}{2,033} \right) = 23,16^\circ$$

$$Pa = Pm - Pe1 = 0,8 - 0,8 = 0$$

Después de la falla

El análisis después de la falla será igual para los 4 tipos de falla, asumiendo la apertura tripolar de los interruptores. Resultando el sistema de la figura 32.

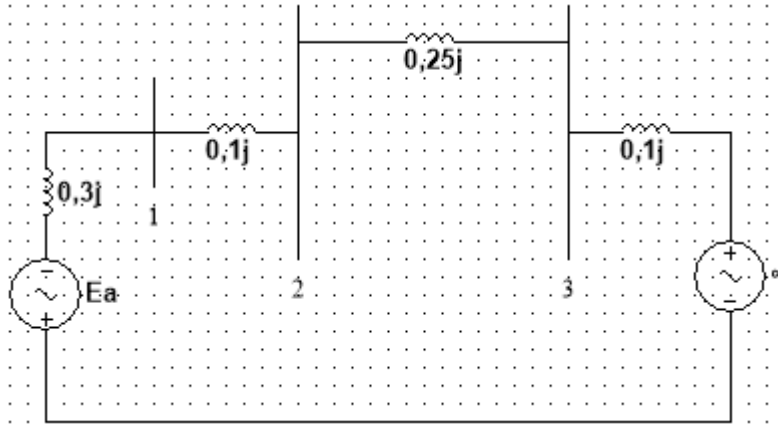


Figura V.32. Diagrama de reactancias después de la apertura tripolar. [Multisim]

Entonces,

$$X_{ebj} = 0,3j + 0,1j + 0,25j + 0,1j = 0,75j$$

$$Pe3_{\text{máx}} = \frac{|Ea||Vb|}{|X_{eb}|} = \frac{1,271 * 1}{0,75} = 1,694$$

$$Pe3 = 0,8 = Pe3_{\text{máx}} * \text{Sen} \delta = 1,694 \text{Sen} \delta$$

$$\delta = \text{Sen}^{-1} \left(\frac{0,8}{1,694} \right) = 28,16^\circ$$

$$Pa = P_m - Pe3 = 0,8 - 0,8 = 0$$

Ahora se analizará el sistema durante la falla, para cada uno de los tipos de falla.

a) Para una falla trifásica

Durante la falla

El sistema es el que se muestra en la figura 33. Para hallar la reactancia entre e y b, se hace una conversión estrella-delta como sigue.

$$X_a = \frac{(0,125j)(0,4j) + (0,25j)(0,4j) + (0,25j)(0,125j)}{0,25j} = 0,725j$$

$$X_b = \frac{(0,125j)(0,4j) + (0,25j)(0,4j) + (0,25j)(0,125j)}{0,125j} = 1,45j$$

$$X_c = \frac{(0,125j)(0,4j) + (0,25j)(0,4j) + (0,25j)(0,125j)}{0,4j} = 0,453j$$

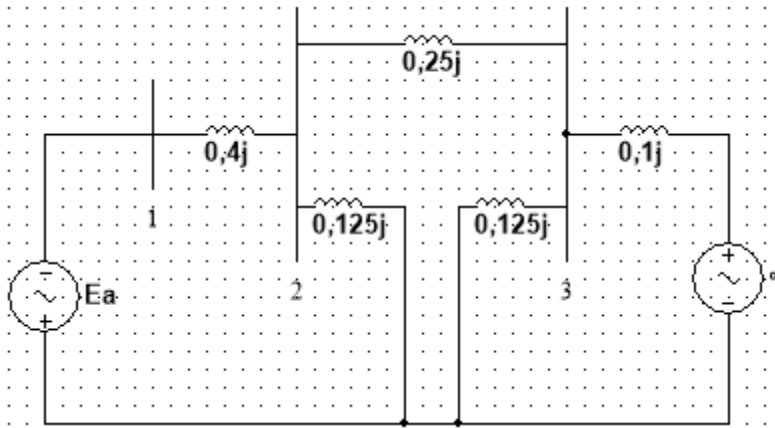


Figura V.33. Diagrama de reactancias durante una falla trifásica en el punto F. [Multisim]

Obteniendo el circuito del a figura 34.

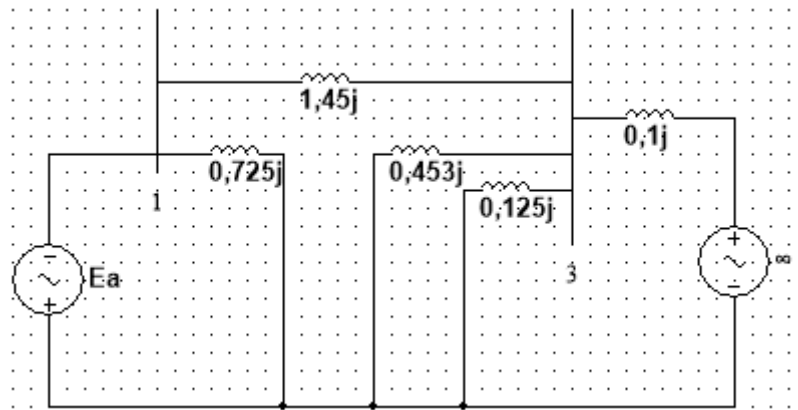


Figura V.34. Conversión YΔ. [Multisim]

Realizando el paralelo entre 4,53j y 0,125j y haciendo nuevamente una conversión YΔ:

$$X' = \frac{0,453j * 0,125j}{0,453j + 0,125j} = 0,097j$$

$$Xa' = \frac{(0,097j)(1,45j) + (0,097j)(0,1j) + (0,1j)(1,45j)}{0,1j} = 2,968j$$

$$Xb' = \frac{(0,097j)(1,45j) + (0,097j)(0,1j) + (0,1j)(1,45j)}{0,097j} = 3,03j$$

$$Xc' = \frac{(0,097j)(1,45j) + (0,097j)(0,1j) + (0,1j)(1,45j)}{1,45j} = 0,204j$$

La red queda como se muestra en la figura 35.

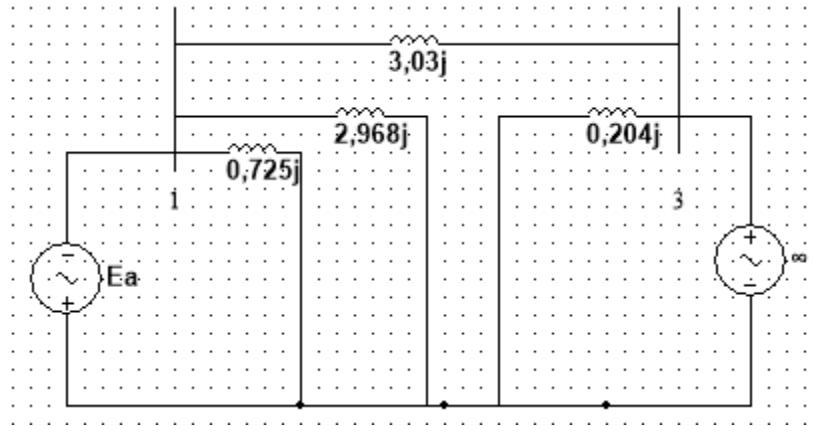


Figura V.35. Reactancia equivalente entre 1 y 3. [Multisim]

Entonces:

$$X_{ebj} = 3,03j$$

Y

$$Pe2_{\text{máx}} = \frac{|Ea||Vb|}{|X_{eb}|} = \frac{1,271 * 1}{3,03} = 0,419$$

$$Pe2 = Pe2_{\text{máx}} * \text{Sen}\delta_0 = 0,419 \text{Sen}(23,16^\circ) = 0,164$$

$$Pa = Pm - Pe2 = 0,8 - 0,164 = 0,635 \text{ p. u.}$$

Curvas P vs δ .

$$\delta_{\text{máx}} = 180^\circ - 28,16^\circ = 151,84^\circ$$

$$\begin{aligned} \delta_c &= \text{Cos}^{-1} \left(\frac{Pm(\delta_{\text{máx}} - \delta_0) + P3_{\text{máx}} \text{Cos}\delta_{\text{máx}} - P2_{\text{máx}} \text{Cos}\delta_0}{P3_{\text{máx}} - P2_{\text{máx}}} \right) \\ &= \left(\frac{0,8(2,498 - 0,404) + 1,649 \text{Cos}(151,84^\circ) - 0,419 \text{Cos}(23,16^\circ)}{1,649 - 0,419} \right) = 91,97^\circ \end{aligned}$$

$$tc = \sqrt{\frac{2H(\delta_c - \delta_0)}{\pi f Pm}} = \sqrt{\frac{2(5)(1,605 - 0,404)}{\pi * 60 \text{ Hz} * 0,8}} = 0,282 \text{ s}$$

Graficando las curvas potencia vs δ en Excel.

$$Pe1 = 2,033 \text{Sen}\delta$$

$$Pe2 = 0,419 \text{Sen}\delta$$

$$Pe3 = 1,694 \text{Sen}\delta$$

$$Pm = 0,8$$

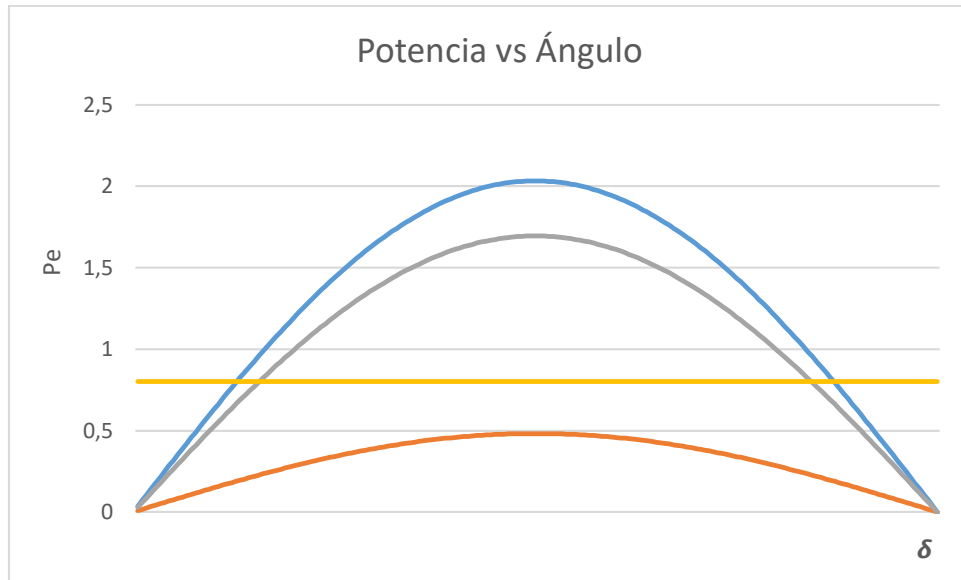


Figura V.36. Curva potencia vs ángulo (azul prefalla, roja durante falla, gris después de la falla, amarilla potencia mecánica).

Curva de oscilación.

Método de Runge-Kutta

Se supondrá que el tiempo de despeje de la falla es a los 200ms ocurrida la misma. Justo antes del tiempo crítico de despeje.

$$\Delta t = 0,05$$

$$M = \frac{GH}{180f} = \frac{1 * 5 \text{ s}}{180 * 60 \text{ Hz}} = 4,629 * 10^{-4} \frac{\text{s}}{\text{grados eléctricos}}$$

$$K = \frac{\Delta t^2}{M} = \frac{0,05^2}{4,629 * 10^{-4}} = 5,4$$

Tabla 4. Cálculo de la curva de oscilación.

t	Pmáx	Senδ	Pe	Pa	5,4Pa	Δδ	δ
0-	2,033	0,39330014	0,79957918	0,00042082			23,16
0+	0,419	0,39330014	0,16479276	0,63520724			23,16
0 prom		0,39330014		0,31781403	1,71619578	1,71619578	23,16
0,05	0,419	0,42065893	0,17625609	0,62374391	3,36821709	5,08441287	24,8761958
0,1	0,419	0,49940448	0,20925048	0,59074952	3,19004742	8,27446029	29,9606087
0,15	0,419	0,61888928	0,25931461	0,54068539	2,91970112	11,1941614	38,2350689
0,2-	0,419	0,75960321	0,31827375	0,48172625			49,4292304
0,2+	1,694	0,75960321	1,28676784	-0,48676784			49,4292304
0,2 prom				-0,00252079	-0,01361228	11,1805491	49,4292304
0,25	1,694	0,87129759	1,47597811	-0,67597811	-3,65028182	7,53026732	60,6097795
0,3	1,694	0,92809673	1,57219585	-0,77219585	-4,16985762	3,3604097	68,1400468
0,35	1,694	0,94832618	1,60646455	-0,80646455	-4,35490859	-0,99449889	71,5004565

0,4	1,694	0,9426762	1,59689347	-0,79689347	-4,30322476	-5,29772366	70,5059576
0,45	1,694	0,90783775	1,53787715	-0,73787715	-3,98453659	-9,28226025	65,208234
0,5	1,694	0,8283144	1,4031646	-0,6031646	-3,25708883	-12,5393491	55,9259737
0,55	1,694	0,68691788	1,16363888	-0,36363888	-1,96364998	-14,502999	43,3866246
0,6	1,694	0,48303217	0,81825649	-0,01825649	-0,09858505	-14,6015841	28,8836256
0,65	1,694	0,24669528	0,4179018	0,3820982	2,06333028	-12,5382538	14,2820415
0,7	1,694	0,03043014	0,05154865	0,74845135	4,04163727	-8,49661654	1,74378768
0,75	1,694	-0,11758643	-0,19919141	0,99919141	5,39563361	-3,10098294	-6,75282886
0,8	1,694	-0,17113491	-0,28990254	1,08990254	5,88547372	2,78449079	-9,8538118
0,85	1,694	-0,12307012	-0,20848078	1,00848078	5,44579619	8,23028698	-7,06932101
0,9	1,694	0,02026129	0,03432263	0,76567737	4,1346578	12,3649448	1,16096597
0,95	1,694	0,23388507	0,39620131	0,40379869	2,18051291	14,5454577	13,5259107
1	1,694	0,47057101	0,79714729	0,00285271	0,01540463	14,5608623	28,0713684

Y la curva de oscilación se puede observar en la figura 37.

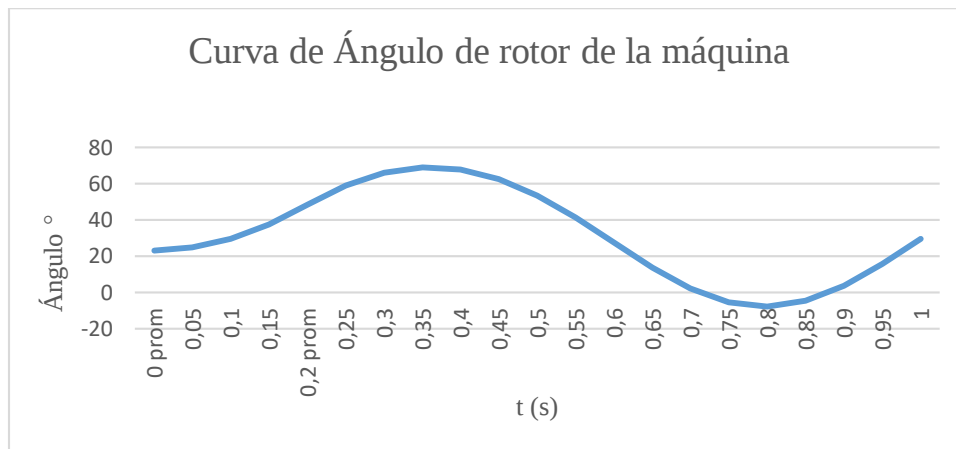


Figura V.37. Curva de oscilación.

El sistema es estable para un tiempo de apertura de 200ms de los interruptores, debido a que el ángulo oscila de forma amortiguada y nunca alcanza el valor del ángulo crítico.

Simulación en Digsilent

Se procedió a crear un evento de cortocircuito a los 0,1 seg iniciada la simulación. La apertura de los interruptores fue a los 0,2 seg de haber ocurrido la perturbación. En la figura 38 se puede apreciar la simulación corrida con una ventana de tiempo de 5 seg. La curva de oscilación de la máquina se muestra en la figura 39, donde logra verse el amortiguamiento que va sufriendo la oscilación, hasta que en algún momento logre extinguirse y retornar a un nuevo ángulo, que haga que la potencia eléctrica iguale la potencia mecánica del rotor.

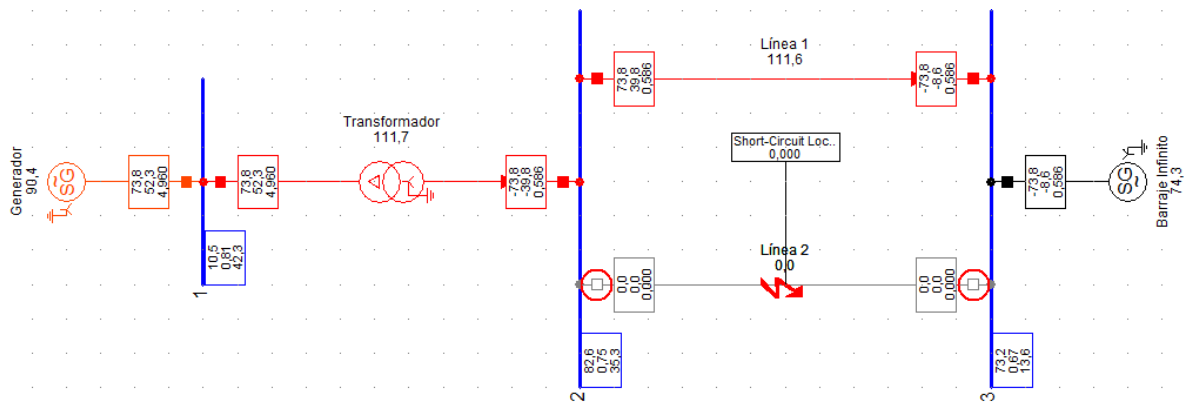


Figura V.38. Simulación de estabilidad transitoria para una falla trifásica. [Digsilent]

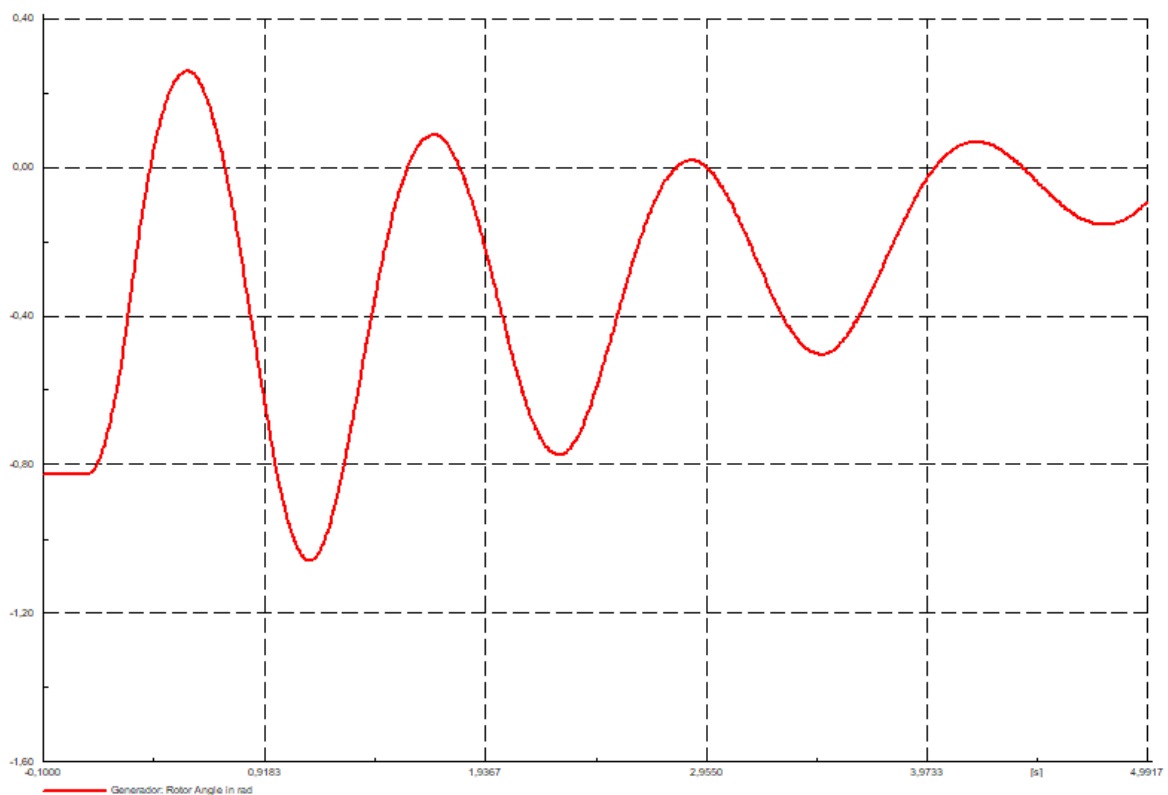


Figura V.39. Curva de oscilación de la máquina. [Digsilent]

b) Para una falla línea a tierra

Durante la falla

Para hallar la reactancia entre e y b, se deben conectar las redes de secuencia en serie como se muestra en la figura 40.

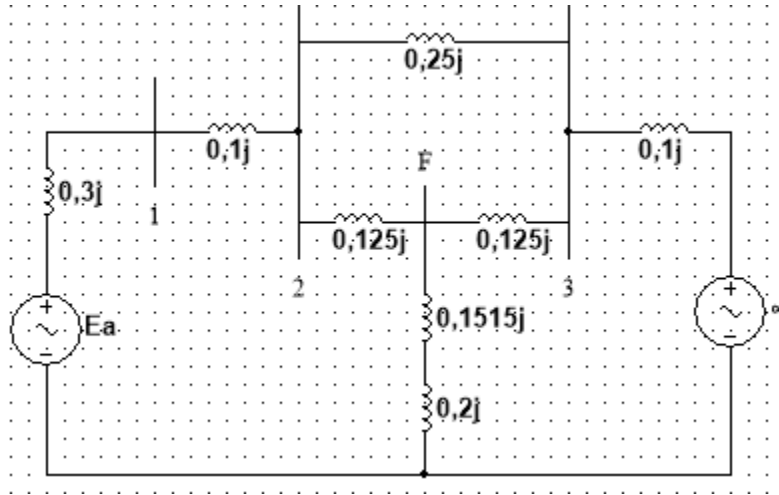


Figura V.40. Diagrama de reactancias durante una falla LT en el punto F. [Multisim]

Se hace una conversión YΔ como sigue:

$$Xa = \frac{(0,3515j)(0,125j) + (0,3515j)(0,125j) + (0,125j)(0,125j)}{0,125j} = 0,828j$$

$$Xb = \frac{(0,3515j)(0,125j) + (0,3515j)(0,125j) + (0,125j)(0,125j)}{0,3515j} = 0,294j$$

$$Xc = \frac{(0,3515j)(0,125j) + (0,3515j)(0,125j) + (0,125j)(0,125j)}{0,125j} = 0,828j$$

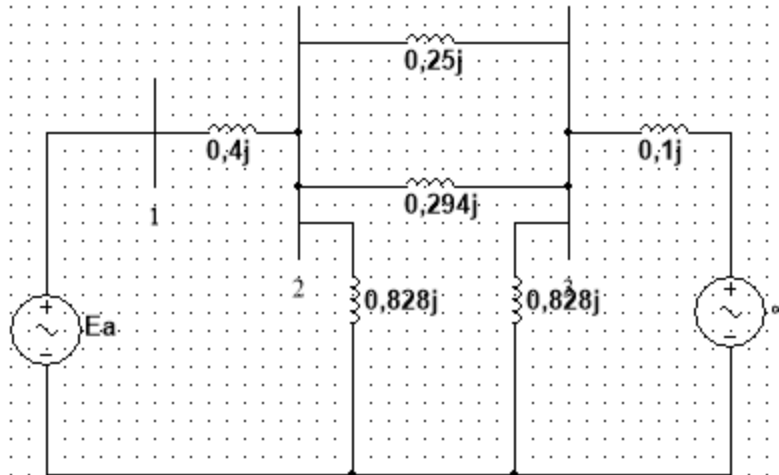


Figura V.41. Conversión YΔ. [Multisim]

Se hace el paralelo de las dos resistencias y nuevamente se hace una conversión YΔ.

$$X' = \frac{0,25j * 0,294j}{0,25j + 0,294j} = 0,135j$$

$$Xa' = \frac{(0,135j)(0,4j) + (0,4j)(0,828j) + (0,135j)(0,828j)}{0,135j} = 3,683j$$

$$X_{b'} = \frac{(0,135j)(0,4j) + (0,4j)(0,828j) + (0,135j)(0,828j)}{0,828j} = 0,600j$$

$$X_{c'} = \frac{(0,135j)(0,4j) + (0,4j)(0,828j) + (0,135j)(0,828j)}{0,4j} = 1,243j$$

Resultando,

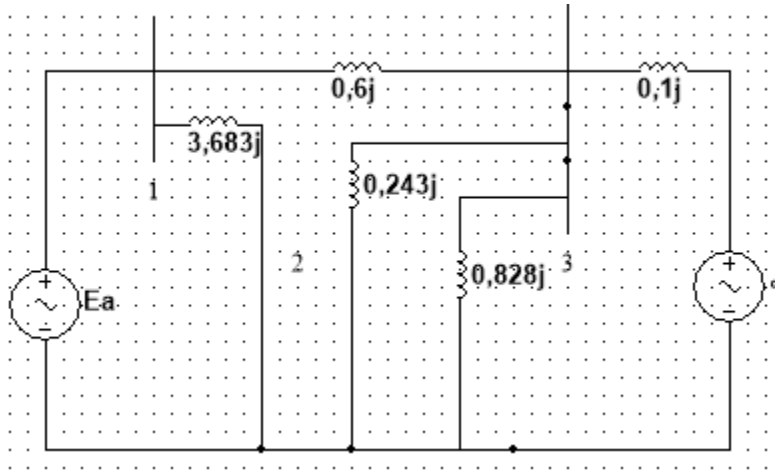


Figura V.42. Red equivalente. [Multisim]

Finalmente se hace el paralelo nuevamente y una conversión YΔ para encontrar la respuesta.

$$X'' = \frac{0,243j * 0,828j}{0,243j + 0,828j} = 0,187j$$

$$X_{a''} = \frac{(0,187j)(0,6j) + (0,187j)(0,1j) + (0,1j)(0,6j)}{0,1j} = 1,915j$$

$$X_{b''} = \frac{(0,187j)(0,6j) + (0,187j)(0,1j) + (0,1j)(0,6j)}{0,187j} = 1,024j$$

$$X_{c''} = \frac{(0,187j)(0,6j) + (0,187j)(0,1j) + (0,1j)(0,6j)}{0,6j} = 0,319j$$

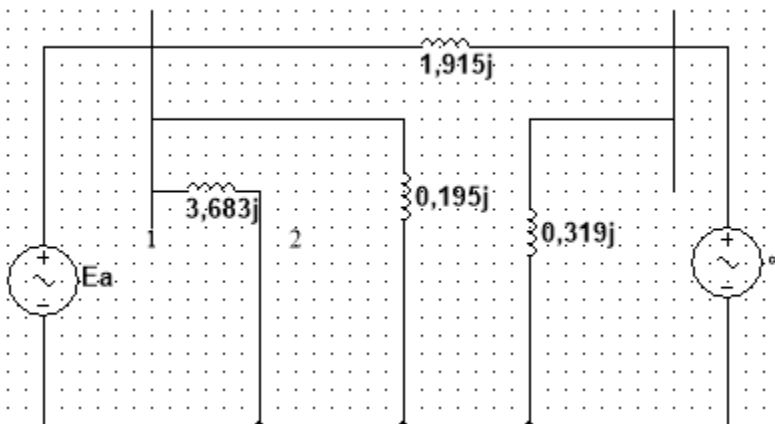


Figura V.43. Reactancia equivalente. [Multisim]

Entonces

$$X_{ebj} = 1,915j$$

Y

$$Pe2_{\text{máx}} = \frac{|Ea||Vb|}{|X_{eb}|} = \frac{1,271 * 1}{1,915} = 0,663$$

$$Pe2 = Pe2_{\text{máx}} * \text{Sen}\delta_0 = 0,663 \text{Sen}(23,16^\circ) = 0,261$$

$$Pa = Pm - Pe2 = 0,8 - 0,261 = 0,538 \text{ p.u.}$$

Curvas P vs δ .

$$\delta_{\text{máx}} = 180^\circ - 28,16^\circ = 151,84^\circ$$

$$\begin{aligned} \delta_c &= \text{Cos}^{-1} \left(\frac{Pm(\delta_{\text{máx}} - \delta_0) + P3_{\text{máx}} \text{Cos}\delta_{\text{máx}} - P2_{\text{máx}} \text{Cos}\delta_0}{P3_{\text{máx}} - P2_{\text{máx}}} \right) \\ &= \left(\frac{0,8(2,498 - 0,404) + 1,649 \text{Cos}(151,84^\circ) - 0,663 \text{Cos}(23,16^\circ)}{1,649 - 0,663} \right) = 105,69^\circ \end{aligned}$$

$$tc = \sqrt{\frac{2H(\delta_c - \delta_0)}{\pi f Pm}} = \sqrt{\frac{2(5)(1,844 - 0,404)}{\pi * 60 \text{ Hz} * 0,8}} = 0,309 \text{ s}$$

Graficando las curvas potencia vs δ en Excel.

$$Pe1 = 2,033 \text{Sen}\delta$$

$$Pe2 = 0,663 \text{Sen}\delta$$

$$Pe3 = 1,694 \text{Sen}\delta$$

$$Pm = 0,8$$

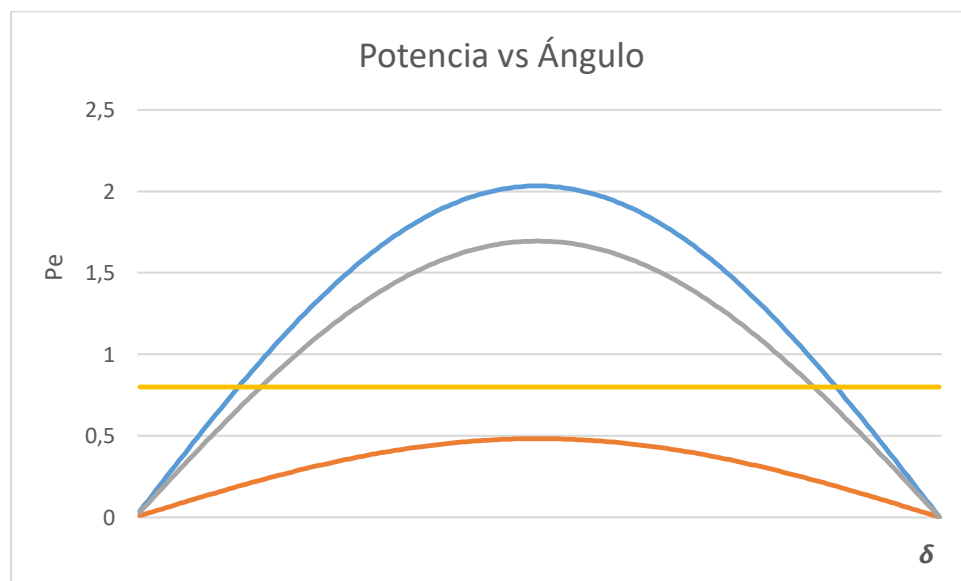


Figura V.44. Curva potencia vs ángulo (azul prefalla, roja durante falla, gris después de la falla, amarilla potencia mecánica).

Curva de oscilación.

Método de Runge-Kutta

Se supondrá que el tiempo de despeje de la falla es a los 200ms ocurrida la misma.

$$\Delta t = 0,05$$

$$M = \frac{GH}{180f} = \frac{1 * 5 s}{180 * 60 Hz} = 4,629 * 10^{-4} \frac{s}{\text{grados eléctricos}}$$

$$K = \frac{\Delta t^2}{M} = \frac{0,05^2}{4,629 * 10^{-4}} = 5,4$$

Tabla 5. Cálculo de la curva de oscilación.

t	Pmáx	Sen δ	Pe	Pa	5,4Pa	$\Delta\delta$	δ
0-	2,033	0,39330014	0,79957918	0,00042082			23,16
0+	0,663	0,39330014	0,26075799	0,53924201			23,16
0 prom		0,39330014		0,26983142	1,45708965	1,45708965	23,16
0,05	0,663	0,41655197	0,27617396	0,52382604	2,82866063	4,28575028	24,6170896
0,1	0,663	0,48332578	0,32044499	0,47955501	2,58959706	6,87534734	28,9028399
0,15	0,663	0,58464886	0,38762219	0,41237781	2,22684016	9,1021875	35,7781873
0,2-	0,663	0,70562891	0,46783196	0,33216804			44,8803748
0,2+	1,694	0,70562891	1,19533537	-0,39533537			44,8803748
0,2 prom				-0,03158366	-0,17055179	8,93163571	44,8803748
0,25	1,694	0,8070841	1,36720046	-0,56720046	-3,0628825	5,86875321	53,8120105
0,3	1,694	0,86322611	1,46230504	-0,66230504	-3,57644719	2,29230601	59,6807637
0,35	1,694	0,88272683	1,49533926	-0,69533926	-3,75483198	-1,46252596	61,9730697
0,4	1,694	0,8704463	1,47453603	-0,67453603	-3,64249456	-5,10502052	60,5105437
0,45	1,694	0,8231911	1,39448573	-0,59448573	-3,21022294	-8,31524346	55,4055232
0,5	1,694	0,7324274	1,24073202	-0,44073202	-2,37995292	-10,6951964	47,0902797
0,55	1,694	0,59334982	1,00513459	-0,20513459	-1,10772677	-11,8029231	36,3950834
0,6	1,694	0,41615638	0,7049689	0,0950311	0,51316792	-11,2897552	24,5921602
0,65	1,694	0,23009059	0,38977345	0,41022655	2,21522336	-9,07453187	13,302405
0,7	1,694	0,07372336	0,12488737	0,67511263	3,6456082	-5,42892368	4,22787311
0,75	1,694	-0,02096075	-0,03550751	0,83550751	4,51174057	-0,9171831	-1,20105057
0,8	1,694	-0,03696173	-0,06261317	0,86261317	4,65811113	3,74092802	-2,11823367
0,85	1,694	0,02831757	0,04796997	0,75203003	4,06096217	7,80189019	1,62269435
0,9	1,694	0,16374927	0,27739126	0,52260874	2,82208721	10,6239774	9,42458454
0,95	1,694	0,34281647	0,5807311	0,2192689	1,18405204	11,8080294	20,0485619
1	1,694	0,52779498	0,8940847	-0,0940847	-0,50805738	11,2999721	31,8565914

Y la curva de oscilación se puede observar en la figura 45.

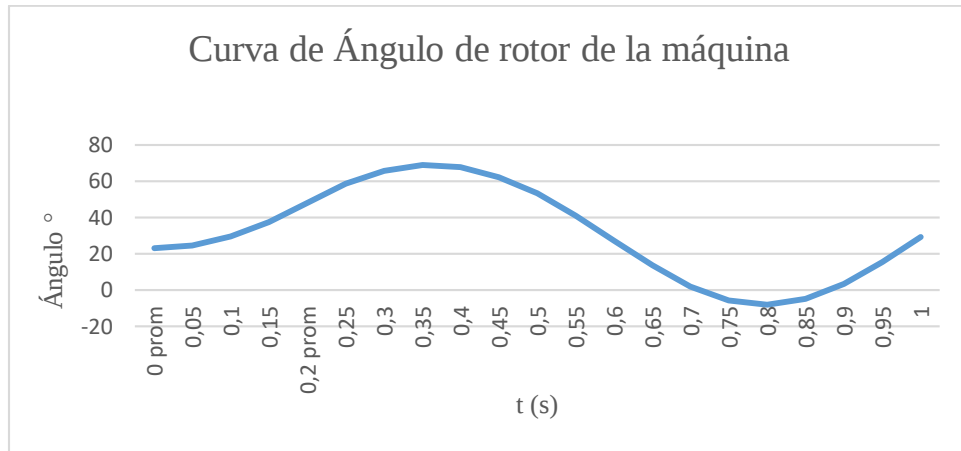


Figura V.45. Curva de oscilación.

El sistema es estable para un tiempo de apertura de 200ms de los interruptores, debido a que el ángulo oscila de forma amortiguada y nunca alcanza el valor del ángulo crítico.

Simulación en Digsilent

Se procedió a crear un evento de cortocircuito a los 0,1 seg iniciada la simulación. La apertura de los interruptores fue a los 0,2 seg de haber ocurrido la perturbación. En la figura 46 se puede apreciar la simulación corrida con una ventana de tiempo de 5 seg. La curva de oscilación de la máquina se muestra en la figura 47, donde logra verse el amortiguamiento que va sufriendo la oscilación, hasta que en algún momento logre extinguirse y retornar a un nuevo ángulo, que haga que la potencia eléctrica iguale la potencia mecánica del rotor.

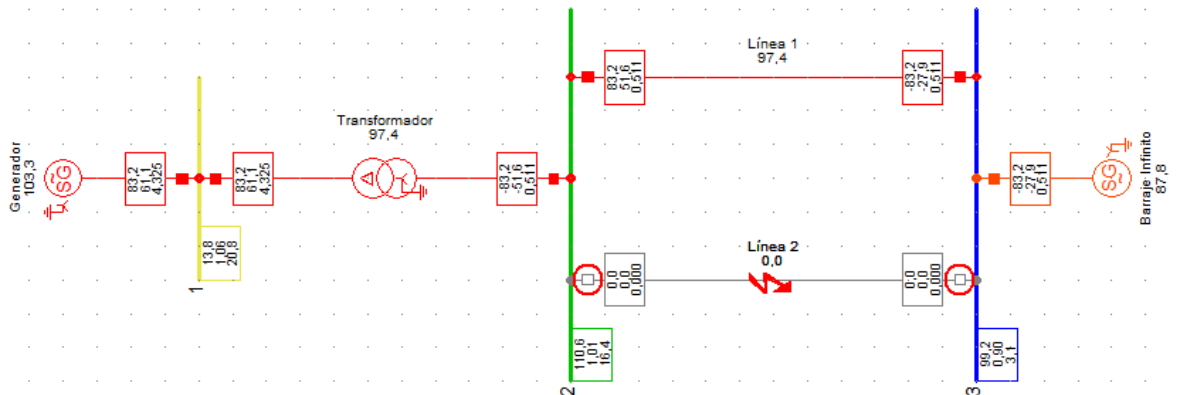


Figura V.46. Simulación de estabilidad transitoria para una falla LT. [Digsilent]

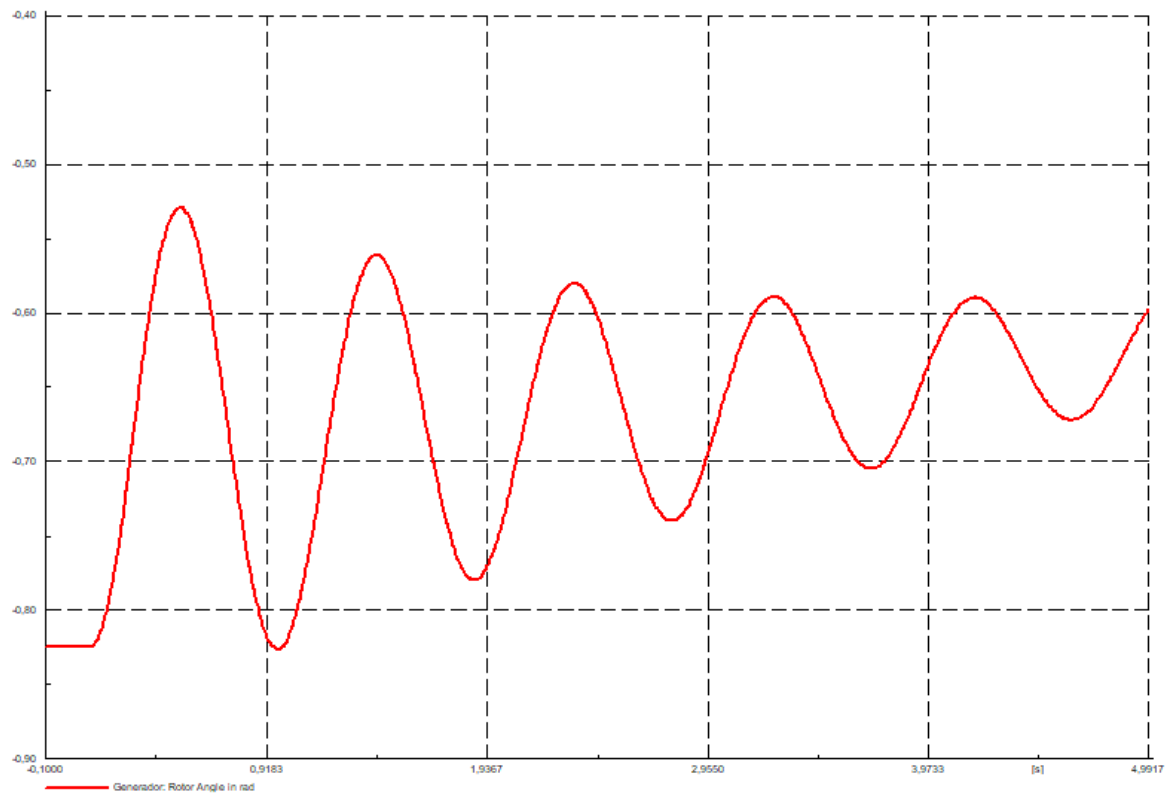


Figura V.47. Curva de oscilación de la máquina. [Digsilent]

c) Para una falla LL

Durante la falla

Para hallar la reactancia entre e y b, se deben conectar las redes de secuencia positiva y negativa en paralelo como se muestra en la figura 48, ya que la red de secuencia 0 no existe para esta falla.

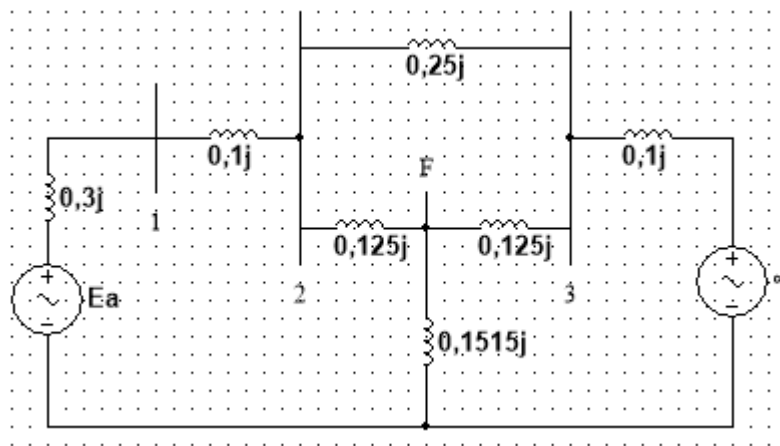


Figura V.48. Diagrama de reactancias durante una falla LL en el punto F. [Multisim]

Se debe proceder a realizar los mismos pasos hechos en la falla LT para encontrar el equivalente entre los dos puntos de interés.

Se hace una conversión $Y\Delta$ como sigue:

$$X_a = \frac{(0,1515j)(0,125j) + (0,1515j)(0,125j) + (0,125j)(0,125j)}{0,125j} = 0,428j$$

$$X_b = \frac{(0,1515j)(0,125j) + (0,1515j)(0,125j) + (0,125j)(0,125j)}{0,1515j} = 0,353j$$

$$X_c = \frac{(0,1515j)(0,125j) + (0,1515j)(0,125j) + (0,125j)(0,125j)}{0,125j} = 0,428j$$

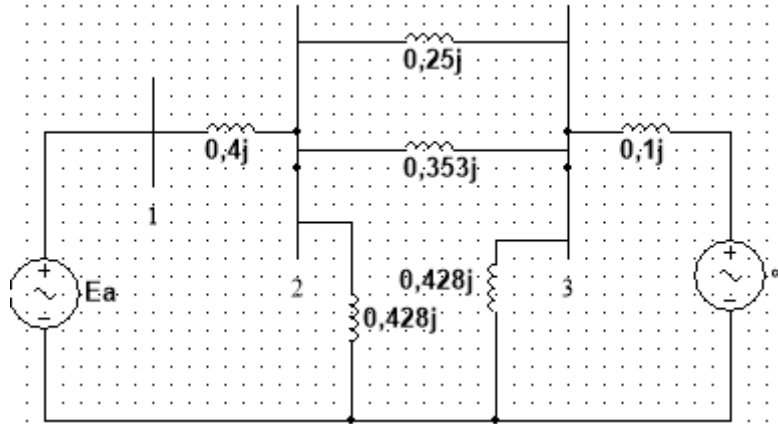


Figura V.49. Conversión YΔ. [Multisim]

Se hace el paralelo de las dos resistencias y nuevamente se hace una conversión YΔ.

$$X' = \frac{0,353j * 0,25j}{0,353j + 0,25j} = 0,146j$$

$$X_{a'} = \frac{(0,428j)(0,4j) + (0,4j)(0,146j) + (0,146j)(0,428j)}{0,146j} = 2j$$

$$X_{b'} = \frac{(0,135j)(0,4j) + (0,4j)(0,828j) + (0,135j)(0,828j)}{0,428j} = 0,682j$$

$$X_{c'} = \frac{(0,135j)(0,4j) + (0,4j)(0,828j) + (0,135j)(0,828j)}{0,4j} = 0,73j$$

Resultando,

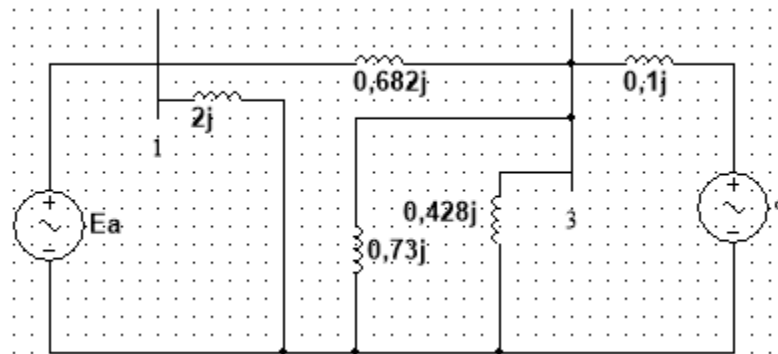


Figura V.50. Red equivalente. [Multisim]

Finalmente se hace el paralelo nuevamente y una conversión YΔ para encontrar la respuesta.

$$X'' = \frac{0,428j * 0,73j}{0,428j + 0,73j} = 0,269j$$

$$Xa'' = \frac{(0,269j)(0,682j) + (0,269j)(0,1j) + (0,1j)(0,682j)}{0,1j} = 2,786j$$

$$Xb'' = \frac{(0,187j)(0,6j) + (0,187j)(0,1j) + (0,1j)(0,682j)}{0,269j} = 1,035j$$

$$Xc'' = \frac{(0,187j)(0,6j) + (0,187j)(0,1j) + (0,1j)(0,682j)}{0,682j} = 0,408j$$

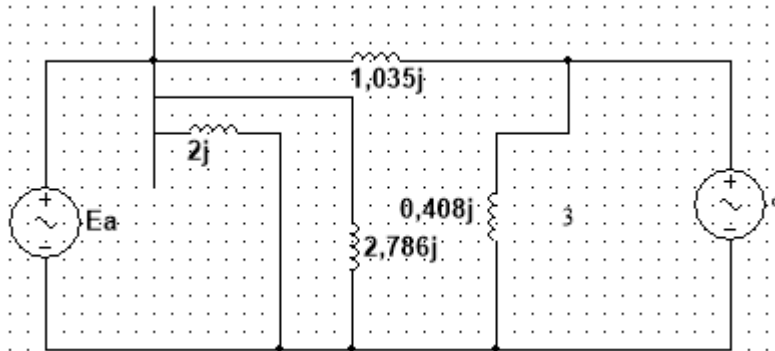


Figura V.51. Reactancia equivalente. [Multisim]

Entonces

$$Xebj = 1,035j$$

Y

$$Pe2máx = \frac{|Ea||Vb|}{|Xeb|} = \frac{1,271 * 1}{1,035} = 1,227$$

$$Pe2 = Pe2máx * Sen\delta_0 = 1,227 Sen(23,16^\circ) = 0,482$$

$$Pa = Pm - Pe2 = 0,8 - 0,482 = 0,317 \text{ p.u.}$$

Curvas P vs δ .

$$\delta máx = 180^\circ - 28,16^\circ = 151,84^\circ$$

$$\begin{aligned} \delta_c &= \cos^{-1} \left(\frac{Pm(\delta máx - \delta_0) + P3máx \cos \delta máx - P2máx \cos \delta_0}{P3máx - P2máx} \right) \\ &= \left(\frac{0,8(2,498 - 0,404) + 1,649 \cos(151,84^\circ) - 0,482 \cos(23,16^\circ)}{1,649 - 0,482} \right) = 94,92^\circ \end{aligned}$$

$$tc = \sqrt{\frac{2H(\delta_c - \delta_0)}{\pi f Pm}} = \sqrt{\frac{2(5)(1,656 - 0,404)}{\pi * 60 \text{ Hz} * 0,8}} = 0,288 \text{ s}$$

Graficando las curvas potencia vs δ en Excel.

$$Pe1 = 2,033 Sen\delta$$

$$Pe2 = 0,482 Sen\delta$$

$$Pe3 = 1,694 \text{Sen}\delta$$

$$Pm = 0,8$$

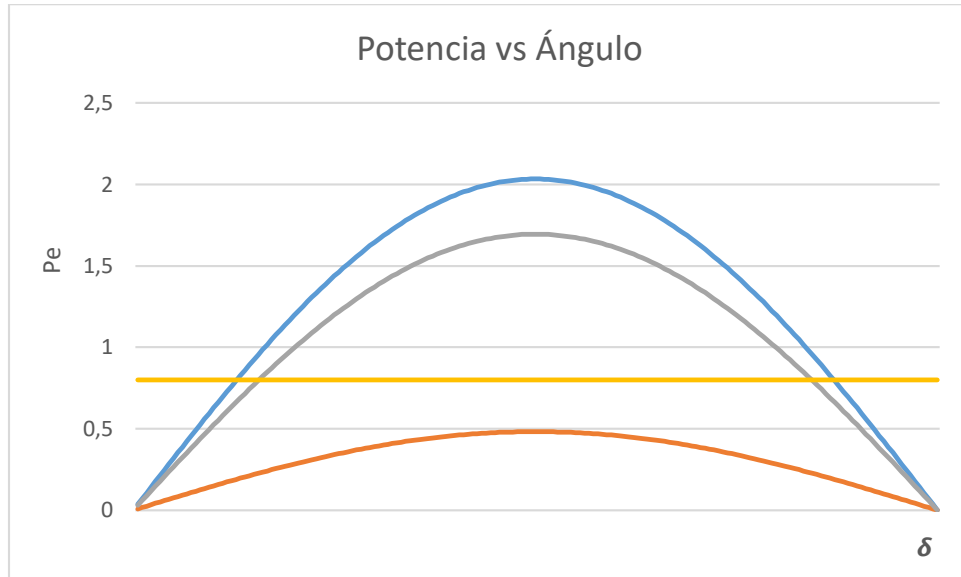


Figura V.52. Curva potencia vs ángulo (azul prefalla, roja durante falla, gris después de la falla, amarilla potencia mecánica).

Curva de oscilación.

Método de Runge-Kutta

Se supondrá que el tiempo de despeje de la falla es a los 200ms ocurrida la misma.

$$\Delta t = 0,05$$

$$M = \frac{GH}{180f} = \frac{1 * 5 \text{ s}}{180 * 60 \text{ Hz}} = 4,629 * 10^{-4} \frac{\text{s}}{\text{grados eléctricos}}$$

$$K = \frac{\Delta t^2}{M} = \frac{0,05^2}{4,629 * 10^{-4}} = 5,4$$

Tabla 6. Cálculo de la curva de oscilación.

t	Pmáx	Senδ	Pe	Pa	5,4Pa	Δδ	δ
0-	2,033	0,39330014	0,79957918	0,00042082			23,16
0+	0,482	0,39330014	0,18957067	0,61042933			23,16
0 prom		0,39330014		0,30542508	1,64929543	1,64929543	23,16
0,05	0,482	0,41959935	0,20224689	0,59775311	3,22786681	4,87716224	24,8092954
0,1	0,482	0,49525335	0,23871211	0,56128789	3,03095459	7,90811683	29,6864577
0,15	0,482	0,61007014	0,29405381	0,50594619	2,73210945	10,6402263	37,5945745
0,2-	0,482	0,74588071	0,3595145	0,4404855			48,2348008
0,2+	1,694	0,74588071	1,26352192	-0,46352192			48,2348008
0,2 prom				-0,01151821	-0,06219832	10,578028	48,2348008
0,25	1,694	0,85548023	1,4491835	-0,6491835	-3,50559092	7,07243703	58,8128287

0,3	1,694	0,91272914	1,54616316	-0,74616316	-4,02928108	3,04315595	65,8852657
0,35	1,694	0,933132	1,5807256	-0,7807256	-4,21591826	-1,17276231	68,9284217
0,4	1,694	0,9255779	1,56792896	-0,76792896	-4,1468164	-5,31957871	67,7556594
0,45	1,694	0,88649515	1,50172279	-0,70172279	-3,78930306	-9,10888178	62,4360807
0,5	1,694	0,80205925	1,35868837	-0,55868837	-3,01691722	-12,125799	53,3271989
0,55	1,694	0,65870784	1,11585109	-0,31585109	-1,70559587	-13,8313949	41,2013999
0,6	1,694	0,45973494	0,77879099	0,02120901	0,11452866	-13,7168662	27,370005
0,65	1,694	0,23604345	0,39985761	0,40014239	2,1607689	-11,5560973	13,6531388
0,7	1,694	0,03659211	0,06198703	0,73801297	3,98527003	-7,57082728	2,09704151
0,75	1,694	-0,09539032	-0,16159121	0,96159121	5,19259253	-2,37823475	-5,47378577
0,8	1,694	-0,13661505	-0,23142589	1,03142589	5,56969979	3,19146504	-7,85202052
0,85	1,694	-0,08125237	-0,13764151	0,93764151	5,06326416	8,2547292	-4,66055547
0,9	1,694	0,06268903	0,10619522	0,69380478	3,74654581	12,001275	3,59417372
0,95	1,694	0,26884331	0,45542057	0,34457943	1,86072893	13,8620039	15,5954487
1	1,694	0,49177711	0,83307042	-0,03307042	-0,17858025	13,6834237	29,4574527

Y la curva de oscilación se puede observar en la figura 53.

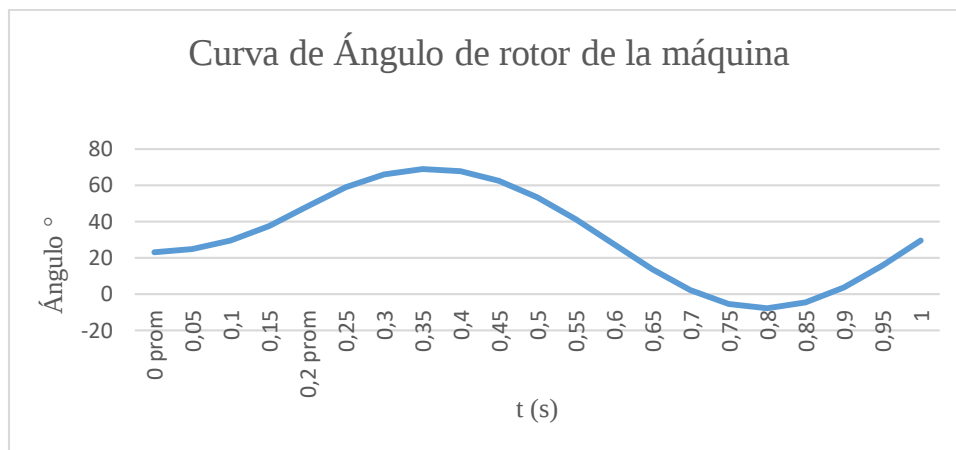


Figura V.53. Curva de oscilación.

El sistema es estable para un tiempo de apertura de 200ms de los interruptores, debido a que el ángulo oscila de forma amortiguada y nunca alcanza el valor del ángulo crítico.

Simulación en Digsilent

Se procedió a crear un evento de cortocircuito a los 0,1 seg iniciada la simulación. La apertura de los interruptores fue a los 0,2 seg de haber ocurrido la perturbación. En la figura 54 se puede apreciar la simulación corrida con una ventana de tiempo de 5 seg. La curva de oscilación de la máquina se muestra en la figura 55, donde logra verse el amortiguamiento que va sufriendo la oscilación, hasta que en algún momento logre extinguirse y retornar a un nuevo ángulo, que haga que la potencia eléctrica iguale la potencia mecánica del rotor.

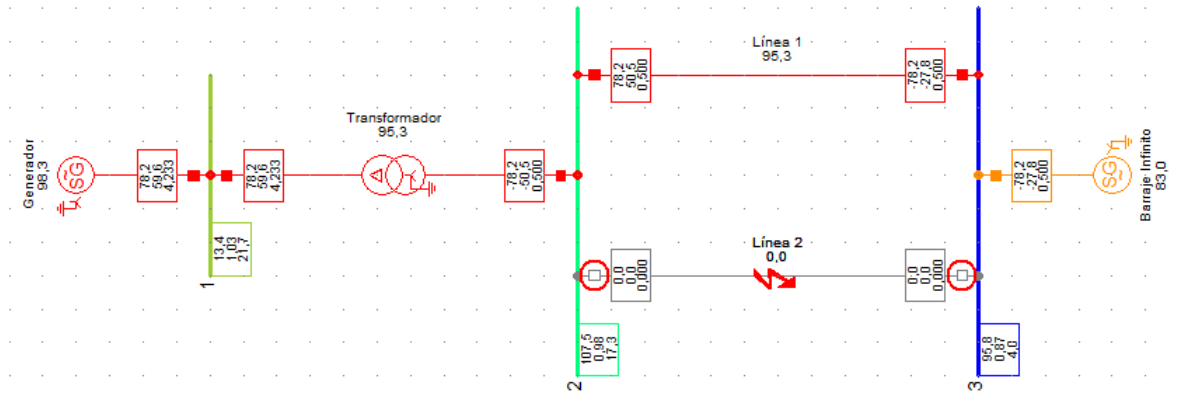


Figura V.54. Simulación de estabilidad transitoria para una falla LL. [Digsilent]

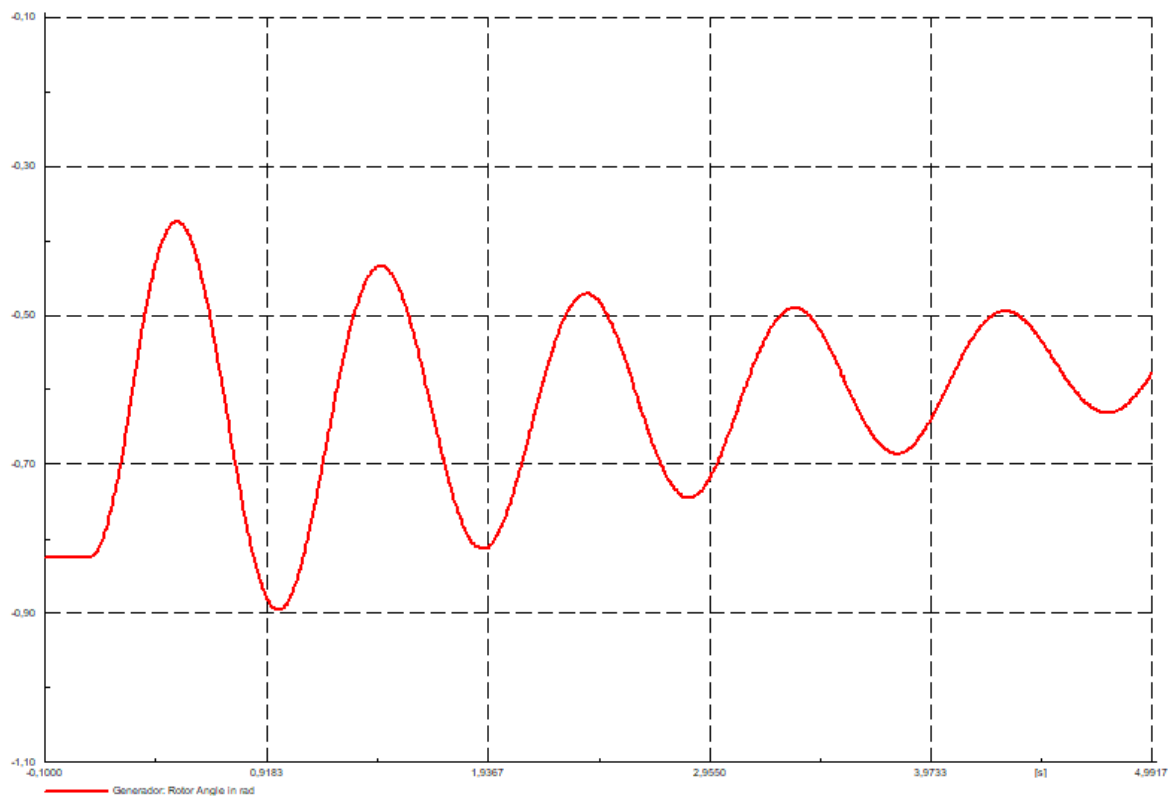


Figura V.55. Curva de oscilación de la máquina. [Digsilent]

VI. Anexos

1. Anexo

Capítulo 3- Ejercicio 10

El código generado para la obtención del flujo de potencia en MATLAB es el siguiente:

```
format short g
linedata=[1 2 0.01008, 0.05040,
3.815629, -19.078144, 10.25, 0.05125;
1 3 0.00744, 0.03720, 5.169561,
-25.847809, 7.75, 0.03875;
2 4 0.00744, 0.03720, 5.169561,
-25.847809, 7.75, 0.03875;
3 4 0.01272, 0.06360, 3.023705,
-15.118528, 12.75, 0.06375]

busdata=[1 0, 0, 50, 30.99, 1.00, 0 1;
2 0, 0, 170, 105.35, 1.00, 0 2;
3 0, 0, 200, 123.94, 1.00, 0 2;
4 318, 0, 80, 49.58, 1.02, 0 3]

% La última columna hace referencia al tipo
de bus, se tiene: 1.Slack Bus 2.PQ Bus 3.PV
Bus

%=====
===== El programa empieza
aquí
=====
=====

ss=i*linedata(:,8); % Y/2

y=linedata(:,5)+i*linedata(:,6);

totalbuses =
max(max(linedata(:,1)),max(linedata(:,2))); %
total buses
totalbranches = length(linedata(:,1));
% no. De ramas
ybus = zeros(totalbuses,totalbuses);
w=0;
u=0;
for n=1:totalbuses % número total de buses
PV
if busdata(n,2)>0
w=w+1;
end
end

for n=2:totalbuses % número total de buses
PQ
if busdata(n,2)==0
u=u+1;
end
end
% ----- Inicializando valores de la YBUS -----

for b=1:totalbranches
ybus((linedata(b,1)),(linedata(b,2)))=-y(b);
ybus((linedata(b,2)),(linedata(b,1)))
=ybus((linedata(b,1)),(linedata(b,2)));
end

for c=1:totalbuses
for d=1:totalbranches
if linedata(d,1) == c || linedata(d,2) == c
ybus(c,c) = ybus(c,c) + y(d) + ss(d);
end
end
end
ybus
ybusR=zeros(totalbuses,totalbuses);
ybusA=zeros(totalbuses,totalbuses);
z=zeros(totalbuses,8);
busnumber=busdata(:,1);
PG=busdata(:,2);
QG=busdata(:,3);
PL=busdata(:,4);
QL=busdata(:,5);
V=busdata(:,6);

VV=V;

ANG=busdata(:,7);
type = busdata(:,8);
s=(2*totalbuses)-w-2;
J=zeros(s,s); % Inicializando matriz
jacobiana
MM=zeros(s,1);
AN=ANG;

P = (PG-PL)./100; % Potencia activa en PU para
los buses
```

```

Q = (QG-QL)./100; % Potencia reactiva en PU
para los buses
tol=1;
iter=0;
kk=input('Enter the tolerance for iteration ');

```

```

%-----Pasando a Polar-----

```

```

for b=1:totalbranches
    % Parte real de ybus
    ybusR((linedata(b,1)),(linedata(b,2)))=abs(-
y(b));
    ybusR((linedata(b,2)),(linedata(b,1)))
=ybusR((linedata(b,1)),(linedata(b,2)));
    ybusR(b,b)=abs(-ybus(b,b));
    % Angulo de ybus
    ybusA((linedata(b,1)),(linedata(b,2)))=angle(-
y(b));
    ybusA((linedata(b,2)),(linedata(b,1)))
=ybusA((linedata(b,1)),(linedata(b,2)));
    ybusA(b,b)=angle(-ybus(b,b));
end

```

```

ybusR;
ybusA;

```

```

while tol > kk

```

```

%-----Delta P -----
-----%

```

```

for i = 2:totalbuses

    YVV = 0;

    for n = 1:totalbuses
        if i~=n
            YVV = YVV + (ybusR(i,n)*
V(n)*V(i))*cos((ybusA(i,n))+busdata(n,7)-
busdata(i,7)); % multiplicando las admittance &
voltaje
        end
        YVV;
    end

    Pc(i) = ((abs(V(i))^2)*real(ybus(i,i)))+YVV;
% Calculando P.
    deltaP(i)=P(i)-Pc(i);
end
Pc;
dp=deltaP';
for i=2:totalbuses
    MM(i-1,1)=dp(i);

```

```

end
%-----Delta Q -----
-----%

```

```

for i = 2:totalbuses-w
if busdata(i,8)== 2
    YVV = 0;

    for n = 1:totalbuses
        if i~=n
            YVV = YVV + (ybusR(i,n)*
V(n)*V(i))*sin((ybusA(i,n))+busdata(n,7)-
busdata(i,7)); % multiplicando las admittance &
voltaje
        end
        YVV;
    end

    Qc(i) = -((abs(V(i))^2)*imag(ybus(i,i)))-
YVV;
% Calculando Q.
    deltaQ(i)=Q(i)-Qc(i);
end
end
Qc;
dq=deltaQ';

```

```

for i=2:totalbuses-w
    if busdata(i,8)== 2
        MM(totalbuses-2+i,1)=dq(i);
    else
        i=i-1;
    end
end
J11=zeros(totalbuses-1,totalbuses-1);
J12=zeros(totalbuses-1,u);
J21=zeros(u,totalbuses-1);
J22=zeros(u,u);
%-----J11-----
-----%
for i=2:totalbuses
    for j=2:totalbuses
        if i~=j
            J11(i-1,j-1)= -abs(((ybusR(i,j)*
V(i)*V(j)))*sin((ybusA(i,j))+busdata(j,7)-
busdata(i,7)));
        end
        if i==j
            for n=1:totalbuses
                if n~=i
                    J11(i-1,i-1)=J11(i-1,i-1)+(
abs(((ybusR(i,n)*

```

```

V(i)*V(n))) * sin((ybusA(i,n))+busdata(n,7)-
busdata(i,7)));
    end
    end
    end
end
J11;
%-----J12-----
-----%

for i=2:totalbuses

    for j=2:totalbuses-w
        if busdata(j,8)== 2

            if i~=j
                J12(i-1,j-1)= (abs(V(j))*abs((ybusR(i,j)*
V(i)))) * cos((ybusA(i,j))+busdata(j,7)-
busdata(i,7));
                end
                yv12=0;
                if i==j
                    for n=1:totalbuses
                        if n~=i
                            yv12=yv12 + abs((ybusR(i,n)*
V(n))) * cos((ybusA(i,n))+busdata(n,7)-
busdata(i,7));

                                end
                            end
                        J12(i-1,j-1) =
abs(V(i))*(2*abs(V(i))*real(ybus(i,i))+yv12);
                        end
                    end
                    end
                    J12;
                    %-----J21-----
                    -----%

                for i=2:totalbuses-w
                    if busdata(i,8)== 2

                        for j=2:totalbuses
                            if i~=j
                                J21(i-1,j-1)= abs(((ybusR(i,j)*
V(i)*V(j)))) * cos((ybusA(i,j))+busdata(j,7)-
busdata(i,7));
                                end
                                if i==j
                                    for n=1:totalbuses
                                        if n~=i
                                            J21(i-1,j-1)=J21(i-1,j-1)+( -
abs(((ybusR(i,n)*

```

```

V(i)*V(n))) * cos((ybusA(i,n))+busdata(n,7)-
busdata(i,7)));
    end
    end
    end
end
J21;
%-----J22-----
-----%

for i=2:totalbuses-w

    for j=2:totalbuses-w
        if busdata(i,8)== 2 && busdata(j,8)== 2

            if i~=j
                J22(i-1,j-1)= -(abs(V(j))*abs((ybusR(i,j)*
V(i)))) * sin((ybusA(i,j))+busdata(j,7)-
busdata(i,7));
                end
                yv12=0;
                if i==j
                    J22(i-1,j-1)=-(J11(i-1,i-1)) -
(2*(abs(V(i))^2)*imag(ybus(i,i)));
                end
                end
                end
                J22;
                %-----%
                -----%

            for k=1:totalbuses-1
                for l=1:totalbuses-1

                    J(k,l)=J11(k,l);
                end
            end

            for k=1:u
                for l=1:totalbuses-1

                    J(l,k+totalbuses-1)=J12(l,k);
                end
            end

            for k=1:u
                for l=1:totalbuses-1

                    J(k+totalbuses-1,l)=J21(k,l);
                end
            end

```

```

for k=1:u
    for l=1:u

        J(l+totalbuses-1,k+totalbuses-1)=J22(l,k);
    end
end
MM;
J;
format short g
k=inv(J)*MM;

for n=1:totalbuses-1
    S(n)=(ANG(n+1)+k(n));
    sa=radtodeg(S);
    %-----
    busdata(n+1,7)=S(n);

    %-----
end
ANG=busdata(:,7);
sa;

for m=2:u+1
    V(m)=abs(busdata(m,6)+k(totalbuses-2+m));
    %abs(VV)

```

```

    busdata(m,6)=V(m);
end
V;

    tol=max(abs(abs(V) - abs(VV))) &&
max(abs(abs(ANG) - abs(AN)));

    iter=iter+1;
    VV=V;
    AN=ANG;

end
J
iter
%-----SALIDAS-----
-----%
z(1:totalbuses,1)=busdata(:,1);
z(1:totalbuses,2)=busdata(:,8);
z(1:totalbuses,3)=abs(busdata(:,6));
z(1:totalbuses,4)=radtodeg(busdata(:,7));
z(1:totalbuses,5)=PG;
z(1:totalbuses,7)=busdata(:,4);
z(1:totalbuses,8)=busdata(:,5);

```

2. Anexo

Capítulo 4

Falla línea a tierra

```

function done=slgfault(nb,ng,nl,nt)
%formation of positive sequence Ybus
Yp=Ypositive(nb,ng,nl,nt);
%formation of zero sequence Ybus
Yz=Yzero(nb,ng,nl,nt);
%formation of positive and negative sequence
Zbus
Zp=inv(Yp);
Zn=Zp;
%formation of zero sequence Zbus
check=diag(Yz);
k=find(check==0)
if length(k)==0
    Zz=inv(Yz);
end
if length(k)~=0
    Zz=pinv(Yz);
end
%preparation of pre-fault voltage vectors
xxx=ones(nb);

```

```

vp0=xxx(:,1);
yyy=zeros(nb);
vn0=yyy(:,1);
vz0=vn0;
%calculation of fault current
fid=fopen('faultdata.txt','r');
b=textread('faultdata.txt');
fclose(fid);
bus=b(1);
imp=b(3);
ifp=vp0(bus)/((Zp(bus,bus)+Zn(bus,bus)+Zz(bus,
bus)+3*imp)*j);
ifn=ifp;
ifz=ifp;
%post fault voltage calculations
for i=1:nb
    vpf(i)=vp0(i)-Zp(i,bus)*ifp*j;
    vnf(i)=vn0(i)-Zn(i,bus)*ifn*j;
    vzf(i)=vz0(i)-Zz(i,bus)*ifz*j;
end

```

```

vpf_mag=abs(vpf);
vpf_phase=angle(vpf);
vnf_mag=abs(vnf);
vnf_phase=angle(vnf);
vzf_mag=abs(vzf);
vzf_phase=angle(vzf);

%calculation of post fault flows in generators,
transformers and line
%reading of elements and classifying them as
lines, transformers or
%generators
%the convention for the status of elements is as
follows
% 1=lines
% 2=generators
% 3=transformers without phase shift
% 0=transformers with phase shift
fid=fopen('linedata.txt','r');
bb=textread('linedata.txt');
fclose(fid);
x=bb(:,1);
y=bb(:,2);
zp=bb(:,3);
zz=bb(:,4);
ele_num=1:length(x);
start_bus=x;
end_bus=y;
for i=1:length(x)
    status(i)=1;
end
for i=1:nl

poslineflowp(i)=(vpf_mag(x(i))*(cos(vpf_phase(x
(i)))+sin(vpf_phase(x(i)))*j)-
vpf_mag(y(i))*(cos(vpf_phase(y(i)))+sin(vpf_pha
se(y(i)))*j))/(zp(i)*j);

poslineflown(i)=(vnf_mag(x(i))*(cos(vnf_phase(x
(i)))+sin(vnf_phase(x(i)))*j)-
vnf_mag(y(i))*(cos(vnf_phase(y(i)))+sin(vnf_pha
se(y(i)))*j))/(zp(i)*j);

poslineflowz(i)=(vzf_mag(x(i))*(cos(vzf_phase(x
(i)))+sin(vzf_phase(x(i)))*j)-
vzf_mag(y(i))*(cos(vzf_phase(y(i)))+sin(vzf_pha
se(y(i)))*j))/(zz(i)*j);

neglineflowp(i)=(vpf_mag(y(i))*(cos(vpf_phase(y
(i)))+sin(vpf_phase(y(i)))*j)-
vpf_mag(x(i))*(cos(vpf_phase(x(i)))+sin(vpf_pha
se(x(i)))*j))/(zp(i)*j);

neglineflown(i)=(vnf_mag(y(i))*(cos(vnf_phase(y
(i)))+sin(vnf_phase(y(i)))*j)-
vnf_mag(x(i))*(cos(vnf_phase(x(i)))+sin(vnf_pha
se(x(i)))*j))/(zp(i)*j);

vnf_mag(x(i))*(cos(vnf_phase(x(i)))+sin(vnf_pha
se(x(i)))*j))/(zp(i)*j);

neglineflowz(i)=(vzf_mag(y(i))*(cos(vzf_phase(y
(i)))+sin(vzf_phase(y(i)))*j)-
vzf_mag(x(i))*(cos(vzf_phase(x(i)))+sin(vzf_pha
se(x(i)))*j))/(zz(i)*j);
end
poslineflowp_mag=abs(poslineflowp);
poslineflowp_phase=angle(poslineflowp);
poslineflown_mag=abs(poslineflown);
poslineflown_phase=angle(poslineflown);
poslineflowz_mag=abs(poslineflowz);
poslineflowz_phase=angle(poslineflowz);
neglineflowp_mag=abs(neglineflowp);
neglineflowp_phase=angle(neglineflowp);
neglineflown_mag=abs(neglineflown);
neglineflown_phase=angle(neglineflown);
neglineflowz_mag=abs(neglineflowz);
neglineflowz_phase=angle(neglineflowz);

fid=fopen('transformerdata.txt','r');
bb=textread('transformerdata.txt');
fclose(fid);
x=bb(:,1);
y=bb(:,3);
z=bb(:,5);
zz=bb(:,6);
hv=bb(:,2);
lv=bb(:,4);
hvbuses=x;
ele_num=1:length([ele_num y]);
start_bus=[start_bus' x'];
end_bus=[end_bus' y'];
for i=1:length(x)
    if (hv(i)==1 & lv(i)==2) | (hv(i)==2 & lv(i)==1)
| (hv(i)==0 & lv(i)==2) | (hv(i)==2 & lv(i)==0)
        status(i+nl)=0;
    else
        status(i+nl)=3;
    end
end
s=length(status);
for i=1:nt

postransflowp(i)=(vpf_mag(x(i))*(cos(vpf_phase(
x(i)))+sin(vpf_phase(x(i)))*j)-
vpf_mag(y(i))*(cos(vpf_phase(y(i)))+sin(vpf_pha
se(y(i)))*j))/(z(i)*j);

postransflown(i)=(vnf_mag(x(i))*(cos(vnf_phase(
x(i)))+sin(vnf_phase(x(i)))*j)-
vnf_mag(y(i))*(cos(vnf_phase(y(i)))+sin(vnf_pha
se(y(i)))*j))/(z(i)*j);

postransflowz(i)=(vzf_mag(x(i))*(cos(vzf_phase(

```

```

x(i))+sin(vzf_phase(x(i))*j)-
vzf_mag(y(i))*(cos(vzf_phase(y(i)))+sin(vzf_phase(y(i))*j))*(-j)*Yz(x(i),y(i));

```

```

negtransflowp(i)=(vpf_mag(y(i))*(cos(vpf_phase(y(i)))+sin(vpf_phase(y(i))*j)-
vpf_mag(x(i))*(cos(vpf_phase(x(i)))+sin(vpf_phase(x(i))*j)))/(z(i)*j);

```

```

negtransflown(i)=(vnf_mag(y(i))*(cos(vnf_phase(y(i)))+sin(vnf_phase(y(i))*j)-
vnf_mag(x(i))*(cos(vnf_phase(x(i)))+sin(vnf_phase(x(i))*j)))/(z(i)*j);

```

```

negtransflowz(i)=(vzf_mag(y(i))*(cos(vzf_phase(y(i)))+sin(vzf_phase(y(i))*j)-
vzf_mag(x(i))*(cos(vzf_phase(x(i)))+sin(vzf_phase(x(i))*j))*(-j)*Yz(x(i),y(i));
end

```

```

postransflowp_mag=abs(postransflowp);
postransflowp_phase=angle(postransflowp);
postransflown_mag=abs(postransflown);
postransflown_phase=angle(postransflown);
postransflowz_mag=abs(postransflowz);
postransflowz_phase=angle(postransflowz);
negtransflowp_mag=abs(negtransflowp);
negtransflowp_phase=angle(negtransflowp);
negtransflown_mag=abs(negtransflown);
negtransflown_phase=angle(negtransflown);
negtransflowz_mag=abs(negtransflowz);
negtransflowz_phase=angle(negtransflowz);

```

```

fid=fopen('gendata.txt','r');
bb=textread('gendata.txt');
fclose(fid);
x=bb(:,1);
z=bb(:,2);
zz=bb(:,3);
gnd=bb(:,4);
ele_num=1:length([ele_num y]);
%length(ele_num)
start_bus=[start_bus x'];
for i=1:length(x)
    temp(i)=nb+1; %nb+1 is taken as the code for
    the reference bus i.e ground
end
end_bus=[end_bus temp];
for i=1:ng
    status(s+i)=2;
end
for i=1:ng

```

```

posgenflowp(i)=(vpf_mag(x(i))*(cos(vpf_phase(x(i)))+sin(vpf_phase(x(i))*j)-1)/(z(i)*j);

```

```

posgenflown(i)=(vnf_mag(x(i))*(cos(vnf_phase(x(i)))+sin(vnf_phase(x(i))*j))/(z(i)*j);

```

```

posgenflowz(i)=(vzf_mag(x(i))*(cos(vzf_phase(x(i)))+sin(vzf_phase(x(i))*j))/(zz(i)+3*gnd(i)*j);
neggenflowp(i)=-(vpf_mag(x(i))*(cos(vpf_phase(x(i)))+sin(vpf_phase(x(i))*j)-1)/(z(i)*j);
neggenflown(i)=-(vnf_mag(x(i))*(cos(vnf_phase(x(i)))+sin(vnf_phase(x(i))*j))/(z(i)*j);
neggenflowz(i)=-(vzf_mag(x(i))*(cos(vzf_phase(x(i)))+sin(vzf_phase(x(i))*j))/(zz(i)+3*gnd(i)*j);
end

```

```

posgenflowp_mag=abs(posgenflowp);
posgenflowp_phase=angle(posgenflowp);
posgenflown_mag=abs(posgenflown);
posgenflown_phase=angle(posgenflown);
posgenflowz_mag=abs(posgenflowz);
posgenflowz_phase=angle(posgenflowz);
neggenflowz_mag=abs(neggenflowz);
neggenflowz_phase=angle(neggenflowz);
neggenflowp_mag=abs(neggenflowp);
neggenflowp_phase=angle(neggenflowp);
neggenflown_mag=abs(neggenflown);
neggenflown_phase=angle(neggenflown);

```

```

posflowp=[poslineflowp postransflowp
posgenflowp];
posflown=[poslineflown postransflown
posgenflown];
posflowz=[poslineflowz postransflowz
posgenflowz];

```

```

posflowp_phase=[poslineflowp_phase
postransflowp_phase posgenflowp_phase];
posflown_phase=[poslineflown_phase
postransflown_phase posgenflown_phase];
posflowz_phase=[poslineflowz_phase
postransflowz_phase posgenflowz_phase];

```

```

negflowp=[neglineflowp negtransflowp
neggenflowp];
negflown=[neglineflown negtransflown
neggenflown];
negflowz=[neglineflowz negtransflowz
neggenflowz];

```

```

negflowp_phase=[neglineflowp_phase
negtransflowp_phase neggenflowp_phase];
negflown_phase=[neglineflown_phase
negtransflown_phase neggenflown_phase];
negflowz_phase=[neglineflowz_phase
negtransflowz_phase neggenflowz_phase];

```

```
%correction for star-delta connected transformers
for i=1:(nb+1)
```

```
    M(i)=1000; %phase adjusting parameter of
    each bus
end
```

```
M(1)=0;
```

```
k=1; %running variable for element number
```

```
kk=find(M==1000);
```

```
while length(kk)~=0
```

```
    flag=k;
```

```
    ib=start_bus(k);
```

```
    jb=end_bus(k);
```

```
    if M(ib)==1000
```

```
        if M(jb)==1000
```

```
            k=k+1;
```

```
        end
```

```
    if M(jb)~=1000
```

```
        if status(k)~=0
```

```
            M(ib)=M(jb);
```

```
            k=k+1;
```

```
        end
```

```
        temp=find(hvbuses==ib);
```

```
        if k<=(length(ele_num)) & k==flag
```

```
            if status(k)==0
```

```
                if (length(temp)==0)
```

```
                    M(ib)=M(jb)-1;
```

```
                    k=k+1;
```

```
                else
```

```
                    M(ib)=M(jb)+1;
```

```
                    k=k+1;
```

```
                end
```

```
            end
```

```
        end
```

```
    end
```

```
    kk=find(M==1000);
```

```
    if length(kk)==0
```

```
        %M
```

```
        break;
```

```
    end
```

```
    if length(kk)~=0
```

```
        if k<=length(ele_num)
```

```
            %k=k+1;
```

```
            %M
```

```
            continue;
```

```
        end
```

```
        if k>length(ele_num)
```

```
            k=1;
```

```
            %M
```

```
            continue;
```

```
        end
```

```
    end
```

```
end
```

```
if M(ib)~=1000
```

```
    if M(jb)~=1000
```

```
        k=k+1;
```

```
    end
```

```
if M(jb)==1000
```

```
    if status(k)~=0
```

```
        M(jb)=M(ib);
```

```
        k=k+1;
```

```
    end
```

```
    temp=find(hvbuses==jb);
```

```
    if k<=(length(ele_num)) & k==flag
```

```
        if status(k)==0
```

```
            if (length(temp)==0)
```

```
                M(jb)=M(ib)-1;
```

```
                k=k+1;
```

```
            else
```

```
                M(jb)=M(ib)+1;
```

```
                k=k+1;
```

```
            end
```

```
        end
```

```
    end
```

```
    end
```

```
    kk=find(M==1000);
```

```
    if length(kk)==0
```

```
        %M
```

```
        break;
```

```
    end
```

```
    if length(kk)~=0
```

```
        if k<=length(ele_num)
```

```
            %k=k+1;
```

```
            %M
```

```
            continue;
```

```
        end
```

```
        if k>length(ele_num)
```

```
            k=1;
```

```
            %M
```

```
            continue;
```

```
        end
```

```
    end
```

```
end
```

```
fid=fopen('faultdata.txt','r');
```

```
b=textread('faultdata.txt');
```

```
fclose(fid);
```

```
FB=b(1);
```

```
flag=M(FB);
```

```
for i=1:(nb+1)
```

```
    M(i)=M(i)-flag;
```

```
end
```

```
M;
```

```
%correction of voltage and flows
```

```
value=input('Enter the phase shift that you desire
in degrees. The choice that you have are 30 and 90
degrees.');
```

```
for i=1:nb
```

```

    if value==30

vpf_phase(i)=vpf_phase(i)+M(i)*(value*pi/180);
    vnf_phase(i)=vnf_phase(i)-
M(i)*(value*pi/180);
    end
    if value==90
        vpf_phase(i)=vpf_phase(i)-
M(i)*(value*pi/180);

vnf_phase(i)=vnf_phase(i)+M(i)*(value*pi/180);
    end
end
for i=1:length(posflowp_phase)
    if value==30

posflowp_phase(i)=posflowp_phase(i)+M(start_b
us(i))*(value*pi/180);
    posflown_phase(i)=posflown_phase(i)-
M(start_bus(i))*(value*pi/180);
    end
    if value==90
        posflowp_phase(i)=posflowp_phase(i)-
M(start_bus(i))*(value*pi/180);

posflown_phase(i)=posflown_phase(i)+M(start_b
us(i))*(value*pi/180);
    end
    if value==30

negflowp_phase(i)=negflowp_phase(i)+M(end_bu
s(i))*(value*pi/180);
    negflown_phase(i)=negflown_phase(i)-
M(end_bus(i))*(value*pi/180);
    end
    if value==90
        negflowp_phase(i)=negflowp_phase(i)-
M(end_bus(i))*(value*pi/180);

negflown_phase(i)=negflown_phase(i)+M(end_bu
s(i))*(value*pi/180);
    end
end

%conversion to phase quantities
a=cos(2*pi/3)+sin(2*pi/3)*j;
asq=cos(4*pi/3)+sin(4*pi/3)*j;
for i=1:nb
    va(i)=vzf(i)+vpf(i)+vnf(i);
    vb(i)=vzf(i)+asq*vpf(i)+a*vnf(i);
    vc(i)=vzf(i)+a*vpf(i)+asq*vnf(i);
end
for i=1:length(ele_num)

posflowa(i)=posflowz(i)+posflowp(i)+posflown(i)
;

posflowb(i)=posflowz(i)+asq*posflowp(i)+a*posf
lown(i);

posflowc(i)=posflowz(i)+a*posflowp(i)+asq*posf
lown(i);
end
for i=1:length(ele_num)

negflowa(i)=negflowz(i)+negflowp(i)+negflown(i)
);

negflowb(i)=negflowz(i)+asq*negflowp(i)+a*neg
flown(i);

negflowc(i)=negflowz(i)+a*negflowp(i)+asq*negf
lown(i);
end

%data entry into output file
fid=fopen('output.txt','w');
fprintf(fid,'The positive sequence Ybus\n\n');
for i=1:nb
    for k=1:nb
        fprintf(fid,'% -10.3ft',Yp(i,k));
    end
    fprintf(fid,'\n\n');
end
fprintf(fid,'The positive sequence Zbus\n\n');
for i=1:nb
    for k=1:nb
        fprintf(fid,'% -10.3ft',Zp(i,k));
    end
    fprintf(fid,'\n\n');
end
fprintf(fid,'The zero sequence Ybus\n\n');
for i=1:nb
    for k=1:nb
        fprintf(fid,'% -10.3ft',Yz(i,k));
    end
    fprintf(fid,'\n\n');
end
fprintf(fid,'The zero sequence Zbus\n\n');
for i=1:nb
    for k=1:nb
        fprintf(fid,'% -10.3ft',Zz(i,k));
    end
    fprintf(fid,'\n\n');
end

fprintf(fid,'Fault current\n\n');
fprintf(fid,'Magnitude Angle(radians)\n');
fprintf(fid,'I1\n');
fprintf(fid,'% -10.3f % -
10.3f\n\n',abs(ifp),angle(ifp));

```

```

fprintf(fid,'I2\n');
fprintf(fid,'% -10.3f %-
10.3f\n\n',abs(ifn),angle(ifn));
fprintf(fid,'I0\n');
fprintf(fid,'% -10.3f %-
10.3f\n\n',abs(izf),angle(izf));
fprintf(fid,'Printing of sequence components\n');
fprintf(fid,'Post Fault Voltages\n\n');
fprintf(fid,'Bus-number Pos-seq-Magnitude Pos-
seq-Angle(radians) Neg-seq-Magnitude Neg-
seq-Angle(radians) Zero-seq-Magnitude Zero-
seq-Angle(radians)\n');
for i=1:length(vpf)
    fprintf(fid,'% -10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3f
%-10.3f %-10.3f %-
10.3f\n',i,abs(vpf(i)),vpf_phase(i),abs(vnf(i)),vnf_
phase(i),abs(vzf(i)),angle(vzf(i)));
end
fprintf(fid,'\n\n');
fprintf(fid,'Post fault flows\n\n');
fprintf(fid,'The extra bus represents the reference
bus\n');
fprintf(fid,'Start-bus End-bus pos-Magnitude pos-
Phase neg-mag neg-phase zero-mag zero-
phase\n');
fprintf(fid,'This represents the I to J flows\n\n');
for i=1:length(posflowp)
    fprintf(fid,'% -10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3f
%-10.3f %-10.3f %-10.3f %-
10.3f\n',start_bus(i),end_bus(i),abs(posflowp(i)),p
osflowp_phase(i),abs(posflown(i)),posflown_pha
se(i),abs(posflowz(i)),posflowz_phase(i));
end
fprintf(fid,'\n\n');
fprintf(fid,'This represents the J to I flows\n\n');
fprintf(fid,'Start-bus End-bus pos-Magnitude pos-
Phase neg-mag neg-phase zero-mag zero-
phase\n');
kk=find(end_bus==(nb+1));
for i=1:length(negflowp)
    test=find(kk==i);
    if length(test)==0
        fprintf(fid,'% -10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3f
%-10.3f %-10.3f %-10.3f %-
10.3f\n',end_bus(i),start_bus(i),abs(negflowp(i)),n
egflowp_phase(i),abs(negflown(i)),negflown_pha
se(i),abs(negflowz(i)),negflowz_phase(i));

```

Falla línea-línea-tierra

```

function done=llgfault(nb,ng,nl,nt)
%Secuencia positiva de Ybus
Yp=Ypositive(nb,ng,nl,nt);
% Secuencia cero de Ybus
Yz=Yzero(nb,ng,nl,nt);

```

```

end
end
fprintf(fid,'\n\n');

fprintf(fid,'Printing of phase quantities\n');
fprintf(fid,'Bus-number A-Magnitude A-
Angle(radians) B-Magnitude B-Angle(radians)
C-Magnitude C-Angle(radians)\n');
for i=1:length(vpf)
    fprintf(fid,'% -10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3f
%-10.3f %-10.3f %-
10.3f\n',i,abs(va(i)),angle(va(i)),abs(vb(i)),angle(v
b(i)),abs(vc(i)),angle(vc(i)));
end
fprintf(fid,'\n\n');
fprintf(fid,'Post fault flows\n\n');
fprintf(fid,'The extra bus represents the reference
bus\n');
fprintf(fid,'Start-bus End-bus A-Magnitude A-
Phase B-mag B-phase C-mag C-phase\n');
fprintf(fid,'This represents the I to J flows\n\n');
for i=1:length(posflowp)
    fprintf(fid,'% -10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3f
%-10.3f %-10.3f %-10.3f %-
10.3f\n',start_bus(i),end_bus(i),abs(posflowa(i)),a
ngle(posflowa(i)),abs(posflowb(i)),angle(posflow
b(i)),abs(posflowc(i)),angle(posflowc(i)));
end
fprintf(fid,'\n\n');
fprintf(fid,'This represents the J to I flows\n\n');
fprintf(fid,'Start-bus End-bus A-Magnitude A-
Phase B-mag B-phase C-mag C-phase\n');
kk=find(end_bus==(nb+1));
for i=1:length(negflowp)
    test=find(kk==i);
    if length(test)==0
        fprintf(fid,'% -10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3f
%-10.3f %-10.3f %-10.3f %-
10.3f\n',end_bus(i),start_bus(i),abs(negflowa(i)),a
ngle(negflowa(i)),abs(negflowb(i)),angle(negflow
b(i)),abs(negflowc(i)),angle(negflowc(i)));
    end
end
fprintf(fid,'\n\n');
fclose(fid);

done=1;

```

```

%Secuencia positiva y negativa de Zbus
Zp=inv(Yp);
Zn=Zp;
% Secuencia cero de Ybus
check=diag(Yz);

```

```

k=find(check==0)
if length(k)==0
    Zz=inv(Yz);
end
if length(k)~=0
    Zz=pinv(Yz);
end
%Vector de voltajes de pre-falla
xxx=ones(nb);
vp0=xxx(:,1);
yyy=zeros(nb);
vn0=yyy(:,1);
vz0=vn0;
%Cálculo de corriente de falla
fid=fopen('faultdata.txt','r');
b=textread('faultdata.txt');
fclose(fid);
bus=b(1);
imp=b(3);
%Cálculo de impedancias Thevenin
Zth=((Zz(bus,bus)+3*imp)*j*Zn(bus,bus)*j)/((Zz(
bus,bus)+3*imp+Zn(bus,bus))*j)+Zp(bus,bus)*j;
ifp=vp0(bus)/Zth;
ifn=-
ifp*(Zz(bus,bus)+3*imp)*j/(Zz(bus,bus)+3*imp+
Zn(bus,bus));
ifz=-
ifp*(Zn(bus,bus))*j/(Zz(bus,bus)+3*imp+Zn(bus,
bus));
%Ecuaciones para el cálculo de voltaje después de
ocurrida la falla
for i=1:nb
    vpf(i)=vp0(i)-Zp(i,bus)*ifp*j;
    vnf(i)=vn0(i)-Zn(i,bus)*ifn*j;
    vzf(i)=vz0(i)-Zz(i,bus)*ifz*j;
end
vpf_mag=abs(vpf);
vpf_phase=angle(vpf);
vnf_mag=abs(vnf);
vnf_phase=angle(vnf);
vzf_mag=abs(vzf);
vzf_phase=angle(vzf);

%A continuación se calcularán los flujos después
de ocurrida la falla y se correrá el flujo en los
generadores, transformadores y líneas
%Las convenciones de los elementos son las
siguientes:
% 1=líneas
% 2=generadores
% 3=transformadores
fid=fopen('linedata.txt','r');
bb=textread('linedata.txt');
fclose(fid);
x=bb(:,1);
y=bb(:,2);

zp=bb(:,3);
zz=bb(:,4);
ele_num=1:length(x);
start_bus=x;
end_bus=y;
for i=1:length(x)
    status(i)=1;
end
for i=1:nl

poslineflowp(i)=(vpf_mag(x(i))*(cos(vpf_phase(x
(i)))+sin(vpf_phase(x(i))*j)-
vpf_mag(y(i))*(cos(vpf_phase(y(i)))+sin(vpf_pha
se(y(i))*j))/(zp(i)*j);

poslineflown(i)=(vnf_mag(x(i))*(cos(vnf_phase(x
(i)))+sin(vnf_phase(x(i))*j)-
vnf_mag(y(i))*(cos(vnf_phase(y(i)))+sin(vnf_pha
se(y(i))*j))/(zp(i)*j);

poslineflowz(i)=(vzf_mag(x(i))*(cos(vzf_phase(x
(i)))+sin(vzf_phase(x(i))*j)-
vzf_mag(y(i))*(cos(vzf_phase(y(i)))+sin(vzf_pha
se(y(i))*j))/(zz(i)*j);

neglineflowp(i)=(vpf_mag(y(i))*(cos(vpf_phase(y
(i)))+sin(vpf_phase(y(i))*j)-
vpf_mag(x(i))*(cos(vpf_phase(x(i)))+sin(vpf_pha
se(x(i))*j))/(zp(i)*j);

neglineflown(i)=(vnf_mag(y(i))*(cos(vnf_phase(y
(i)))+sin(vnf_phase(y(i))*j)-
vnf_mag(x(i))*(cos(vnf_phase(x(i)))+sin(vnf_pha
se(x(i))*j))/(zp(i)*j);

neglineflowz(i)=(vzf_mag(y(i))*(cos(vzf_phase(y
(i)))+sin(vzf_phase(y(i))*j)-
vzf_mag(x(i))*(cos(vzf_phase(x(i)))+sin(vzf_pha
se(x(i))*j))/(zz(i)*j);
end
poslineflowp_mag=abs(poslineflowp);
poslineflowp_phase=angle(poslineflowp);
poslineflown_mag=abs(poslineflown);
poslineflown_phase=angle(poslineflown);
poslineflowz_mag=abs(poslineflowz);
poslineflowz_phase=angle(poslineflowz);
neglineflowp_mag=abs(neglineflowp);
neglineflowp_phase=angle(neglineflowp);
neglineflown_mag=abs(neglineflown);
neglineflown_phase=angle(neglineflown);
neglineflowz_mag=abs(neglineflowz);
neglineflowz_phase=angle(neglineflowz)

fid=fopen('transformerdata.txt','r');
bb=textread('transformerdata.txt');
fclose(fid);

```

```

x=bb(:,1);
y=bb(:,3);
z=bb(:,5);
zz=bb(:,6);
hv=bb(:,2);
lv=bb(:,4);
hvbuses=x;
ele_num=1:length([ele_num y]);
start_bus=[start_bus' x'];
end_bus=[end_bus' y'];
for i=1:length(x)
    if (hv(i)==1 & lv(i)==2) | (hv(i)==2 & lv(i)==1)
        | (hv(i)==0 & lv(i)==2) | (hv(i)==2 & lv(i)==0)
            status(i+nl)=0;
        else
            status(i+nl)=3;
        end
    end
end
s=length(status);
for i=1:nt

    postransflowp(i)=(vpf_mag(x(i))*(cos(vpf_phase(
x(i)))+sin(vpf_phase(x(i)))*j)-
vpf_mag(y(i))*(cos(vpf_phase(y(i)))+sin(vpf_phase(y(i)))*j))/(z(i)*j);

    postransflown(i)=(vnf_mag(x(i))*(cos(vnf_phase(
x(i)))+sin(vnf_phase(x(i)))*j)-
vnf_mag(y(i))*(cos(vnf_phase(y(i)))+sin(vnf_phase(y(i)))*j))/(z(i)*j);

    postransflowz(i)=(vzf_mag(x(i))*(cos(vzf_phase(
x(i)))+sin(vzf_phase(x(i)))*j)-
vzf_mag(y(i))*(cos(vzf_phase(y(i)))+sin(vzf_phase(y(i)))*j))*(-j)*Yz(x(i),y(i));

    negtransflowp(i)=(vpf_mag(y(i))*(cos(vpf_phase(
y(i)))+sin(vpf_phase(y(i)))*j)-
vpf_mag(x(i))*(cos(vpf_phase(x(i)))+sin(vpf_phase(x(i)))*j))/(z(i)*j);

    negtransflown(i)=(vnf_mag(y(i))*(cos(vnf_phase(
y(i)))+sin(vnf_phase(y(i)))*j)-
vnf_mag(x(i))*(cos(vnf_phase(x(i)))+sin(vnf_phase(x(i)))*j))/(z(i)*j);

    negtransflowz(i)=(vzf_mag(y(i))*(cos(vzf_phase(
y(i)))+sin(vzf_phase(y(i)))*j)-
vzf_mag(x(i))*(cos(vzf_phase(x(i)))+sin(vzf_phase(x(i)))*j))*(-j)*Yz(x(i),y(i));
end
postransflowp_mag=abs(postransflowp);
postransflowp_phase=angle(postransflowp);
postransflown_mag=abs(postransflown);
postransflown_phase=angle(postransflown);
postransflowz_mag=abs(postransflowz);

```

```

postransflowz_phase=angle(postransflowz);
negtransflowp_mag=abs(negtransflowp);
negtransflowp_phase=angle(negtransflowp);
negtransflown_mag=abs(negtransflown);
negtransflown_phase=angle(negtransflown);
negtransflowz_mag=abs(negtransflowz);
negtransflowz_phase=angle(negtransflowz);

```

```

fid=fopen('gendata.txt','r');
bb=textread('gendata.txt');
fclose(fid);
x=bb(:,1);
z=bb(:,2);
zz=bb(:,3);
gnd=bb(:,4);
ele_num=1:length([ele_num y]);
%length(ele_num)
start_bus=[start_bus' x'];
for i=1:length(x)
    temp(i)=nb+1; %nb+1 es el valor de código
    tomado como referencia del bus i,e conectado a
    tierra end
end_bus=[end_bus temp];
for i=1:ng
    status(s+i)=2;
end
for i=1:ng

```

```

    posgenflowp(i)=(vpf_mag(x(i))*(cos(vpf_phase(x
(i)))+sin(vpf_phase(x(i)))*j)-1)/(z(i)*j);

```

```

    posgenflown(i)=(vnf_mag(x(i))*(cos(vnf_phase(x
(i)))+sin(vnf_phase(x(i)))*j))/(z(i)*j);

```

```

    posgenflowz(i)=(vzf_mag(x(i))*(cos(vzf_phase(x
(i)))+sin(vzf_phase(x(i)))*j))/((zz(i)+3*gnd(i))*j);
    neggenflowp(i)=-(
vpf_mag(x(i))*(cos(vpf_phase(x(i)))+sin(vpf_phase(x(i)))*j)-1)/(z(i)*j);
    neggenflown(i)=-(
vnf_mag(x(i))*(cos(vnf_phase(x(i)))+sin(vnf_phase(x(i)))*j))/(z(i)*j);
    neggenflowz(i)=-(
vzf_mag(x(i))*(cos(vzf_phase(x(i)))+sin(vzf_phase(x(i)))*j))/((zz(i)+3*gnd(i))*j);
end

```

```

    posgenflowp_mag=abs(posgenflowp);
    posgenflowp_phase=angle(posgenflowp);
    posgenflown_mag=abs(posgenflown);
    posgenflown_phase=angle(posgenflown);
    posgenflowz_mag=abs(posgenflowz);
    posgenflowz_phase=angle(posgenflowz);
    neggenflowz_mag=abs(neggenflowz);
    neggenflowz_phase=angle(neggenflowz);
    neggenflowp_mag=abs(neggenflowp);
    neggenflowp_phase=angle(neggenflowp);

```

```

neggenflown_mag=abs(neggenflown);
neggenflown_phase=angle(neggenflown);

posflowp=[poslineflowp postransflowp
posgenflowp];
posflown=[poslineflown postransflown
posgenflown];
posflowz=[poslineflowz postransflowz
posgenflowz];

posflowp_phase=[poslineflowp_phase
postransflowp_phase posgenflowp_phase];
posflown_phase=[poslineflown_phase
postransflown_phase posgenflown_phase];
posflowz_phase=[poslineflowz_phase
postransflowz_phase posgenflowz_phase];

negflowp=[neglineflowp negtransflowp
neggenflowp];
negflown=[neglineflown negtransflown
neggenflown];
negflowz=[neglineflowz negtransflowz
neggenflowz];

negflowp_phase=[neglineflowp_phase
negtransflowp_phase neggenflowp_phase];
negflown_phase=[neglineflown_phase
negtransflown_phase neggenflown_phase];
negflowz_phase=[neglineflowz_phase
negtransflowz_phase neggenflowz_phase];

%Corrección de los transformadores conectados
en delta
for i=1:(nb+1)
    M(i)=1000; %Ajustando el parámetro de fase
de cada end
M(1)=0;
k=1; %running variable for element number
kk=find(M==1000);
while length(kk)~=0
    flag=k;
    ib=start_bus(k);
    jb=end_bus(k);

    if M(ib)==1000
        if M(jb)==1000
            k=k+1;
        end
        if M(jb)~=1000
            if status(k)~=0
                M(ib)=M(jb);
                k=k+1;
            end
            temp=find(hvbuses==ib);
            if k<=(length(ele_num)) & k==flag

```

```

                if status(k)==0
                    if (length(temp)==0)
                        M(ib)=M(jb)-1;
                        k=k+1;
                    else
                        M(ib)=M(jb)+1;
                        k=k+1;
                    end
                end
            end
        end
        kk=find(M==1000);
        if length(kk)==0
            %M
            break;
        end
    end
    if length(kk)~=0
        if k<=length(ele_num)
            %k=k+1;
            %M
            continue;
        end
        if k>length(ele_num)
            k=1;
            %M
            continue;
        end
    end
end

if M(ib)~=1000
    if M(jb)~=1000
        k=k+1;
    end
    if M(jb)==1000
        if status(k)~=0
            M(jb)=M(ib);
            k=k+1;
        end
        temp=find(hvbuses==jb);
        if k<=(length(ele_num)) & k==flag
            if status(k)==0
                if (length(temp)==0)
                    M(jb)=M(ib)-1;
                    k=k+1;
                else
                    M(jb)=M(ib)+1;
                    k=k+1;
                end
            end
        end
    end
    kk=find(M==1000);
    if length(kk)==0
        %M
        break;
    end
end

```

```

end
if length(kk)~=0
    if k<=length(ele_num)
        %k=k+1;
        %M
        continue;
    end
    if k>length(ele_num)
        k=1;
        %M
        continue;
    end
end
end
end

fid=fopen('faultdata.txt','r');
b=textread('faultdata.txt');
fclose(fid);
FB=b(1);
flag=M(FB);
for i=1:(nb+1)
    M(i)=M(i)-flag;
end
M;
%Corrección de voltaje en los flujos
for i=1:nb
    if value==30

vpf_phase(i)=vpf_phase(i)+M(i)*(value*pi/180);
vnf_phase(i)=vnf_phase(i)-
M(i)*(value*pi/180);
end
    if value==90
        vpf_phase(i)=vpf_phase(i)-
M(i)*(value*pi/180);

vnf_phase(i)=vnf_phase(i)+M(i)*(value*pi/180);
end
end
for i=1:length(posflowp_phase)
    if value==30

posflowp_phase(i)=posflowp_phase(i)+M(start_b
us(i))*(value*pi/180);
posflown_phase(i)=posflown_phase(i)-
M(start_bus(i))*(value*pi/180);
end
    if value==90
        posflowp_phase(i)=posflowp_phase(i)-
M(start_bus(i))*(value*pi/180);

posflown_phase(i)=posflown_phase(i)+M(start_b
us(i))*(value*pi/180);
end
    if value==30

negflowp_phase(i)=negflowp_phase(i)+M(end_bu
s(i))*(value*pi/180);
negflown_phase(i)=negflown_phase(i)-
M(end_bus(i))*(value*pi/180);
end
    if value==90
        negflowp_phase(i)=negflowp_phase(i)-
M(end_bus(i))*(value*pi/180);

negflown_phase(i)=negflown_phase(i)+M(end_bu
s(i))*(value*pi/180);
end
end

%Conversión de fases
a=cos(2*pi/3)+sin(2*pi/3)*j;
asq=cos(4*pi/3)+sin(4*pi/3)*j;
for i=1:nb
    va(i)=vzf(i)+vpf(i)+vnf(i);
    vb(i)=vzf(i)+asq*vpf(i)+a*vnf(i);
    vc(i)=vzf(i)+a*vpf(i)+asq*vnf(i);
end
for i=1:length(ele_num)

posflowa(i)=posflowz(i)+posflowp(i)+posflown(i)
;

posflowb(i)=posflowz(i)+asq*posflowp(i)+a*pos
flown(i);

posflowc(i)=posflowz(i)+a*posflowp(i)+asq*pos
flown(i);
end
for i=1:length(ele_num)

negflowa(i)=negflowz(i)+negflowp(i)+negflown(i)
);

negflowb(i)=negflowz(i)+asq*negflowp(i)+a*neg
flown(i);

negflowc(i)=negflowz(i)+a*negflowp(i)+asq*negf
lown(i);
end

%ingreso de datos de salida
fid=fopen('output.txt','w');
fprintf(fid,'The positive sequence Ybus\n\n');
for i=1:nb
    for k=1:nb
        fprintf(fid,'% -10.3f\t',Yp(i,k));
    end
    fprintf(fid,'\n\n');
end
fprintf(fid,'The positive sequence Zbus\n\n');

```

```

for i=1:nb
    for k=1:nb
        fprintf(fid,'% -10.3ft',Zp(i,k));
    end
    fprintf(fid,'\n\n');
end

fprintf(fid,'The zero sequence Ybus\n\n');
for i=1:nb
    for k=1:nb
        fprintf(fid,'% -10.3ft',Yz(i,k));
    end
    fprintf(fid,'\n\n');
end
fprintf(fid,'The zero sequence Zbus\n\n');
for i=1:nb
    for k=1:nb
        fprintf(fid,'% -10.3ft',Zz(i,k));
    end
    fprintf(fid,'\n\n');
end

fprintf(fid,'Fault current\n\n');
fprintf(fid,'Magnitude Angle(radians)\n');
fprintf(fid,'I1\n');
fprintf(fid,'% -10.3f %-10.3fn\n',abs(Ifp),angle(Ifp));
fprintf(fid,'I2\n');
fprintf(fid,'% -10.3f %-10.3fn\n',abs(Ifn),angle(Ifn));
fprintf(fid,'I0\n');
fprintf(fid,'% -10.3f %-10.3fn\n',abs(Ifz),angle(Ifz));
fprintf(fid,'Printing of sequence components\n');
fprintf(fid,'Post Fault Voltages\n\n');
fprintf(fid,'Bus-number Pos-seq-Magnitude Pos-seq-Angle(radians) Neg-seq-Magnitude Neg-seq-Angle(radians) Zero-seq-Magnitude Zero-seq-Angle(radians)\n');
for i=1:length(vpf)
    fprintf(fid,'% -10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3fn\n',i,abs(vpf(i)),vpf_phase(i),abs(vnf(i)),vnf_phase(i),abs(vzf(i)),angle(vzf(i)));
end
fprintf(fid,'\n\n');
fprintf(fid,'Post fault flows\n\n');
fprintf(fid,'The extra bus represents the reference bus\n');
fprintf(fid,'Start-bus End-bus pos-Magnitude pos-Phase neg-mag neg-phase zero-mag zero-phase\n');
fprintf(fid,'This represents the I to J flows\n\n');
for i=1:length(posflowp)
    fprintf(fid,'% -10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3fn\n',start_bus(i),end_bus(i),abs(posflowp(i)),angle(posflowp(i)),abs(posflown(i)),angle(posflown(i)),abs(posflowz(i)),angle(posflowz(i)));
end
fprintf(fid,'\n\n');
fprintf(fid,'This represents the J to I flows\n\n');
fprintf(fid,'Start-bus End-bus pos-Magnitude pos-Phase neg-mag neg-phase zero-mag zero-phase\n');
kk=find(end_bus==(nb+1));
for i=1:length(negflowp)
    test=find(kk==i);
    if length(test)==0
        fprintf(fid,'% -10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3fn\n',end_bus(i),start_bus(i),abs(negflowp(i)),angle(negflowp(i)),abs(negflown(i)),angle(negflown(i)),abs(negflowz(i)),angle(negflowz(i)));
    end
end
fprintf(fid,'\n\n');

fprintf(fid,'Printing of phase quantities\n');
fprintf(fid,'Bus-number A-Magnitude A-Angle(radians) B-Magnitude B-Angle(radians) C-Magnitude C-Angle(radians)\n');
for i=1:length(vpf)
    fprintf(fid,'% -10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3fn\n',i,abs(va(i)),angle(va(i)),abs(vb(i)),angle(vb(i)),abs(vc(i)),angle(vc(i)));
end
fprintf(fid,'\n\n');
fprintf(fid,'Post fault flows\n\n');
fprintf(fid,'The extra bus represents the reference bus\n');
fprintf(fid,'Start-bus End-bus A-Magnitude A-Phase B-mag B-phase C-mag C-phase\n');
fprintf(fid,'This represents the I to J flows\n\n');
for i=1:length(posflowp)
    fprintf(fid,'% -10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3fn\n',start_bus(i),end_bus(i),abs(posflowa(i)),angle(posflowa(i)),abs(posflowb(i)),angle(posflowb(i)),abs(posflowc(i)),angle(posflowc(i)));
end
fprintf(fid,'\n\n');
fprintf(fid,'This represents the J to I flows\n\n');
fprintf(fid,'Start-bus End-bus A-Magnitude A-Phase B-mag B-phase C-mag C-phase\n');
kk=find(end_bus==(nb+1));
for i=1:length(negflowp)
    test=find(kk==i);
    if length(test)==0
        fprintf(fid,'% -10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3f %-10.3fn\n',end_bus(i),start_bus(i),abs(negflowa(i)),angle(negflowa(i)),abs(negflowb(i)),angle(negflowb(i)),abs(negflowc(i)),angle(negflowc(i)));
    end
end
fprintf(fid,'\n\n');

```

```

10.3fn',end_bus(i),start_bus(i),abs(negflowa(i)),a
ngle(negflowa(i)),abs(negflowb(i)),angle(negflow
b(i)),abs(negflowc(i)),angle(negflowc(i)));
end
end

```

Falla línea-línea

```

% Secuencia positiva Ybus
Yp=Ypositive(nb,ng,nl,nt);
%Secuencia cero Ybus
Yz=Yzero(nb,ng,nl,nt);
%Secuencia positiva y negativa Zbus
Zp=inv(Yp);
Zn=Zp;
%Secuencia cero Zbus
check=diag(Yz);
k=find(check==0)
if length(k)==0
    Zz=inv(Yz);
end
if length(k)~=0
    Zz=pinv(Yz);
end
%Voltajes de prefalla
xxx=ones(nb);
vp0=xxx(:,1);
yyy=zeros(nb);
vn0=yyy(:,1);
vz0=vn0;
%Calculo de corriente de falla
fid=fopen('faultdata.txt','r');
b=textread('faultdata.txt');
fclose(fid);
bus=b(1);
imp=b(3);
ifp=vp0(bus)/((Zp(bus,bus)+Zn(bus,bus)+imp)*j);
ifn=-ifp;
ifz=0;
%Calculo de voltaje después de falla
for i=1:nb
    vpf(i)=vp0(i)-Zp(i,bus)*ifp*j;
    vnf(i)=vn0(i)-Zn(i,bus)*ifn*j;
    vzf(i)=vz0(i)-Zz(i,bus)*ifz*j;
end
vpf_mag=abs(vpf);
vpf_phase=angle(vpf);
vnf_mag=abs(vnf);
vnf_phase=angle(vnf);
vzf_mag=abs(vzf);
vzf_phase=angle(vzf);
%A continuación se calcularán los flujos después
de ocurrida la falla y se correrá el flujo en los
generadores, transformadores y líneas

```

```

fprintf(fid,'\n\n');
fclose(fid);

```

```
done=1;
```

%Las convenciones de los elementos son las siguientes:

% 1=líneas

% 2=generadores

% 3=transformadores

```
fid=fopen('linedata.txt','r');
```

```
bb=textread('linedata.txt');
```

```
fclose(fid);
```

```
x=bb(:,1);
```

```
y=bb(:,2);
```

```
zp=bb(:,3);
```

```
zz=bb(:,4);
```

```
ele_num=1:length(x);
```

```
start_bus=x;
```

```
end_bus=y;
```

```
for i=1:length(x)
```

```
    status(i)=1;
```

```
end
```

```
for i=1:nl
```

```

poslineflowp(i)=(vpf_mag(x(i))*(cos(vpf_phase(x
(i)))+sin(vpf_phase(x(i)))*j)-
vpf_mag(y(i))*(cos(vpf_phase(y(i)))+sin(vpf_pha
se(y(i)))*j))/(zp(i)*j);

```

```

poslineflown(i)=(vnf_mag(x(i))*(cos(vnf_phase(x
(i)))+sin(vnf_phase(x(i)))*j)-
vnf_mag(y(i))*(cos(vnf_phase(y(i)))+sin(vnf_pha
se(y(i)))*j))/(zp(i)*j);

```

```

poslineflowz(i)=(vzf_mag(x(i))*(cos(vzf_phase(x
(i)))+sin(vzf_phase(x(i)))*j)-
vzf_mag(y(i))*(cos(vzf_phase(y(i)))+sin(vzf_pha
se(y(i)))*j))/(zz(i)*j);

```

```

neglineflowp(i)=(vpf_mag(y(i))*(cos(vpf_phase(y
(i)))+sin(vpf_phase(y(i)))*j)-
vpf_mag(x(i))*(cos(vpf_phase(x(i)))+sin(vpf_pha
se(x(i)))*j))/(zp(i)*j);

```

```

neglineflown(i)=(vnf_mag(y(i))*(cos(vnf_phase(y
(i)))+sin(vnf_phase(y(i)))*j)-
vnf_mag(x(i))*(cos(vnf_phase(x(i)))+sin(vnf_pha
se(x(i)))*j))/(zp(i)*j);

```

```

neglineflowz(i)=(vzf_mag(y(i))*(cos(vzf_phase(y
(i)))+sin(vzf_phase(y(i)))*j)-

```

```
vzf_mag(x(i))*(cos(vzf_phase(x(i)))+sin(vzf_phase(x(i)))*j))/(zz(i)*j);
```

```
end
poslineflowp_mag=abs(poslineflowp);
poslineflowp_phase=angle(poslineflowp);
poslineflown_mag=abs(poslineflown);
poslineflown_phase=angle(poslineflown);
poslineflowz_mag=abs(poslineflowz);
poslineflowz_phase=angle(poslineflowz);
neglineflowp_mag=abs(neglineflowp);
neglineflowp_phase=angle(neglineflowp);
neglineflown_mag=abs(neglineflown);
neglineflown_phase=angle(neglineflown);
neglineflowz_mag=abs(neglineflowz);
neglineflowz_phase=angle(neglineflowz)
```

```
fid=fopen('transformerdata.txt','r');
bb=textread('transformerdata.txt');
fclose(fid);
x=bb(:,1);
y=bb(:,3);
z=bb(:,5);
zz=bb(:,6);
hv=bb(:,2);
lv=bb(:,4);
hvbuses=x;
ele_num=1:length([ele_num y]);
start_bus=[start_bus x'];
end_bus=[end_bus y'];
for i=1:length(x)
    if (hv(i)==1 & lv(i)==2) | (hv(i)==2 & lv(i)==1)
        | (hv(i)==0 & lv(i)==2) | (hv(i)==2 & lv(i)==0)
        status(i+nl)=0;
    else
        status(i+nl)=3;
    end
end
s=length(status);
for i=1:nt
```

```
postransflowp(i)=(vpf_mag(x(i))*(cos(vpf_phase(x(i)))+sin(vpf_phase(x(i)))*j)-
vpf_mag(y(i))*(cos(vpf_phase(y(i)))+sin(vpf_phase(y(i)))*j))/(z(i)*j);
```

```
postransflown(i)=(vnf_mag(x(i))*(cos(vnf_phase(x(i)))+sin(vnf_phase(x(i)))*j)-
vnf_mag(y(i))*(cos(vnf_phase(y(i)))+sin(vnf_phase(y(i)))*j))/(z(i)*j);
```

```
postransflowz(i)=(vzf_mag(x(i))*(cos(vzf_phase(x(i)))+sin(vzf_phase(x(i)))*j)-
vzf_mag(y(i))*(cos(vzf_phase(y(i)))+sin(vzf_phase(y(i)))*j)*(-j)*Yz(x(i),y(i));
```

```
negtransflowp(i)=(vpf_mag(y(i))*(cos(vpf_phase(x(i)))+sin(vpf_phase(y(i)))*j)-
```

```
y(i)))+sin(vpf_phase(y(i)))*j)-
vpf_mag(x(i))*(cos(vpf_phase(x(i)))+sin(vpf_phase(x(i)))*j))/(z(i)*j);
```

```
negtransflown(i)=(vnf_mag(y(i))*(cos(vnf_phase(y(i)))+sin(vnf_phase(y(i)))*j)-
vnf_mag(x(i))*(cos(vnf_phase(x(i)))+sin(vnf_phase(x(i)))*j))/(z(i)*j);
```

```
negtransflowz(i)=(vzf_mag(y(i))*(cos(vzf_phase(y(i)))+sin(vzf_phase(y(i)))*j)-
vzf_mag(x(i))*(cos(vzf_phase(x(i)))+sin(vzf_phase(x(i)))*j)*(-j)*Yz(x(i),y(i));
```

```
end
postransflowp_mag=abs(postransflowp);
postransflowp_phase=angle(postransflowp);
postransflown_mag=abs(postransflown);
postransflown_phase=angle(postransflown);
postransflowz_mag=abs(postransflowz);
postransflowz_phase=angle(postransflowz);
negtransflowp_mag=abs(negtransflowp);
negtransflowp_phase=angle(negtransflowp);
negtransflown_mag=abs(negtransflown);
negtransflown_phase=angle(negtransflown);
negtransflowz_mag=abs(negtransflowz);
negtransflowz_phase=angle(negtransflowz);
```

```
fid=fopen('gendata.txt','r');
bb=textread('gendata.txt');
fclose(fid);
x=bb(:,1);
z=bb(:,2);
zz=bb(:,3);
gnd=bb(:,4);
ele_num=1:length([ele_num y]);
%length(ele_num)
start_bus=[start_bus x'];
for i=1:length(x)
    temp(i)=nb+1;
end
end_bus=[end_bus temp];
for i=1:ng
    status(s+i)=2;
end
for i=1:ng
```

```
posgenflowp(i)=(vpf_mag(x(i))*(cos(vpf_phase(x(i)))+sin(vpf_phase(x(i)))*j)-1)/(z(i)*j);
```

```
posgenflown(i)=(vnf_mag(x(i))*(cos(vnf_phase(x(i)))+sin(vnf_phase(x(i)))*j))/(z(i)*j);
```

```
posgenflowz(i)=(vzf_mag(x(i))*(cos(vzf_phase(x(i)))+sin(vzf_phase(x(i)))*j))/(zz(i)+3*gnd(i)*j);
```

```

neggenflowp(i)=-
(vpf_mag(x(i))*(cos(vpf_phase(x(i)))+sin(vpf_ph
ase(x(i))*j)-1)/(z(i)*j);
neggenflown(i)=-
(vnf_mag(x(i))*(cos(vnf_phase(x(i)))+sin(vnf_ph
ase(x(i))*j))/(z(i)*j);
neggenflowz(i)=-
(vzf_mag(x(i))*(cos(vzf_phase(x(i)))+sin(vzf_ph
ase(x(i))*j))/((zz(i)+3*gnd(i))*j);
end
posgenflowp_mag=abs(posgenflowp);
posgenflowp_phase=angle(posgenflowp);
posgenflown_mag=abs(posgenflown);
posgenflown_phase=angle(posgenflown);
posgenflowz_mag=abs(posgenflowz);
posgenflowz_phase=angle(posgenflowz);
neggenflowz_mag=abs(neggenflowz);
neggenflowz_phase=angle(neggenflowz);
neggenflowp_mag=abs(neggenflowp);
neggenflowp_phase=angle(neggenflowp);
neggenflown_mag=abs(neggenflown);
neggenflown_phase=angle(neggenflown);

posflowp=[poslineflowp postransflowp
posgenflowp];
posflown=[poslineflown postransflown
posgenflown];
posflowz=[poslineflowz postransflowz
posgenflowz];

posflowp_phase=[poslineflowp_phase
postransflowp_phase posgenflowp_phase];
posflown_phase=[poslineflown_phase
postransflown_phase posgenflown_phase];
posflowz_phase=[poslineflowz_phase
postransflowz_phase posgenflowz_phase];

negflowp=[neglineflowp negtransflowp
neggenflowp];
negflown=[neglineflown negtransflown
neggenflown];
negflowz=[neglineflowz negtransflowz
neggenflowz];

negflowp_phase=[neglineflowp_phase
negtransflowp_phase neggenflowp_phase];
negflown_phase=[neglineflown_phase
negtransflown_phase neggenflown_phase];
negflowz_phase=[neglineflowz_phase
negtransflowz_phase neggenflowz_phase];

%Cambio de delta a estrella
for i=1:(nb+1)
M(i)=1000;
end
M(1)=0;

```

```

k=1;
kk=find(M==1000);
while length(kk)~=0
flag=k;
ib=start_bus(k);
jb=end_bus(k);

if M(ib)==1000
if M(jb)==1000
k=k+1;
end
if M(jb)~=1000
if status(k)~=0
M(ib)=M(jb);
k=k+1;
end
temp=find(hvbuses==ib);
if k<=(length(ele_num)) & k==flag
if status(k)==0
if (length(temp))==0)
M(ib)=M(jb)-1;
k=k+1;
else
M(ib)=M(jb)+1;
k=k+1;
end
end
end
end
kk=find(M==1000);
if length(kk)==0
%M
break;
end
if length(kk)~=0
if k<=length(ele_num)
%M=k+1;
%M
continue;
end
if k>length(ele_num)
k=1;
%M
continue;
end
end
end

if M(ib)~=1000
if M(jb)~=1000
k=k+1;
end
if M(jb)==1000
if status(k)~=0
M(jb)=M(ib);

```

```

        k=k+1;
    end
    temp=find(hvbuses==jb);
    if k<=(length(ele_num)) & k==flag
    if status(k)==0
        if (length(temp)==0)
            M(jb)=M(ib)-1;
            k=k+1;
        else
            M(jb)=M(ib)+1;
            k=k+1;
        end
    end
end
end
kk=find(M==1000);
if length(kk)==0
    %M
    break;
end
if length(kk)~=0
    if k<=length(ele_num)
        %k=k+1;
        %M
        continue;
    end
    if k>length(ele_num)
        k=1;
        %M
        continue;
    end
end
end
end

fid=fopen('faultdata.txt','r');
b=textread('faultdata.txt');
fclose(fid);
FB=b(1);
flag=M(FB);
for i=1:(nb+1)
    M(i)=M(i)-flag;
end
M;
%Corrección de voltajes y flujos
value=input('Enter the phase shift that you desire
in degrees. The choice that you have are 30 and 90
degrees. ');
for i=1:nb
    if value==30

vpf_phase(i)=vpf_phase(i)+M(i)*(value*pi/180);
    vnf_phase(i)=vnf_phase(i)-
M(i)*(value*pi/180);
    end
    if value==90

```

```

        vpf_phase(i)=vpf_phase(i)-
M(i)*(value*pi/180);

vnf_phase(i)=vnf_phase(i)+M(i)*(value*pi/180);
    end
end
for i=1:length(posflowp_phase)
    if value==30

posflowp_phase(i)=posflowp_phase(i)+M(start_b
us(i))*(value*pi/180);
    posflown_phase(i)=posflown_phase(i)-
M(start_bus(i))*(value*pi/180);
    end
    if value==90
        posflowp_phase(i)=posflowp_phase(i)-
M(start_bus(i))*(value*pi/180);

posflown_phase(i)=posflown_phase(i)+M(start_b
us(i))*(value*pi/180);
    end
    if value==30

negflowp_phase(i)=negflowp_phase(i)+M(end_bu
s(i))*(value*pi/180);
    negflown_phase(i)=negflown_phase(i)-
M(end_bus(i))*(value*pi/180);
    end
    if value==90
        negflowp_phase(i)=negflowp_phase(i)-
M(end_bus(i))*(value*pi/180);

negflown_phase(i)=negflown_phase(i)+M(end_bu
s(i))*(value*pi/180);
    end
end

%Conversión de fases
a=cos(2*pi/3)+sin(2*pi/3)*j;
asq=cos(4*pi/3)+sin(4*pi/3)*j;
for i=1:nb
    va(i)=vzf(i)+vpf(i)+vnf(i);
    vb(i)=vzf(i)+asq*vpf(i)+a*vnf(i);
    vc(i)=vzf(i)+a*vpf(i)+asq*vnf(i);
end
for i=1:length(ele_num)

posflowa(i)=posflowz(i)+posflowp(i)+posflown(i)
;

posflowb(i)=posflowz(i)+asq*posflowp(i)+a*pos
flown(i);

posflowc(i)=posflowz(i)+a*posflowp(i)+asq*pos
flown(i);
end

```

```

for i=1:length(ele_num)

negflowa(i)=negflowz(i)+negflowp(i)+negflown(i)
);

negflowb(i)=negflowz(i)+asq*negflowp(i)+a*neg
flown(i);

negflowc(i)=negflowz(i)+a*negflowp(i)+asq*negf
lown(i);
end

%data entry into output file
fid=fopen('output.txt','w');
fprintf(fid,'The positive sequence Ybus\n\n');
for i=1:nb
    for k=1:nb
        fprintf(fid,'% -10.3ft',Yp(i,k));
    end
    fprintf(fid,'\n\n');
end
fprintf(fid,'The positive sequence Zbus\n\n');
for i=1:nb
    for k=1:nb
        fprintf(fid,'% -10.3ft',Zp(i,k));
    end
    fprintf(fid,'\n\n');
end

fprintf(fid,'The zero sequence Ybus\n\n');
for i=1:nb
    for k=1:nb
        fprintf(fid,'% -10.3ft',Yz(i,k));
    end
    fprintf(fid,'\n\n');
end
fprintf(fid,'The zero sequence Zbus\n\n');
for i=1:nb
    for k=1:nb
        fprintf(fid,'% -10.3ft',Zz(i,k));
    end
    fprintf(fid,'\n\n');
end

fprintf(fid,'Fault current\n\n');
fprintf(fid,'Magnitude Angle(radians)\n');
fprintf(fid,'I1\n');
fprintf(fid,'% -10.3f %-
10.3fn\n',abs(ifp),angle(ifp));
fprintf(fid,'I2\n');
fprintf(fid,'% -10.3f %-
10.3fn\n',abs(ifn),angle(ifn));
fprintf(fid,'I0\n');
fprintf(fid,'% -10.3f %-
10.3fn\n',abs(ifz),angle(ifz));
fprintf(fid,'Printing of sequence components\n');

```

```

fprintf(fid,'Post Fault Voltages\n\n');
fprintf(fid,'Bus-number Pos-seq-Magnitude Pos-
seq-Angle(radians) Neg-seq-Magnitude Neg-
seq-Angle(radians) Zero-seq-Magnitude Zero-
seq-Angle(radians)\n');
for i=1:length(vpf)
    fprintf(fid,'% -10.3f % -10.3f % -10.3f % -10.3f
% -10.3f % -10.3f %-
10.3fn',i,abs(vpf(i)),vpf_phase(i),abs(vnf(i)),vnf_
phase(i),abs(vzf(i)),angle(vzf(i)));
end
fprintf(fid,'\n\n');
fprintf(fid,'Post fault flows\n\n');
fprintf(fid,'The extra bus represents the reference
bus\n');
fprintf(fid,'Start-bus End-bus pos-Magnitude pos-
Phase neg-mag neg-phase zero-mag zero-
phase\n');
fprintf(fid,'This represents the I to J flows\n\n');
for i=1:length(posflowp)
    fprintf(fid,'% -10.3f % -10.3f % -10.3f % -10.3f
% -10.3f % -10.3f % -10.3f %-
10.3fn',start_bus(i),end_bus(i),abs(posflowp(i)),a
ngle(posflowp(i)),abs(posflown(i)),angle(posflow
n(i)),abs(posflowz(i)),angle(posflowz(i)));
end
fprintf(fid,'\n\n');
fprintf(fid,'This represents the J to I flows\n\n');
fprintf(fid,'Start-bus End-bus pos-Magnitude pos-
Phase neg-mag neg-phase zero-mag zero-
phase\n');
kk=find(end_bus==(nb+1));
for i=1:length(negflowp)
    test=find(kk==i);
    if length(test)==0
        fprintf(fid,'% -10.3f % -10.3f % -10.3f % -10.3f
% -10.3f % -10.3f % -10.3f %-
10.3fn',end_bus(i),start_bus(i),abs(negflowp(i)),a
ngle(negflowp(i)),abs(negflown(i)),angle(negflow
n(i)),abs(negflowz(i)),angle(negflowz(i)));
    end
end
fprintf(fid,'\n\n');

fprintf(fid,'Printing of phase quantities\n');
fprintf(fid,'Bus-number A-Magnitude A-
Angle(radians) B-Magnitude B-Angle(radians)
C-Magnitude C-Angle(radians)\n');
for i=1:length(vpf)
    fprintf(fid,'% -10.3f % -10.3f % -10.3f % -10.3f
% -10.3f % -10.3f %-
10.3fn',i,abs(va(i)),angle(va(i)),abs(vb(i)),angle(v
b(i)),abs(vc(i)),angle(vc(i)));
end
fprintf(fid,'\n\n');
fprintf(fid,'Post fault flows\n\n');

```

```

fprintf(fid,'The extra bus represents the reference
bus\n');
fprintf(fid,'Start-bus End-bus A-Magnitude A-
Phase B-mag B-phase C-mag C-phase\n');
fprintf(fid,'This represents the I to J flows\n\n');
for i=1:length(posflowp)
    fprintf(fid,'%10.3f %10.3f %10.3f %10.3f
%10.3f %10.3f %10.3f %10.3f\n',start_bus(i),end_bus(i),abs(posflowa(i)),a
ngle(posflowa(i)),abs(posflowb(i)),angle(posflow
b(i)),abs(posflowc(i)),angle(posflowc(i)));
end
fprintf(fid,'\n\n');
fprintf(fid,'This represents the J to I flows\n\n');
fprintf(fid,'Start-bus End-bus A-Magnitude A-
Phase B-mag B-phase C-mag C-phase\n');

```

```

kk=find(end_bus==(nb+1));
for i=1:length(negflowp)
    test=find(kk==i);
    if length(test)==0
        fprintf(fid,'%10.3f %10.3f %10.3f %10.3f
%10.3f %10.3f %10.3f %10.3f\n',end_bus(i),start_bus(i),abs(negflowa(i)),a
ngle(negflowa(i)),abs(negflowb(i)),angle(negflow
b(i)),abs(negflowc(i)),angle(negflowc(i)));
    end
end
fprintf(fid,'\n\n');
fclose(fid);

done=1;

```

Falla trifásica

```

%Ybus de secuencia positiva
Yp=Ypositive(nb,ng,nl,nt);
%formación de Zbus
Zbus=inv(Yp);
%Iniciando variables, todos los voltajes se
asumen de 1 pu y angulo cero
v0_matrix=ones(nb);
v0=v0_matrix(:,1);
%Calculo de corriente de falla
fid=fopen('faultdata.txt','r');
b=textread('faultdata.txt');
fclose(fid);
bus=b(1);
imp=b(3);
fault_current=v0(bus)/((Zbus(bus,bus)+imp)*j);
%Calculo de voltaje después de falla
for i=1:length(v0)
    vf(i)=v0(i)-Zbus(i,bus)*fault_current*j;
end
vf_mag=abs(vf);
vf_phase=angle(vf);

%A continuación se calcularán los flujos después
de ocurrida la falla y se correrá el flujo en los
generadores, transformadores y líneas
%Las convenciones de los elementos son las
siguientes:
% 1=líneas
% 2=generadores
% 3=transformadores
fid=fopen('linedata.txt','r');
bb=textread('linedata.txt');
fclose(fid);
x=bb(:,1);
y=bb(:,2);
zp=bb(:,3);

```

```

ele_num=1:length(x);
start_bus=x;
end_bus=y;
for i=1:length(x)
    status(i)=1;
end
for i=1:nl
    poslineflow(i)=(vf_mag(x(i))*(cos(vf_phase(x(i)))
+sin(vf_phase(x(i))))*j)-
vf_mag(y(i))*(cos(vf_phase(y(i)))+sin(vf_phase(y
(i))))*j)/(zp(i)*j);

    neglineflow(i)=(vf_mag(y(i))*(cos(vf_phase(y(i)))
+sin(vf_phase(y(i))))*j)-
vf_mag(x(i))*(cos(vf_phase(x(i)))+sin(vf_phase(x
(i))))*j)/(zp(i)*j);
end
poslineflow_mag=abs(poslineflow);
poslineflow_phase=angle(poslineflow);
neglineflow_mag=abs(neglineflow);
neglineflow_phase=angle(neglineflow);

fid=fopen('transformerdata.txt','r');
bb=textread('transformerdata.txt');
fclose(fid);
x=bb(:,1);
y=bb(:,3);
z=bb(:,5);
hv=bb(:,2);
lv=bb(:,4);
hvbuses=x;
ele_num=1:length([ele_num y]);
start_bus=[start_bus' x'];
end_bus=[end_bus' y'];
for i=1:length(x)

```

```

    if (hv(i)==1 & lv(i)==2) | (hv(i)==2 & lv(i)==1)
    | (hv(i)==0 & lv(i)==2) | (hv(i)==2 & lv(i)==0)
        status(i+nl)=0;
    else
        status(i+nl)=3;
    end
end
s=length(status);
for i=1:nt

    postransflow(i)=(vf_mag(x(i))*(cos(vf_phase(x(i))
    ))+sin(vf_phase(x(i)))*j)-
    vf_mag(y(i))*(cos(vf_phase(y(i)))+sin(vf_phase(y
    (i)))*j))/(z(i)*j);

    negtransflow(i)=(vf_mag(y(i))*(cos(vf_phase(y(i)
    ))+sin(vf_phase(y(i)))*j)-
    vf_mag(x(i))*(cos(vf_phase(x(i)))+sin(vf_phase(x
    (i)))*j))/(z(i)*j);
end
postransflow_mag=abs(postransflow);
postransflow_phase=angle(postransflow);
negtransflow_mag=abs(negtransflow);
negtransflow_phase=angle(negtransflow);

fid=fopen('gendata.txt','r');
bb=textread('gendata.txt');
fclose(fid);
x=bb(:,1);
z=bb(:,2);
ele_num=1:length([ele_num y]);
%tamaño del arreglo (ele_num)
start_bus=[start_bus x'];
for i=1:length(x)
    temp(i)=nb+1;
end
end_bus=[end_bus temp];
for i=1:ng
    status(s+i)=2;
end
for i=1:ng

    posgenflow(i)=(vf_mag(x(i))*(cos(vf_phase(x(i))
    )+sin(vf_phase(x(i)))*j)-1)/(z(i)*j);
    neggenflow(i)=
    (vf_mag(x(i))*(cos(vf_phase(x(i)))+sin(vf_phase(
    x(i)))*j)-1)/(z(i)*j);
end
posgenflow_mag=abs(posgenflow);
posgenflow_phase=angle(posgenflow);
neggenflow_mag=abs(neggenflow);
neggenflow_phase=angle(neggenflow);

posflow_mag=[poslineflow_mag
postransflow_mag posgenflow_mag];

```

```

posflow_phase=[poslineflow_phase
postransflow_phase posgenflow_phase];
negflow_mag=[neglineflow_mag
negtransflow_mag neggenflow_mag];
negflow_phase=[neglineflow_phase
negtransflow_phase neggenflow_phase];
status
%Corrección de conexión delta a estrella
for i=1:(nb+1)
    M(i)=1000;
end
M(1)=0;
k=1; %
kk=find(M==1000);
while length(kk)~=0
    flag=k;
    %k
    ib=start_bus(k);
    jb=end_bus(k);

    if M(ib)==1000
        if M(jb)==1000
            k=k+1;
        end
        if M(jb)~=1000
            if status(k)~=0
                M(ib)=M(jb);
                k=k+1;
            end
            temp=find(hvbuses==ib);
            if k<=(length(ele_num))& k==flag
                if status(k)==0
                    if (length(temp)==0)
                        M(ib)=M(jb)-1;
                        k=k+1;
                    else
                        M(ib)=M(jb)+1;
                        k=k+1;
                    end
                end
            end
        end
        end
        kk=find(M==1000);
        if length(kk)==0
            %M
            break;
        end
        if length(kk)~=0
            if k<=length(ele_num)
                %k=k+1;
                %M
                continue;
            end
            if k>length(ele_num)
                k=1;
            end
        end
    end
end

```

```

        %M
        continue;
    end
end
end

if M(ib)~=1000
    if M(jb)~=1000
        k=k+1;
    end
    if M(jb)==1000
        if status(k)~=0
            M(jb)=M(ib);
            k=k+1;
        end
        temp=find(hvbuses==jb);
        if k<=(length(ele_num)) & k==flag
            if status(k)==0
                if (length(temp)==0)
                    M(jb)=M(ib)-1;
                    k=k+1;
                else
                    M(jb)=M(ib)+1;
                    k=k+1;
                end
            end
        end
    end
    kk=find(M==1000);
    if length(kk)==0
        %M
        break;
    end
    if length(kk)~=0
        if k<=length(ele_num)
            %k=k+1;
            %M
            continue;
        end
        if k>length(ele_num)
            k=1;
            %M
            continue;
        end
    end
end
end

fid=fopen('faultdata.txt','r');
b=textread('faultdata.txt');
fclose(fid);
FB=b(1);
flag=M(FB);
for i=1:(nb+1)
    M(i)=M(i)-flag;
end

```

```

M
%Corrección de voltajes y flujos
value=input('Enter the phase shift that you desire
in degrees. The choice that you have are 30 and 90
degrees. ');
for i=1:nb
    vf_phase(i)=vf_phase(i)+M(i)*(value*pi/180);
end
for i=1:length(posflow_phase)

    posflow_phase(i)=posflow_phase(i)+M(start_bus(
i))*(value*pi/180);

    negflow_phase(i)=negflow_phase(i)+M(end_bus(i
))*(value*pi/180);
end
%Flujo de magnitud
%Flujo de fase

%Entrada de datos
fid=fopen('output.txt','w');
fprintf(fid,'The Ybus\n\n');
for i=1:nb
    for k=1:nb
        fprintf(fid,'% -10.3f\t',Yp(i,k));
    end
    fprintf(fid,'\n\n');
end
fprintf(fid,'The Zbus\n\n');
for i=1:nb
    for k=1:nb
        fprintf(fid,'% -10.3f\t',Zbus(i,k));
    end
    fprintf(fid,'\n\n');
end
fprintf(fid,'Fault current\n\n');
fprintf(fid,'Magnitude Angle(radians)\n');
fprintf(fid,'% -10.3f % -
10.3f\n\n',abs(fault_current),angle(fault_current));
fprintf(fid,'Post Fault Voltages\n\n');
fprintf(fid,'Bus-number Magnitude
Angle(radians)\n');
for i=1:length(vf)
    fprintf(fid,'% -10.3f % -10.3f % -
10.3f\n\n',i,vf_mag(i),vf_phase(i));
end
fprintf(fid,'\n\n');
fprintf(fid,'Post fault flows\n\n');
fprintf(fid,'The extra bus represents the reference
bus\n');
fprintf(fid,'Start-bus End-bus Magnitude
Phase\n');
fprintf(fid,'This represents the I to J flows\n\n');
for i=1:length(posflow_mag)

```

```

fprintf(fid,'% -10.3f % -10.3f % -10.3f % -
10.3f\n',start_bus(i),end_bus(i),posflow_mag(i),po
sflow_phase(i));
end
fprintf(fid,'\n\n');
fprintf(fid,'This represents the J to I flows\n\n');
fprintf(fid,'Start-bus End-bus Magnitude
Phase\n');
kk=find(end_bus==(nb+1));
for i=1:length(negflow_mag)
    test=find(kk==i);

```

```

if length(test)==0
    fprintf(fid,'% -10.3f % -10.3f % -10.3f % -
10.3f\n',end_bus(i),start_bus(i),negflow_mag(i),ne
gflow_phase(i));
end
end
fprintf(fid,'\n\n');
fclose(fid);

done=1;

```

3. Anexo

- Capítulo 5- Ejercicio 1

Código usado en la Herramienta Matlab

%Programa de estabilidad Transiente

clear all

clc

data.sim = [

% T	dt	Inicio de falla	Fin de la falla	Bus
0.015	0.005	0.005	0.010	2
1.500	0.005	0.300	0.400	2

% Potencia base

data.baseMVA = 100;

% Tipo de topología

% Tipo: Slack = 3,PQ = 1,PV = 2.

data.bus = [

% bus_i	tipo	Pd(MW)	Qd(MVAr)	Vm(pu)	Va(°)
1	3	0	0	1.06	0;
2	1	20	10	1	0;
3	1	45	15	1	0;
4	1	40	5	1	0;
5	1	60	10	1	0;

% ---- datos del generador

data.gen = [

%- bus	Pg	Qg	Md	Ra	Xd	Xd'	Xd''
Xq	Xq'	Xq''	Xl	T'd	T''d	T'q	T''q
H	D						
1	0	0	2	0	.946	.31	.274
0	.274	.202	8.13	.048	.14	.14	.621
3.588	0;						
2	40	30	2	0	.946	.31	.274
.621	0	.274	.202	8.13	.048	.14	.14
3.588	0;						

% r, x, b [pu]

data.branch = [

% fbus	tbus	r	x	b/2
1	2	0.02	0.06	0.030;
1	3	0.08	0.24	0.025;
2	3	0.06	0.18	0.020;
2	4	0.06	0.18	0.020;
2	5	0.04	0.12	0.015;
3	4	0.01	0.03	0.010;
4	5	0.08	0.24	0.025;

data.avr = [

];

% ---- Modelo del gobernador usado

% Gov: 1 = asíncrono; 2 = velocidad del gobernador

data.vreg1 = [

```

];
data.Vreg2 = [
];
% ----- Constantes
b_DEF;
% Ingresar los datos en las respectivas columnas
Nb = length(data.bus(:,1));
% Numero de buses
Ng = length(data.gen(:,1));
% Numero de generadores
[Zbus Adbus] =
c_ZBF(data.bus,data.branch,Nb);
% Formacion de Ybus y Zbus
[Ybus] = d_YBF(Zbus,Adbus,Nb);
% Ybus
[P_liq] =
f_PLF(data.bus,data.gen,data.baseMVA);
% Calculo de potencia inyectada al sistema
% Flujo de carga
[efl pg] = g_RLF1(Ybus,P_liq,data.bus,Adbus,1e-
6,100,Nb,Ng);
B_slack = find(data.bus(:,TYPE) == 3);
% Potencia en bus slack
g_slack = find(B_slack ==
data.gen(:,GEN_BUS));
data.gen(g_slack,PG) =
real(pg)*data.baseMVA;
data.gen(g_slack,QG) =
imag(pg)*data.baseMVA;

% ----- Potencia en las impedancias
data.branch_2 = data.branch;
data.bus_2 = data.bus;
Nl = length(data.branch(:,1));

for k = 1:Ng

    data.branch_2(Nl+k,F_BUS) =
data.gen(k,GEN_BUS);
    data.branch_2(Nl+k,T_BUS) = Nb + k;
    data_bus_2(Nb+k,BUS_I) = Nb + k;

    if data.gen(k,MD) == 1
        data.branch_2(Nl+k, BR_R) =
data.gen(k,RA); % De, To, r, x, b
        data.branch_2(Nl+k, BR_X) =
data.gen(k,XLD);
    elseif data.gen(k,MD) == 2
        data.branch_2(Nl+k, BR_R) =
data.gen(k,RA);
        data.branch_2(Nl+k, BR_X) =
data.gen(k,XLLD);
    end
end
end

```

```

[Zbus2 Adbus2] =
c_ZBF(data.bus_2,data.branch_2,Nb+Ng);
[Ybus2] = d_YBF(Zbus2,Adbus2,Nb+Ng);
YLPQ =
e_BCV(Zbus2,Adbus2,efl,data.bus,data.baseMV
A,Nb,Ng);

%-----
% ----- Simulación dinámica
% Configuración de dayos
dt = data.sim(1,2);
tmax = data.sim(1,1);
% Simulacion duracion [segs]
inifalta = data.sim(1,3);
% tiempo de falla [seconds]
fimfalta = data.sim(1,4);
% tiempo de despeje [seconds]
st = 1;
% Corriente
tempo(st) = 0;
% corriente tiempo [segs]
iteinifalta = inifalta/dt + 1;
itefimfalta = fimfalta/dt + 1;
pg = (data.gen(:,PG) +
data.gen(:,QG)*1i)/data.baseMVA;

% ----- Condiciones iniciales
Mod_1 = find(data.gen(:,MD) == 1);
Mod_2 = find(data.gen(:,MD) == 2);
for k = 1:length(Mod_1)

    linha = find(data.bus(:,BUS_I) ==
data.gen(Mod_1(k),GEN_BUS));
    fem(Mod_1(k),st) = efl(linha) +
data.gen(Mod_1(k),XLD)* ...

conj(pg(Mod_1(k))/efl(linha,st))*1i;
    ang(Mod_1(k),st) = angle(fem(Mod_1(k),st));
    it(Mod_1(k),st) = conj(pg(linha)/efl(linha,st));
    Id(Mod_1(k),st) = [sin(ang(Mod_1(k),st)) -
cos(ang(Mod_1(k),st))]* ...
[real(it(Mod_1(k),st))
imag(it(Mod_1(k),st))];
    Iq(Mod_1(k),st) = [cos(ang(Mod_1(k),st))
sin(ang(Mod_1(k),st))]* ...
[real(it(Mod_1(k),st))
imag(it(Mod_1(k),st))];
    Vd(Mod_1(k),st) = [sin(ang(Mod_1(k),st)) -
cos(ang(Mod_1(k),st))]* ...
[real(efl(linha)) imag(efl(linha))];
    Vq(Mod_1(k),st) = [cos(ang(Mod_1(k),st))
sin(ang(Mod_1(k),st))]* ...
[real(efl(linha)) imag(efl(linha))];
    w(Mod_1(k),st) = 2*pi*60;

```

```

end

% ----- Inicialización de falla subtrasiente
for k = 1:length(Mod_2)

    linha = find(data.bus(:,BUS_I) ==
data.gen(Mod_2(k),GEN_BUS));
    fem(Mod_2(k),st) = efl(linha) +
data.gen(Mod_2(k),XQ)* ...
        conj(pg(Mod_2(k))/efl(linha))*1i;
    ang(Mod_2(k),st) = angle(fem(Mod_2(k),st));
    it(Mod_2(k),st) = conj(pg(linha)/efl(linha,st));
    Id(Mod_2(k),st) = [sin(ang(Mod_2(k),st)) -
cos(ang(Mod_2(k),st))]* ...
        [real(it(Mod_2(k),st))
imag(it(Mod_2(k),st))];
    Iq(Mod_2(k),st) = [cos(ang(Mod_2(k),st))
sin(ang(Mod_2(k),st))]* ...
        [real(it(Mod_2(k),st))
imag(it(Mod_2(k),st))];
    Vd(Mod_2(k),st) = [sin(ang(Mod_2(k),st)) -
cos(ang(Mod_2(k),st))]* ...
        [real(efl(linha)) imag(efl(linha))];
    Vq(Mod_2(k),st) = [cos(ang(Mod_2(k),st))
sin(ang(Mod_2(k),st))]* ...
        [real(efl(linha)) imag(efl(linha))];
%#ok<SAGROW>
    Elld(Mod_2(k),st) =
Vd(Mod_2(k),st)+data.gen(Mod_2(k),RA)*Id(Mo
d_2(k),st) ...
-
data.gen(Mod_2(k),XLLQ)*Iq(Mod_2(k),st);
%#ok<SAGROW>
    Ellq(Mod_2(k),st) =
Vq(Mod_2(k),st)+data.gen(Mod_2(k),RA)*Iq(Mo
d_2(k),st) ...
+
data.gen(Mod_2(k),XLLD)*Id(Mod_2(k),st);
%#ok<SAGROW>
    Elq(Mod_2(k),st) = Ellq(Mod_2(k),st) +
(data.gen(Mod_2(k),XLD) - ...
data.gen(Mod_2(k),XLLD))*Id(Mod_2(k),st);
%#ok<SAGROW>
    Efd(Mod_2(k),st) = -
(((data.gen(Mod_2(k),XD)-
data.gen(Mod_2(k),XLD))/ ...
        (data.gen(Mod_2(k),XLD)-
data.gen(Mod_2(k),XL)))*Ellq(Mod_2(k),st)
...
        +(((data.gen(Mod_2(k),XD)-
data.gen(Mod_2(k),XL))/(data.gen(Mod_2(k),XL
D)- ...
        data.gen(Mod_2(k),XL)))*Elq(Mod_2(k),st)
...

```

```

+(((data.gen(Mod_2(k),XD)-
data.gen(Mod_2(k),XLD))*(data.gen(Mod_2(k),
...
        XLLD)-
data.gen(Mod_2(k),XL)))/(data.gen(Mod_2(k),XL
D) - ...
        data.gen(Mod_2(k),XL))*Id(Mod_2(k),st);
    w(Mod_2(k),st) = 2*pi*60;
    fem(Mod_2(k),st) =
Ellq(Mod_2(k),st)*exp(ang(Mod_2(k),st)*1i) +
...
Elld(Mod_2(k),st)*exp((ang(Mod_2(k),st)-
pi/2)*1i);
end

Flag1 = 0;
% Tiempo en el que ocurre la falla
Flag2 = 0;
% Tiempo en el que se despeja la falla
p = 1;

% Comienzo de la simulación
while tempo(st) <= tmax
% st = step

    % -Solicuon del flujo
    if st <= iteinifalta || st > itefimfalta + 1
% Period of no fault or fault application

        if (st == iteinifalta)
            Flag1 = 1;
        end

        eflux = h_LFF(YLPQ,fem(:,st),1e-
6,300,data.bus,data.gen,9); % se compara el
numero de buses

        elseif ((st >= iteinifalta) && (st <=
(itefimfalta+1))) || (Flag1)

            if st == (itefimfalta + 1)
% Tiempo de falla. El voltaje en el bus de falla es
            Flag2 = 1;
        end

        eflux = h_LFF(YLPQ,fem(:,st),1e-
6,300,data.bus,data.gen,data.sim(1,5));

    end

    for k = 1:length(Mod_1)

```

```

        linha = find(data.bus(:,BUS_I) ==
data.gen(Mod_1(k),GEN_BUS));
        it(Mod_1(k),st) = (fem(linha,st)-
eflux(linha))/ ...
                (data.gen(Mod_1(k),XLD)*1i);

%Vd, Vq, Id y Iq
        Id(Mod_1(k),st) = [sin(ang(Mod_1(k),st)) -
cos(ang(Mod_1(k),st))];...
                *[real(it(Mod_1(k),st))
imag(it(Mod_1(k),st))]';
        Iq(Mod_1(k),st) = [cos(ang(Mod_1(k),st))
sin(ang(Mod_1(k),st))]*...
                [real(it(Mod_1(k),st))
imag(it(Mod_1(k),st))]';
        Vd(Mod_1(k),st) = [sin(ang(Mod_1(k),st)) -
cos(ang(Mod_1(k),st))];...
                *[real(eflux(linha))
imag(eflux(linha))]';
        Vq(Mod_1(k),st) = [cos(ang(Mod_1(k),st))
sin(ang(Mod_1(k),st))]*...
                [real(eflux(linha))
imag(eflux(linha))]';

        % Nueva potencia del generador al
cambiar los Vd, Vq, Id e Iq
        Pger(Mod_1(k),st) =
data.gen(Mod_1(k),RA)*(Id(Mod_1(k),st)^2 + ...
                Iq(Mod_1(k),st)^2) +
Vd(Mod_1(k),st)* ...

Id(Mod_1(k),st)+Vq(Mod_1(k),st)*Iq(Mod_1(k),s
t);

% Delta del ángulo
        dangt(Mod_1(k),st) = w(Mod_1(k),st) -
2*pi*60;          %#ok<SAGROW>

% Extrapolación del angulo por el método de
Euler
        ang(Mod_1(k), st + 1) = ang(Mod_1(k),st) +
dangt(Mod_1(k),st)*dt;

        % Valor de FEM por método de
extrapolación
        fem(Mod_1(k),st+1) =
abs(fem(Mod_1(k),1))*exp(ang(Mod_1(k),st+1)*
1i);
        end
        for k = 1:length(Mod_2)

                linha = find(data.bus(:,BUS_I) ==
data.gen(Mod_2(k),GEN_BUS));
                it(Mod_2(k), st) = (fem(linha,st)-
eflux(linha))/ ...
                        (data.gen(Mod_2(k),XLLQ)*1i);

```

```

% Vd, Vq, Id and Iq computation
        Id(Mod_2(k), st) = [sin(ang(Mod_2(k),st)) -
cos(ang(Mod_2(k),st))];...
                *[real(it(Mod_2(k),st))
imag(it(Mod_2(k),st))]';
        Iq(Mod_2(k), st) = [cos(ang(Mod_2(k),st))
sin(ang(Mod_2(k),st))];...
                *[real(it(Mod_2(k),st))
imag(it(Mod_2(k),st))]';
        Vd(Mod_2(k), st) = [sin(ang(Mod_2(k),st)) -
cos(ang(Mod_2(k),st))];...
                *[real(eflux(linha))
imag(eflux(linha))]';
        Vq(Mod_2(k), st) = [cos(ang(Mod_2(k),st))
sin(ang(Mod_2(k),st))];...
                *[real(eflux(linha))
imag(eflux(linha))]';

        % Simulando:
        Pger(Mod_2(k), st) =
data.gen(Mod_2(k),RA)*(Id(Mod_2(k),st)^2 + ...
                Iq(Mod_2(k),st)^2) +
Vd(Mod_2(k),st)*Id(...

Mod_2(k),st)+Vq(Mod_2(k),st)*Iq(Mod_2(k),st);
        dElld(Mod_2(k), st) =
(1/data.gen(Mod_2(k),TLLQ))*(-
Elld(Mod_2(k),st)...
                + (data.gen(Mod_2(k),XQ)-
data.gen(Mod_2(k),XLLQ))...
                *Iq(Mod_2(k), st));
        dElq(Mod_2(k), st) =
(1/data.gen(Mod_2(k),TLD))*(Efd(Mod_2(k),st)
+ ...
                ((data.gen(Mod_2(k),XD) -
data.gen(Mod_2(k),XLD))...
                /(data.gen(Mod_2(k),XLD) -
data.gen(Mod_2(k),XL)))...
                *Ellq(Mod_2(k), st)-
                ((data.gen(Mod_2(k),XD) - ...
                data.gen(Mod_2(k),XL))/(
data.gen(Mod_2(k),XLD) - ...

data.gen(Mod_2(k),XL)))*Elq(Mod_2(k),st)
...
                -((data.gen(Mod_2(k),XD) -
data.gen(Mod_2(k),XLD))* ...
                (data.gen(Mod_2(k),XLLD) -
data.gen(Mod_2(k),XL))/...
                (data.gen(Mod_2(k),XLD) -
data.gen(Mod_2(k),XL)))*...
                Id(Mod_2(k), st));

```

```

dEllq(Mod_2(k), st) =
(1/data.gen(Mod_2(k),TLLD))*(-
Ellq(Mod_2(k),st)...
+ Elq(Mod_2(k),st) -
(data.gen(Mod_2(k),XLD) - ...
data.gen(Mod_2(k),XLLD))*Id(Mod_2(k), st))
...
+((data.gen(Mod_2(k),XLLD)-
data.gen(Mod_2(k),XL))/...
(data.gen(Mod_2(k),XLD)-
data.gen(Mod_2(k),XL)))*...
dElq(Mod_2(k), st);

dangt(Mod_2(k), st) = w(Mod_2(k),st)-
2*pi*60;

% Angulo de la FEM
ang(Mod_2(k), st + 1) = ang(Mod_2(k),st) +
dangt(Mod_2(k),st)*dt;
fem(Mod_2(k), st + 1) =
Ellq(Mod_2(k),st)*exp(ang(Mod_2(k),st+1)*1i)+.
..

Elld(Mod_2(k),st)*exp((ang(Mod_2(k),st+1)-
pi/2)*1i); %
end

% Nuevo flujo de potencia obtenido por la
extrapolación de la primera integración
if (st <= iteinifalta) || (st > itefimfalta + 1)
if (st == iteinifalta)
Flag1 = 1;
end
efluxdt = h_LFF(YLPQ,fem(:,st+1),1e-
6,300,data.bus,data.gen,9);
elseif ((st >= iteinifalta) && (st <=
itefimfalta+1)) || (Flag1)
if st == itefimfalta+1
Flag2 = 1;
end
efluxdt = h_LFF(YLPQ,fem(:,st+1),1e-
6,300,data.bus,data.gen,data.sim(1,5));
end
for k = 1:length(Mod_1)

linha =
find(data.bus(:,BUS_I)==data.gen(Mod_1(k),GE
N_BUS));
it(Mod_1(k), st+1) = (fem(linha,st+1)-
efluxdt(linha))/...

(data.gen(Mod_1(k),XLD)*1i);
Id(Mod_1(k), st+1) =
[sin(ang(Mod_1(k),st+1)) -
cos(ang(Mod_1(k),st+1))].

```

```

*[real(it(Mod_1(k),st+1))
imag(it(Mod_1(k),st+1))];
Iq(Mod_1(k), st+1) =
[cos(ang(Mod_1(k),st+1))
sin(ang(Mod_1(k),st+1))].
*[real(it(Mod_1(k),st+1))
imag(it(Mod_1(k),st+1))];
Vd(Mod_1(k), st+1) =
[sin(ang(Mod_1(k),st+1)) -
cos(ang(Mod_1(k),st+1))].
*[real(efluxdt(linha))
imag(efluxdt(linha))];
Vq(Mod_1(k), st+1) =
[cos(ang(Mod_1(k),st+1))
sin(ang(Mod_1(k),st+1))].
*[real(efluxdt(linha))
imag(efluxdt(linha))];
Pger(Mod_1(k), st+1) =
data.gen(Mod_1(k),RA)*(Id(Mod_1(k),st+1)^2 +
...
Iq(Mod_1(k),st+1)^2)+Vd(Mod_1(k),st+1)*Id(M
od_1(k)...
,st+1) +
Vq(Mod_1(k),st+1)*Iq(Mod_1(k), st+1);

% Integración de velocidad angular Bn = 1 -
(data.gen(Mod_1(k),D)/(2*data.gen(Mod_1(k),H)
)).*5*dt;
Bd = 1 +
(data.gen(Mod_1(k),D)/(2*data.gen(Mod_1(k),H)
)).*5*dt;
B = Bn/Bd;
w(Mod_1(k), st+1) = B*w(Mod_1(k),st) +
((.5*dt)/Bd)*((pi*60/...
data.gen(Mod_1(k),H))*(2*real(pg(linha)) - ...
Pger(linha,st) -
Pger(linha,st+1)));

% Integración del ángulo
ang(Mod_1(k), st+1) = ang(Mod_1(k),st) +
(.5*dt)*(w(Mod_1(k),st) - ...
2*pi*60+w(Mod_1(k), st+1) -
2*pi*60);
fem(Mod_1(k), st+1) =
abs(fem(Mod_1(k),1))*exp(ang(Mod_1(k), st +
1)*1i);

end

for k = 1:length(Mod_2)

linha = find(data.bus(:,BUS_I) ==
data.gen(Mod_2(k),GEN_BUS));

```

```

Efd(Mod_2(k), st+1) = Efd(Mod_2(k),st);
% No Condiciones de reguladores de voltaje.
it(Mod_2(k), st+1) = (fem(linha,st+1)-
efluxdt(linha))/ ...

(data.gen(Mod_2(k),XLLQ)*1i);
Id(Mod_2(k), st+1) =
[sin(ang(Mod_2(k),st+1)) -
cos(ang(Mod_2(k),st+1))]....
*[real(it(Mod_2(k),st+1))
imag(it(Mod_2(k),st+1))];
Iq(Mod_2(k), st+1) =
[cos(ang(Mod_2(k),st+1))
sin(ang(Mod_2(k),st+1))]....
*[real(it(Mod_2(k),st+1))
imag(it(Mod_2(k),st+1))];
Vd(Mod_2(k), st+1) =
[sin(ang(Mod_2(k),st+1)) -
cos(ang(Mod_2(k),st+1))]....
*[real(efluxdt(linha))
imag(efluxdt(linha))];
Vq(Mod_2(k), st+1) =
[cos(ang(Mod_2(k),st+1))
sin(ang(Mod_2(k),st+1))]....
*[real(efluxdt(linha))
imag(efluxdt(linha))];
Pger(Mod_2(k), st+1) =
data.gen(Mod_2(k),RA)*(Id(Mod_2(k),st+1)^2 +
...
Iq(Mod_2(k),st+1)^2) +
Vd(Mod_2(k), st+1)* ...
Id(Mod_2(k), st+1) +
Vq(Mod_2(k),st+1)*Iq(Mod_2(k),st+1);%#ok<S

% ----- Extrapolação e valores de Elld,
Ellq y Elq
Elld(Mod_2(k),st+1) = Vd(Mod_2(k),st+1)
+ data.gen(Mod_2(k),RA) * ...
Id(Mod_2(k),st+1) -
data.gen(Mod_2(k),XLLQ)* ...
Iq(Mod_2(k),st+1);
Ellq(Mod_2(k),st+1) = Vq(Mod_2(k),st+1)
+ data.gen(Mod_2(k),RA) * ...
Iq(Mod_2(k),st+1) +
data.gen(Mod_2(k),XLLD)* ...
Id(Mod_2(k),st+1);
Elq(Mod_2(k),st+1) = Elq(Mod_2(k),st) +
dElq(Mod_2(k),st)*dt;
dElld(Mod_2(k),st+1) =
(1/data.gen(Mod_2(k),TLLQ))*(-
Elld(Mod_2(k),st+1)+...
(data.gen(Mod_2(k),XQ)-
data.gen(Mod_2(k),XLLQ)) *...
Iq(Mod_2(k),st+1));

```

```

dElq(Mod_2(k),st+1) =
(1/data.gen(Mod_2(k),TLD))*Efd(Mod_2(k),st+
1) +...
((data.gen(Mod_2(k),XD)-
data.gen(Mod_2(k),XLD)) /...
(data.gen(Mod_2(k),XLD)-
data.gen(Mod_2(k),XL))) *...
Ellq(Mod_2(k),st+1)-
((data.gen(Mod_2(k),XD) -...
data.gen(Mod_2(k),XL))/(
data.gen(Mod_2(k),XLD) -...
data.gen(Mod_2(k),XL))*Elq(Mod_2(k),st+1)
-...
((data.gen(Mod_2(k),XD) -
data.gen(Mod_2(k),XLD)) *...
(data.gen(Mod_2(k),XLLD)-
data.gen(Mod_2(k),XL)) /...
(data.gen(Mod_2(k),XLD)-
data.gen(Mod_2(k),XL))) *...
Id(Mod_2(k),st+1));
dEllq(Mod_2(k),st+1) =
(1/data.gen(Mod_2(k),TLLD))*(-
Ellq(Mod_2(k),st+1)+...
Elq(Mod_2(k),st+1) -
(data.gen(Mod_2(k),XLD) -...
data.gen(Mod_2(k),XLLD))*Id(Mod_2(k),st+1))
+...
((data.gen(Mod_2(k),XLLD) -
data.gen(Mod_2(k),XL))/...
(data.gen(Mod_2(k),XLD) -
data.gen(Mod_2(k),XL))*...
dElq(Mod_2(k),st+1);

% Velocidad
Bn = 1 -
(data.gen(Mod_2(k),D)/(2*data.gen(Mod_2(k),H)
))*5*dt;
Bd = 1 +
(data.gen(Mod_2(k),D)/(2*data.gen(Mod_2(k),H)
))*5*dt;
B = Bn/Bd;
w(Mod_2(k), st+1) =
B*w(Mod_2(k),st)+((.5*dt)/Bd)*((pi*60
/...
data.gen(Mod_2(k),H))*(2*real(pg(linha))
-
...
Pger(linha,st) -
Pger(linha,st+1)));

```

% Angulo de carga

```

    ang(Mod_2(k), st+1) =
ang(Mod_2(k),st)+(.5*dt)*(w(Mod_2(k),st) -
...
2*pi*60+w(Mod_2(k),st+1)-
2*pi*60);

% ----- Elld
    Bn = (1-
(1/data.gen(Mod_2(k),TLLQ))* .5*dt);
    Bd =
(1+(1/data.gen(Mod_2(k),TLLQ))* .5*dt);
    B = Bn/Bd;
    Elld(Mod_2(k), st+1) =
B*Elld(Mod_2(k),st)+(.5*dt/Bd) *...

((1/data.gen(Mod_2(k),TLLQ))*((data.gen(Mod_
2(k),XQ)-...

data.gen(Mod_2(k),XLLQ))*(Iq(Mod_2(k),st)
+...
Iq(Mod_2(k),st+1))));

% ----- Elq
    Bn = (1-
(1/data.gen(Mod_2(k),TLD))*((data.gen(Mod_2(k)
),XD) -...

data.gen(Mod_2(k),XL))/(data.gen(Mod_2(k),XL
D) -...
data.gen(Mod_2(k),XL)))*(.5*dt));
    Bd =
(1+(1/data.gen(Mod_2(k),TLD))*((data.gen(Mod
_2(k),XD) -...

data.gen(Mod_2(k),XL))/(data.gen(Mod_2(k),XL
D) -...
data.gen(Mod_2(k),XL)))*(.5*dt));
    B = Bn/Bd;
    Elq(Mod_2(k), st+1) =
B*Elq(Mod_2(k),st)+(.5*dt/Bd) *...

(1/data.gen(Mod_2(k),TLD))*(Efd(Mod_2(k),st)
+...
Efd(Mod_2(k),st+1) +
((data.gen(Mod_2(k),XD) -...

data.gen(Mod_2(k),XLD))/(data.gen(Mod_2(k),X
LD) -...

data.gen(Mod_2(k),XL))*(Ellq(Mod_2(k),st)
+...
Ellq(Mod_2(k),st+1))-
(((data.gen(Mod_2(k),XD) -...

data.gen(Mod_2(k),XLD))*(data.gen(Mod_2(k),X
LLD) -...

```

```

data.gen(Mod_2(k),XL)))/(data.gen(Mod_2(k),XL
D) -...

data.gen(Mod_2(k),XL))*(Id(Mod_2(k),st)
+...
Id(Mod_2(k),st+1)));

% ----- Ellq
    Bn = (1-
(1/data.gen(Mod_2(k),TLLD))* .5*dt);
    Bd =
(1+(1/data.gen(Mod_2(k),TLLD))* .5*dt);
    B = Bn/Bd;
    Ellq(Mod_2(k),st+1) =
B*Ellq(Mod_2(k),st)+(.5*dt/Bd) *...

((1/data.gen(Mod_2(k),TLLD))*(Elq(Mod_2(k),st
+1) +...
Elq(Mod_2(k),st)) -
(1/data.gen(Mod_2(k),TLLD)) *...

(Id(Mod_2(k),st)+Id(Mod_2(k),st+1))
*...
(data.gen(Mod_2(k),XLD)-
data.gen(Mod_2(k),XLLD)) +...
((data.gen(Mod_2(k),XLLD)-
data.gen(Mod_2(k),XL) ) /...
(data.gen(Mod_2(k),XLD)-
data.gen(Mod_2(k),XL))) *...

(dElq(Mod_2(k),st)+dElq(Mod_2(k),st+1)));

% ----- FEM
    fem(Mod_2(k),st+1) =
Ellq(Mod_2(k),st+1)*exp(ang(Mod_2(k),st+1)*1i
) +...

Elld(Mod_2(k),st+1)*exp((ang(Mod_2(k),st+1)-
pi/2)*1i);

end

% Variables de control de voltaje
Vbar1(st) = abs(eflux(1));
%#ok<SAGROW>
Vbar2(st) = abs(eflux(2));
%#ok<SAGROW>
Vbar3(st) = abs(eflux(3));
%#ok<SAGROW>
Vbar4(st) = abs(eflux(4));
%#ok<SAGROW>
Vbar5(st) = abs(eflux(5));
%#ok<SAGROW>

st = st+1;

```

```

if Flag1 || Flag2
    tempo(st) = tempo(st-1);
    Flag1 = 0;
    Flag2 = 0;
    p = p + 1;
    w(:,(st)) = w(:, (st-1));
    %#ok<SAGROW>
    ang(:,(st)) = ang(:,(st-1));
    %#ok<SAGROW>

    for k = 1:length(Mod_2)
        Elld(k,st) = Elld(k,st-1);
        %#ok<SAGROW>
        Ellq(k,st) = Ellq(k,st-1);
        Elq(k,st) = Elq(k,st-1);
    end

else
    tempo(st) = st*dt - p*dt;
end

end

% Cantidades finales del sistema
Vbar1(st) = abs(eflux(1));
Vbar2(st) = abs(eflux(2));
Vbar3(st) = abs(eflux(3));
Vbar4(st) = abs(eflux(4));
Vbar5(st) = abs(eflux(5));
% Se muestra la gráfica
load('PLT.mat');
plot(Pcepel.data(:,1),Pcepel.data(:,7),'color',[0.8
0.8 0.8],'linewidth',3)
hold on
plot(tempo, w(1,:)/(2*pi) , '--k'
,'linewidth',2)
legend('Generator 1 velocidad [Hz] -
ANATEM','Generator 1 velocidad[Hz] - Matlab')
xlabel('Tiempo[s]', 'fontsize',14)
ylabel('Frecuencia [Hz]', 'fontsize',14)
%-----
-----

```

VII. Trabajos citados

- Ceballos, J. C. (1988). *Introduccion a los sistemas electricos de potencia*. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.
- Meier, A. v. (2006). *Electric Power Systems: A Conceptual Introduction*. New Jersey: IEEE.
- Nagrath, D. K. (2003). *Modern Power System Analysis*. Mc-Graw Hill.
- Olga Lucia Paz Olaya, J. V. (1987). *Fenomenos transitorios en sistemas electricos de potencia* . Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.
- Saadat, H. (1999). *Power system analysis*. McGraw-Hill.
- Stevensom, W. D. (1979). *Análisis de sistemas eléctricos de potencia*. Nueva York: McGraw-Hill.
- Stevenson, W. D. (1979). *Análisis de sistemas eléctricos de potencia*. McGraw-Hill.
- Syder A, N. (1991). *Sistemas eléctricos de potencia*. Schaum.
- Weedy, B. (1982). *Sistemas eléctricos de gran potencia*. Londres: Reverté SA.